知 能 と 複 雑 系 114－7
（1998． 10． 2 ）

底節の最小汎化に基づく仮説の発見手法

北海道大学 知識メディアラボラトリー

伊藤 公人　山本 章博

要旨: 本稿では，底節交差汎化法という新しい帰納論理プログラミング手法を与え，その理論的な議論と計算機上への実装法について述べる．同手法は，山本の底汎化法を複数の例を扱えるように拡張したものであり，与えられた複数の例を背景知識に関して同時に相対包摂するすべての仮説を求めることができる．また，具体例の頭部の述語記号に制約を与えないという特徴を持ち，異なる述語記号を持つ複数の具体例を用いることにより，仮説の探索空間を減少させることができる．底節交差汎化法はILPシステムBORDAとしてProlog上で実装されており，その実装方法を述べ，BORDAの計算の停止性について議論する．

Finding Hypotheses from Examples by Computing the Least Generalization of Bottom Clauses

Meme Media Laboratory, Hokkaido University

Kimihito Ito and Akihiro Yamamoto

Summary: In this paper we propose a new ILP method Bottom Reduction. It is an extension of Bottom Generalization for treating multiple examples. Using Bottom Reduction we can find all hypotheses which subsume all of given examples relative to a background theory in Plotkin's sense. We do not assume any restriction on the head predicates of the examples. Applying Bottom Reduction to examples which have a predicate different from those of other examples, we can reduce the search space of hypotheses. We have already implemented a simple learning system named BORDA based on Bottom Reduction on a Prolog system, and we present, in this paper, some techniques in its implementation.

1 はじめに

近年，機械学習の分野において，論理プログラムを用いた概念学習モデルである帰納論理プログラミング(ILP)[9]が基礎から応用にかけて盛んに研究されている[4]．また，大量かつ多用な情報が蓄えられたデータベースから，データ間で一般的に成り立つ規則を発見する手法の研究は発見科学の分野で広く関心が寄せられている．論理プログラムは論理を用いた演繹データベースであることから，ILPと発見科学は密接に関係し，ILPの理論と実践は人工知能研究において，ますます重要な課題となっている．

ILPは与えられた具体例 $E_1,\ldots,E_n$ を既存の背景知識 B を用いて論理的に説明する，つまり，

$$B \wedge H \vdash E_1 \wedge \ldots \wedge E_n \tag{1}$$

(連絡先) E-mail : itok@meme.hokudai.ac.jp

となる節 H を計算する枠組みである．特に，式(1)において具体例 $E_1,\ldots,E_n$ が節である場合は含意からの学習と呼ばれる．

本稿では，含意からの学習手法である底汎化法[20]に注目する．底汎化法以外にも，含意からの学習手法として逆伴意法[10]，飽和法[16]，V^n 演算[7]などが提案されている．底汎化法を用いた仮説の生成手法では，その健全性と完全性が示されており，さらに，仮説の生成(インダクション)における帰結発見(アブダクション)と演繹推論(デダクション)の組み合わされ方が提示されている．これらは他の方式にない特徴である．

しかし，底汎化法は理論的な結果であり，底汎化法に基づく具体的な帰納推論システムはこれまで実装されていなかった．その理由として以下の二つが挙げられる．(1)底汎化法では，複数個の具体例が与えられる場合の考慮がされてない，(2)同手法に

よる仮説の計算は停止しない可能性がある．

本稿では，**底節交差汎化法**という底汎化法の複数個の具体例への拡張を与え，最初の問題を解決する．また，背景知識と仮説にある制限を課したクラスに対して，底節交差汎化法を適用することで二番目の問題を解決する．さらに，底節交差汎化法の実装である ILP システム BORDA について述べ，底節交差汎化法を論理プログラミング言語 Prolog を用いて実装する手法を示す．

2 準備

はじめに，基本的な定義と記法を述べる．原子式，節などの用語は一般的なものを使用する [8, 1]. **確定節**とは次の形をした式である．

$$C = \forall X_1 \ldots X_k (A_0 \vee \neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_n).$$

