知能と複雑系　115 －13
（1999. 1. 12）

矛盾した知識からの推論

越智 洋　　太原 育夫

東京理科大学理工学部情報科学科

〒278-8510 千葉県野田市山崎2641
TEL 0471-24-1501　FAX 0471-23-9764
E-mail: ochi@spl.is.noda.sut.ac.jp　tahara@is.noda.sut.ac.jp

あらまし　本論文では，文脈を指定することにより矛盾した知識から有意味な結論を導き出す方法を提案する．矛盾した知識を取り扱う場合，まず無矛盾な知識集合を選び出しその下で演繹的推論を行うという方法がこれまでよく考えられてきた．しかし選び出される無矛盾な知識集合は複数存在するので何らかの選択基準が必要である．ここでは，極大な無矛盾知識集合をあらかじめ決められた優先関係ではなく，それと無矛盾な外的条件すなわち文脈を指定することにより一意に決定する方法を提案する．まず極小矛盾集合のヒッティング集合により極大無矛盾集合を一意に決めることができることを示し，それに基づいて文脈を定義する．そして文脈を伴う質問に対する質問応答システムを提案する．

キーワード　矛盾した知識，文脈，極大無矛盾知識集合，極小矛盾知識集合，ヒッティング集合

Reasoning from inconsistent knowledge bases

Hiroshi OCHI,　Ikuo TAHARA

Department of Information Sciences,
Faculty of Science and Technology, Science University of Tokyo

2641 Yamazaki, Noda-shi, Chiba 278-8510, Japan
TEL 0471-24-1501　FAX 0471-23-9764
E-mail: ochi@spl.is.noda.sut.ac.jp　tahara@is.noda.sut.ac.jp

Abstract　This paper presents a framework to infer non-trivial conclusions from an inconsistent knowledge base by introducing contexts. Many approaches for handling inconsistency in knowledge bases have proposed to get maximal consistent subbases and to apply classical entailment on these consistent subbases to deduce plausible conclusions. This treatment needs appropriate selection principles on maximal consistent subbases. We propose a way to select a unique maximal consistent subbase by giving a context that is consistent with the subbase rather than by giving a priority ordering. We show that the maximal consistent subbase is uniquely decided by the hitting set of minimal conflict subbases, and define the context on the basis of this result. We also present a procedure for answering whether a query with context holds in the inconsistent knowledge base.

key words　inconsistent knowledge base, context, maximal consistent subbase, minimal conflict subbase, hitting set

1　まえがき

問題解決は人工知能の主要な研究課題の一つであり，これまでに様々な研究がなされてきた．従来の研究においては，主として第1階述語論理に基づく知識表現と，知識から三段論法的に結論を導く演繹推論に基づく問題解決が考えられてきた．

ところで，このような枠組みによる問題解決が成功するためにはその問題領域に関する知識が完全であることが必要であるが，我々は多くの場合完全な知識によって問題を解決しているわけではない．そこで人間が行っているような情報が欠如していたり例外を含んでいたりする不完全な知識のもとでの合理的な推論について研究が行われるようになった．このような推論は一般に常識推論と呼ばれ，デフォルト推論や極小限定，閉世界仮説といった形式化が提案されてきた[1].

不完全な知識としては矛盾を含んだ知識も考えられるが，矛盾を含んだ知識を取り扱う場合，まず無矛盾な知識集合を選び出しその下で演繹的推論を行うという方法がこれまでよく考えられてきた[2],[3]. しかし選び出される無矛盾な知識集合は複数存在するので何らかの選択基準が必要となる．その方法の一つとして，知識間にある優先関係を与え，競合する知識を含む複数の無矛盾知識集合が現れた場合には優先度が高い知識を含むものを採用するという考え方がある[4],[5]. しかし，競合する知識の優先関係があらゆる状況において有効であるとは限らない．例えば，「善は急げ」「果報は寝て待て」という二つのことわざを考えた場合，これらの間には常に成り立つ優先関係は存在しない．ある状況の下では「善は急げ」であるし，別の状況の下では「果報は寝いて待て」といえるからである．

本論文では，矛盾した知識の下での推論を形式化するため，極大な無矛盾知識集合をあらかじめ決められた優先関係ではなく，それと無矛盾な外的条件，すなわち文脈を指定することにより一意に決定し，その下で推論を行うという方法を提案する．