確定節の連言を**確定節プログラム**という．また，**ゴール節**とは次の形をした式である．

$$D = \forall X_1 \ldots X_k (\neg A_1 \vee, \ldots \vee \neg A_n).$$

ここで，$A_0, \ldots, A_n$ は原子式であり，$X_1, \ldots, X_k$ は $A_0, \ldots A_n$ 中に出現するすべての変数である．確定節またはゴール節を**ホーン節**という．本稿では，確定節とゴール節を以下のような含意の形で書く．

$$C = A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_n,$$
$$D = \leftarrow A_1, \ldots, A_n.$$

確定節 $C = A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_n$ に対して，C^+ で単位節 $A_0 \leftarrow$ を表し，C^- でゴール節 $\leftarrow A_1, \ldots, A_n$ を表すとする．

ホーン節 C に中に現れる変数 $X_1, \ldots, X_k$ に対して，新しい定数 c_{X_i} を導入して各変数 X_i を c_{X_i} に置き換える代入 σ を**スコーレム化代入**という．確定節 $C = A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_n$ に対して，σ をスコーレム化代入とする．$C\sigma$ には変数が含まれていないので，$\neg(C\sigma^+)$ はゴール節 $G = \leftarrow A_0\sigma$ となること，$\neg(C\sigma^-)$ は確定節プログラム $P = (A_1\sigma \leftarrow) \wedge \ldots \wedge (A_n\sigma \leftarrow)$ となることに注意されたい．

定義 1 [13] 節 C が節 D を**包摂する**とは，ある代入 θ が存在し，$C\theta$ 中のリテラルがすべて $D\theta$ 中に出現することをいい，$C \succeq D$ と書く．

節 D から $C \succeq D$ となる節 C を求めることを **D を包摂に基づいて汎化する**という．また，C は D の**包摂に基づく汎化**であるという．

定義 2 [14] 節 C が節 D をプログラム B に関して**相対包摂する**とは，$B \vdash \forall(D \leftrightarrow F)$ なる節 F で C が F を包摂するものが存在することをいい，$C \succeq D\ (B)$ と書く．ここで，$\forall(D \leftrightarrow F)$ における D と F の全称束縛は取り除くものとする．

節 D と背景知識 B から $C \succeq D\ (B)$ となる節 C を求めることを **D を B に関する相対包摂に基づいて汎化する**という．また，C は **D の B に関する相対包摂に基づく汎化**であるという．

相対包摂に関して次の命題が成り立つ．

命題 1 確定節 C, D と確定節プログラム B に対して，$C \succeq D\ (B)$ ならば $B \wedge C \vdash D$ である．

確定節 C, D に対して，$H \succeq C$ かつ $H \succeq D$ となる節 H を **C と D の包摂に基づく共通汎化**という．確定節プログラム B に対して，$H \succeq C\ (B)$ かつ $H \succeq D\ (B)$ となる確定節 H を **C と D の B に関する相対包摂に基づく共通汎化**という．特に，C と D の包摂に基づく共通汎化の中では，半順序関係 $\succeq$ のもとで最小となる節 H が必ず存在する [13]．そのような H を **C と D の包摂に基づく最小共通汎化**といい，$lgg(C, D)$ と書く．確定節の包摂に基づく最小共通汎化において，次の命題が成り立つ．

命題 2 確定節 C と D に対して，次の命題が成り立つ．C と D の頭部の述語記号が一致する $\Leftrightarrow$ $lgg(C, D)$ が確定節である．

3 底汎化法

底汎化法 [20] は Muggleton による逆伴意法をより厳密にしかも扱いやすくしたものである．

定義 3 確定節 E を具体例，確定節プログラム B を背景知識とする．**E の B に関する底集合** $\mathrm{BOT}(E, B)$ を次のように定義する．

$$\mathrm{BOT}(E, B) = \left\{ L \,\middle|\, \begin{array}{l} L \text{は基礎リテラルかつ} \\ B \wedge \neg E\sigma \models \neg L \end{array} \right\}.$$

定義 4 底集合 $\mathrm{BOT}(E, B)$ の要素の選言である確定節 C を **E の B に関する底節**といい，E の B に関する底節の集合を $\mathrm{BOTC}(E, B)$ と書く．

定義 5 **底汎化法**：帰納推論システムが確定節プログラム B を背景知識として持ち，確定節 E がシステムに正例として与えられ，しかも，$B \not\models E$ であったとする．底節の集合 $\mathrm{BOTC}(E, B)$ 中のある節 C を包摂に基づいて汎化した節 H を出力する．ただし，節 H にはスコーレム定数が含まれないものとする．

BOT(E,B) 中の正リテラルの集合 BOT$^+(E,B)$ は確定節プログラムに対するアブダクション手法である SOLDR 導出によって計算することができる [23]. BOT(E,B) 中の負リテラルの集合 BOT$^-(E,B)$ は $B \wedge \neg(E\sigma^-)$ の最小モデル [8] 中の原子式を否定することによって求まる [22].

底汎化法に関する以前の研究結果として，底節と相対包摂に関する次の定理が示されている．

定理 1 [19] 確定節プログラム B と確定節 E に対して，$B \not\models E$ であるならば次の命題が成り立つ．仮説 H が E を B に関して相対包摂する $\Leftrightarrow$ 仮説 H はスコーレム定数を含まず，かつ，E の B に関する底節を包摂する．

定理1より，底汎化法は，相対包摂に関して健全かつ完全である．また，命題1と定理1より，具体例 E の背景知識 B に関する底節の一つを適当に一般化することによって E を説明する仮説 H を得る．

4 底節交差汎化法とその性質

4.1 底節交差汎化法の概要

以下 a,b は定数記号，f,g は1引き数の関数記号，X,Y は変数とする．帰納推論システムに，背景知識として次の確定節プログラム B が与えられていると仮定する．

$$\begin{aligned} B = \quad & (s(a) \leftarrow) \wedge (s(X) \leftarrow t(X)) \\ \wedge \quad & (p(f(X)) \leftarrow r(X)) \\ \wedge \quad & (q(g(X)) \leftarrow r(X)). \end{aligned}$$

具体例として，次の E と F が与えられたとする．

$$E = p(f(a)) \leftarrow,$$
$$F = q(g(b)) \leftarrow t(b).$$

まず，E を説明するような仮説 H を考える．B における $\leftarrow p(f(a))$ の SOLDR 導出の帰結は $p(f(a))$ と $r(a)$ であり，B の最小モデルは $\{s(a)\}$ であるので，E の B に関する底節の集合は

$$C_1 = p(f(a)) \leftarrow s(a),$$
$$C_2 = r(a) \leftarrow s(a)$$

からなる．底節 C_1, C_2 のどちらかを包摂に基づいて汎化して得られるすべての仮説 H は $H \succeq E\ (B)$ を満たす．命題1より，$B \wedge H \vdash E$ である．

次に，具体例 F について考える．F は本体 $t(b)$ を持つので，B の代わりに $B \wedge (t(b) \leftarrow)$ を用いて底節を計算する．すると，F の底節は

$$D_1 = q(g(b)) \leftarrow s(a), t(b), s(b),$$
$$D_2 = r(b) \leftarrow s(a), t(b), s(b)$$

であり E の場合と同様に D_1, D_2 のどちらかを包摂に基づいて汎化して得られるすべての仮説 H は $B \wedge H \vdash F$ を満たす．

ここで，背景知識 B のもとで E と F を同時に説明する確定節 H を見つけることを考える．E と F の底節の包摂に基づく最小共通汎化をとると底節の選び方によって，次の4つのホーン節が求まる．

$$\begin{aligned} H_1 &= lgg(C_1, D_1) = \leftarrow s(a), s(X), \\ H_2 &= lgg(C_1, D_2) = \leftarrow s(a), s(X), \\ H_3 &= lgg(C_2, D_1) = \leftarrow s(a), s(X), \\ H_4 &= lgg(C_2, D_2) = r(X) \leftarrow s(a), s(X). \end{aligned}$$

節 H_1,H_2,H_3 はゴール節であるので捨て，確定節である H_4 について考える．もちろん，この条件を満たす節は複数個存在する可能性があるが，興味深い仮説 [5] を発見する問題は記述長などのヒューリスティクス [15] を与えて解決すべき別の問題であるので本稿ではふれない．

H_4 は C_2 と D_2 を共に包摂するので，H_4 または H_4 を適当に包摂に基づき一般化した節 H は $H \succeq E\ (B)$ かつ $H \succeq F\ (B)$ を満たす．命題1より，

$$B \wedge H \vdash E \wedge F$$

となる．この様にして例 E と例 F を共に B のもとで説明する確定節 H を求める手法を底節交差汎化法と呼ぶ．

4.2 底節交差汎化法

具体例 E,F を共通の変数を持たない確定節とし，背景知識 B を確定節プログラムとする．

定義 6 底節交差汎化法 (Bottom Reduction Method): 具体例 E,F と背景知識 B に対して，$B \not\models E$ かつ $B \not\models F$ とする．頭部の述語記号が等しい節 C, D を BOTC(E,B) と BOTC(F,B) からそれぞれ選択し，$lgg(C,D)$ を包摂に基づいて汎化して得た仮説 H を出力する．

なお，命題2より，確定節 C と D の頭部の述語記号が異なることと，$lgg(C,D)$ が確定節にならないことが同値であることに注意されたい．

以下で，底節交差汎化法を特徴付ける．

定理 2 背景知識 B を確定節プログラム，具体例 E,F を $B \not\models E$ かつ $B \not\models F$ である確定節とする．$C \in \mathrm{BOTC}(E,B)$, $D \in \mathrm{BOTC}(F,B)$ とすると，H が $H \succeq lgg(C,D)$ を満たす確定節であるならば，H は C と D の B に関する相対包摂に基づく共通汎化である．

証明 C,D には共通のスコーレム定数が出現しないことに注意する．$H \succeq lgg(C,D)$ であるので，$H \succeq C$ かつ $H \succeq D$ であり，H にはスコーレム定数は含まれない．C は E の B に関する底節であり，H は C を包摂するので定理1より，$H \succeq E\ (B)$ である．同様に，$H \succeq F\ (B)$ である．□

定理 3 背景知識 B を確定節プログラム，具体例 E,F を $B \not\models E$ かつ $B \not\models F$ である確定節とする．E,F の B に関する相対包摂に基づく共通汎化となる確定節 H に対して，E,F のある底節 C,D が存在して $H \succeq lgg(C,D)$ である．

証明 $H \succeq E\ (B)$ であるので，定理1より，H は E の B に関するある底節 C を包摂する．同様に，$H \succeq F\ (B)$ より，H は F の B に関するある底節 D を包摂する．このような H は $lgg(C,D)$ を包摂するので，定理は成り立つ．□

定理2と定理3は，それぞれ底節交差汎化法の相対包摂に基づく共通汎化に対する健全性と完全性を示している．

4.3 底節交差汎化法の利点

底節交差汎化法の一つの利点として，例として与えられる確定節 E,F の頭部の述語記号に制限を与えないことが挙げられる．他のILP手法では，例の頭部の述語記号を (明言していないが) 一つと仮定している．この様な学習はILPの枠組みに，含まれるもののこれまでは，陽に扱われてこなかった．

以下に，頭部の述語記号が異なる確定節を具体例として用いることにより，仮説の探索空間を減少させることができる例を示す．たとえば，システムに背景知識として，次の確定節プログラム B が与えられているとする．

$$
\begin{aligned}
B = \quad & mortal(X) \leftarrow birds(X) \\
\wedge\ & mortal(X) \leftarrow fishes(X) \\
\wedge\ & mortal(X) \leftarrow mammals(X) \\
\wedge\ & has\_navel(X) \leftarrow mammals(X).
\end{aligned}
$$

いま，学習システムに二つの具体例

$$
\begin{aligned}
E &= mortal(soc) \leftarrow human(soc), \\
F &= mortal(pla) \leftarrow human(pla)
\end{aligned}
$$

が与えられたとする．E,F に対して，底節交差汎化法によって求まる仮説は

$$
\begin{aligned}
H_1 &= birds(X) \leftarrow human(X), \\
H_2 &= fishes(X) \leftarrow human(X), \\
H_3 &= mammals(X) \leftarrow human(X), \\
H_4 &= mortal(X) \leftarrow human(X)
\end{aligned}
$$

であり，仮説の候補の数は E の底節の数と等しく，仮説の絞り込みが不十分である．

しかし，具体例として F の代わりに頭部の述語記号が E の述語記号と異なる節

$$F' = has\_navel(ari) \leftarrow human(ari)$$

が与えられたとする．このとき E と F' に対して，底節交差汎化法を用いて求まる仮説の候補は

$$H_5 \quad = \quad mammals(X) \leftarrow human(X)$$

であり，E と F を用いた場合に比べて仮説を絞り込むことができる．

5 ILP システム・BORDA

5.1 クラスの制限

底節交差汎化法を計算機に実装する場合，底節の数が無限になる可能性や，底節がいくらでも長い本体を持つ可能性があることが問題となる．このため，一般の場合，仮説の探索が有限時間で終了しない．BORDAでは，背景知識と仮説のクラスを次で定義する弱縮小節からなる確定節プログラムに制限することで，この問題を解決している．

定義 7 確定節 $A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_n$ が**弱縮小節**であるとは，任意の代入 θ と任意の $1 \leq i \leq n$ に対して，$||A_0\theta|| \geq ||A_i\theta||$ であることをいう．ここで，$||A_i||$ は A_i 中に現れる関数記号，定数記号，変数の出現数の総和である．

確定節プログラム B を背景知識，確定節 E を具体例とし，$P = B \wedge \neg(E\sigma^-)$, $G = \neg(E\sigma^+)$ とする．集合 S の要素数を $|S|$ と表記すると，B に関する E の底節の数は $|\mathrm{BOT}^+(E,B)|$ に等しく，さらに，$|\mathrm{BOT}^+(E,B)|$ は P に G の SOLDR 導出の帰結の基礎代入例の数に等しい．B を弱縮小節からなるプログラムに限定すると，P における G の SOLDR 導出の帰結は有限個であり，それらはすべて変数を含まない．よって，$\mathrm{BOT}^+(E,B)$ は有限集合になり，底節の数は有限個となる．

Bottom Reduction Algorithm

input: 具体例 E, F と，背景知識 B;
output: E と F をともに B に関して相対包摂する H;
begin
　E の B に関する底節 $C_1, C_2, \ldots, C_n$ を求める;
　F の B に関する底節 $D_1, D_2, \ldots, D_m$ を求める;
　for $1 \le i \le n$ **do**
　　for $1 \le j \le m$ **do**
　　　if C_i と D_j の頭部の述語記号が等しい **then**
　　　　$H{:=}lgg(C_i, D_j)$;
　　　　H の本体から弱縮小節の条件を
　　　　　　満たさない原子式を削除する;
　　　　H を出力する;
　　　endif
　　endfor
　endfor
end.

図 1: 底節交差汎化法のアルゴリズム

一方，B に関する具体例 E の任意の底節 C の本体の長さは，$|\mathrm{BOT}^-(E,B)|$ に等しい．$\mathrm{BOT}^-(E,B)$ は P の最小モデル中のすべての原子式 A を $\neg A$ に置き換えて得られる集合である．BORDA では，P の最小モデルの代わりに集合 $LM(P{,}E\sigma^+){=}\{A \mid A{\in}T_P{\uparrow}\omega$かつ$||A|| \le ||E\sigma^+||\}$ を用いている．$LM(P, E\sigma^+)$ を求める手法は論理プログラミングで開発されている手法 [18] が利用できる．いま，関数記号と定数記号を P と $E\sigma^+$ に出現するものに限定することによりこの集合は有限集合となる．次の補題からシステムの健全性および完全性は失われない．

補題 1 基礎確定節 $C = A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_n$ に対して，弱縮小節 H は $H \succeq C$ を満たしているとする．このとき，$||A_0|| \ge ||A_i||$ を満たす i を $i_1, \ldots i_k$ とすれば，$H \succeq A_0 \leftarrow A_{i_1}, \ldots, A_{i_k}$ である．

証明　$H \succeq C$ より，適当な θ に対して，$H\theta = B_0 \leftarrow B_1, \ldots, B_l$ とすると，任意の $0 \le i \le l$ について $B_i = A_j$ なる j が存在する．H は弱縮小節であるので，任意の $1 \le i \le l$ について $||B_0|| \ge ||B_i||$ である．□

以上により，BORDA で扱う底節の数と底節の本体の数は有限である．図 1に底節交差汎化法のアルゴリズムを示す．

```
%% BORDA
bottomReduction(E, F, B, H):-
    botc(E, B, C), botc(F, B, D),
    same_head_pred(C, D), lgg(C, D, H).

botc(E, B, [CHead,:-|Cbody]):-
    skolemize(E, [EHead,:-|EBody]), add(EBody, B, P),
    lm(P, EHead, CBody),!, soldr([EHead], P, [CHead]).

soldr([], _Prog, []).
soldr([G|Gs], Prog, L):-
    copy_term(Prog, Prog2), member([G,:-|Bs], Prog2),
    append(Bs, Gs, NewG), soldr(NewG, Prog, L).
soldr([G|Gs], Prog, [G]):- soldr(Gs, Prog, []).
soldr([L|Gs], Prog, [L]):- soldr(Gs, Prog, [L]).
```

図 2: 底節交差汎化法の Prolog プログラム

5.2　底節交差汎化法の実装方法

BORDA の Prolog での実装の主要部を図 2 に示す．Prolog の詳細はテキスト等 [3, 17] を参照されたい．

述語 soldr/3 は基本的に Prolog メタインタプリタであるが，スキップ操作が追加されている．確定節プログラム P とゴール節 G が与えられたとき，手続き soldr(G,P,A) は P における G の SOLDR 導出の帰結となる原子式 A を計算する．Prolog のバックトラック機構により，異なった複数の帰結を得る．soldr/3 が用いる中間述語 copy_term/2 は項の変種を計算する Prolog の一般的な組み込み述語であり，中間述語 append/3 は二つのリストの連結を求める述語，中間述語 member/2 は与えられたリストの要素を一つ求める述語である．

手続き botc(E, B, C) は例 E の背景知識 B に関する底節 C を，前節で述べた近似方法を用いて計算する．述語 botc/3 で用いる中間述語 skolemize/2 は，節中の変数をスコーレム定数に置き換える述語である．手続き add(G,B,P) により，ゴール G 中に現れるすべてのリテラルを背景知識 B に追加したプログラム P を得る．手続き lm(P,A,M) はプログラム P と原子式 A から，原子式の集合 $M = LM(P, A)$ を計算する．

手続き　bottomReduction(E, F, B, H) は，背景知識 B に関して，具体例 E と F をともに相対包摂する節 H を計算する．手続き　lgg(C,D,H) は節 C と節 D の包摂に基づく最小共通汎化 H を計算する．E と F の底節から頭部の述語記号が同

じである底節 C と D を見つける探索には，述語 same_head_pred(C,D) と Prolog のバックトラック機構を用いている．

次に BORDA の実行例を示す．

```
| ?-E=[p(f(a)),:-],
    F=[q(g(Y)),:-,t(Y)],
    B = [ [s(a),:-],
          [s(X),:-,t(X)],
          [p(f(X)),:-,r(X)],
          [q(g(X)),:-,r(X)] ],
    bottomReduction(E,F,B,H).

H = [r(_A),:-,s(a),s(_A)] ?
yes
```

これは，仮説 $H = r(A) \leftarrow s(a), s(A)$ が，具体例 $E = p(f(a)) \leftarrow$ と $F = q(g(Y)) \leftarrow t(Y)$ と 4.1で用いた背景知識 B から得られたことを示している．

6 おわりに

本稿では確定節プログラムに対する新しいILP手法である底節交差汎化法を提案し，その実装であるILP システム BORDA について述べた．底節交差汎化法は底汎化法の複数の例への拡張であり，相対包摂を用いた論理的背景に基づいている．

底節交差汎化法のひとつの利点は，与えられる例の述語に制限を与えていないことであり，異なる概念間にまたがる共通の規則を発見することができる．底節交差汎化法において，異なる述語の具体例を用いると，一般に仮説の探索空間を減少させることを考察した．本手法に関連する理論的研究として RLGG[2] や $\mathrm{CIG}_{\geq\Sigma}$[12] が挙げられるが，これらはいずれも述語記号が異なるような具体例を扱うことができない．

本稿では与えられる具体例が二つの場合のみを示したが，三つ以上の具体例に関しても同様に扱うことができると考えている．底節交差汎化法の実装である BORDA では，背景知識と仮説のクラスを制限することにより，底節の個数と，各底節の本体の長さを有限に抑えている．背景知識と仮説のクラスの制限について，本稿で与えた以外の制限を用いることは今後の研究課題である．

参考文献

[1] 有川節夫，原口誠：述語論理と論理プログラミング，オーム社 (1988).

[2] Buntine, W.L.: Generalized Subsumption and Its Application to Induction and Redundancy, *Artificial Intelligence*, Vol.36, pp.149-76 (1988).

[3] Flach, P.: *Simply Logical –Intelligent Reasoning by Example–*, Wiley (1994).

[4] 古川康一: 帰納論理プログラミング－チュートリアル－, 人工知能学会誌, vol.12, No.5, pp.655-64 (1997).

[5] Inoue, K.: Linear Resolution for Consequence Finding, *Artificial Intelligence*, Vol.56, pp.301-53 (1992).

[6] Ito, K.,Yamamoto, A.: Finding Hypotheses from Examples by Computing the Least Generalization of Bottom Clauses, To appear in: *Proceedings of the First International Conference on Discovery Science* (1998)

[7] Jung, B.: On Inverting Generality Relations, *Proceedings of the 3rd International Workshop on Inductive Logic Programming*,pp.87-101 (1993)

[8] Lloyd, J.W.: *Foundations of Logic Programming*, Springer-Verlag (1984).

[9] Muggleton, S.: Inductive Logic Programming, *New Generation Computing*, Vol.8, No.4, 295-318 (1991).

[10] Muggleton, S.: Inverse entailment and Progol, *New Generation Computing*, Vol.13, No.3-4, pp.245-86 (1995).

[11] Nienhuys-Cheng, S., Wolf, R.D.,: *Foundaitions of Inductive Logic Programming*, Springer (1997).

[12] Page, C.D., Jr., Frisch, A.M.: Generalization and Learnability:A Study of Constrained Atoms, *Inductive Logic Programming*, Muggleton,S.(ed.), Academic Press, pp.29-61 (1992).

[13] Plotkin, G. D.: A Note on Inductive Generalization, *Machine Intelligence* , Vol.5, pp. 153-63 (1970).

[14] Plotkin, G. D.: A Further Note on Inductive Generalization, *Machine Intelligence* , Vol.6, pp. 101-24 (1971).

[15] Rissanen, J.: Modelling by Shortest Description, *Automatica* , Vol.14, pp. 465-71 (1978).

[16] Rouveirol, C.: Extensions of Inversion of Resolution Applied to Theory Completion, *Inductive Logic Programming*, Muggleton,S.(ed.), Academic Press, pp.63-92 (1992).

[17] L. Sterling and E. Shapiro: *The Art of Prolog*, The MIT Press,Cambridge MA (1986).

[18] Yamamoto, A.: Short Note: Procedural Semantics and Negative Information of Elementary Formal System *Journal of Logic Programming*,Vol.13, No.1, pp.89-97 (1992).

[19] Yamamoto, A.: Representing Inductive Inference with SOLD-Resolution, The extended abstract is in *Proceedings of the IJCAI'97 Workshop on Abduction and Induction in AI*,pp.59-63 (1997).

[20] Yamamoto, A.: Which Hypotheses Can Be Found with Inverse Entailment?, In *Proceedings of the Seventh International Workshop on Inductive Logic Programming (LNAI 1297)*,pp.296-308 (1997).

[21] Yamamoto, A.: An Inference Method for the Complete Inverse of Relative Subsumption, To appear in *New Generation Computing* (1998).

[22] A. Yamamoto. Revising the Logical Foundations of Inductive Logic Programming Systems with Ground Reduced Programs. To appear in *New Generation Computing*, 1998.

[23] A. Yamamoto. Using Abduction for Induction based on Bottom Generalization, To appear in A. Kakas and P. Flach (eds.) *Abductive and Inductive Reasoning : Essays on their Relation and Integration* (1998).