2　極大無矛盾部分集合

矛盾を含む知識（命題論理式の集合）をΣとしたとき，ΣのもとでQが成り立つかという質問は無意味である．なぜなら矛盾を含むΣのもとでは任意の論理式が演繹可能だからである．そこで，無矛盾な部分集合$S \subseteq \Sigma$を考え，そのもとでQが演繹可能かどうかを問うことになる．

矛盾を含む知識集合から無矛盾な部分集合を取り出す場合，知識内の論理式をできるだけ多く残すという観点から極大な無矛盾部分集合を考えることにしよう．

定義 2.1　Σの無矛盾部分集合に対し，$S \subset S'$となるようなΣの無矛盾部分集合S'が存在しないとき，SをΣの極大無矛盾部分集合と呼ぶ．

ところで，極大な無矛盾部分集合に対照的な概念として極小な矛盾部分集合というものを考えることができる．

定義 2.2　矛盾を含む知識をΣとし，その部分集合をΓとする．任意の$\varphi \in \Gamma$について

1．$\Gamma - \{\varphi\}$は無矛盾

2．$\Gamma - \{\varphi\} \vdash \neg\varphi$

であるとき，ΓをΣの極小矛盾部分集合という．

矛盾した知識集合Σに含まれるすべての極小矛盾部分集合から各々少なくとも1つ要素を取り除けば，残った要素からなる集合は無矛盾であるから，この極小矛盾部分集合の概念を用いて，極大無矛盾部分集合は以下のように特徴付けることができる．

定義 2.3　$\Pi = \{\Gamma_1, \cdots \Gamma_n\}$（各$\Gamma_i$は集合）としたとき

1．$H \subseteq \bigcup_{i=1}^{n} \Gamma_i$

2．$H \cap \Gamma_i \neq \emptyset$ $(i = 1, \cdots, n)$,

であるような集合HをΠのヒッティング集合という．さらに，任意の真部分集合$H' \subset H$がΠのヒッティング集合とならな

$H' \subset H$ が Π のヒッティング集合とならないとき，H を Π の極小ヒッティング集合という．

定理 2.4　矛盾を含む知識を Σ とし，Σ のすべての極小矛盾部分集合からなる集合を Π とする．Π の極小ヒッティング集合を H としたとき $\Sigma - H$ は Σ の極大無矛盾部分集合である．

3　文脈

矛盾を含む知識 Σ に対する極大無矛盾部分集合は一般に複数存在し互いに矛盾している．そこである $S \subseteq \Sigma$ が Q を支持し，別の $S \subseteq \Sigma$ が Q を支持しないとき（あるいは $\neg Q$ 支持するとき），Q は成り立つといえるのかという問題が生じてくる．この問題に関する対処の仕方としては大きく分けて次の２つが考えられる．１つは，すべての $S \subseteq \Sigma$ が Q を支持したとき Q は成り立つとするものであり，もう１つは，少なくとも１つの $S \subseteq \Sigma$ が Q を支持すれば Q は成り立つとするものである．そして後者の場合はさらにその S を選ぶ選択基準がある場合とない場合（どれでもよいから１つ選ぶ場合）とに分けられる．本論文では，知識を最大限利用するという観点から１つの極大無矛盾部分集合を選択する方法を考える．

極大無矛盾部分集合の選択方法としては，あらかじめ与えられた知識の優先関係を利用する方法がよく考えられているが，先に述べたように必ずしも常に優先関係が与えられると言うわけではないので，ここでは固定された知識間の優先順序ではなく，その時々の外的条件すなわち文脈や状況を指定することによって極大無矛盾部分集合を一意に決定する方法を考える．

以上の考え方を形式化すると以下のようになる．

定義 3.1　知識（矛盾を含む命題論理式の集合）を Σ とし，その極大無矛盾部分集合すべてからなる集合を $MC(\Sigma)$ とする．命題論理式の集合を C，質問（論理式）を Q としたとき

1．$S \in MC(\Sigma)$
2．$S \cup C \vdash Q$
3．$S \cup C$ は無矛盾

となる S が唯一存在するならば，Q は Σ で成り立つという．そしてこのような C を Σ の文脈という．

さて，ある論理式の集合 C が与えられたとき，それが文脈であるかどうかはどのように判断したらよいだろうか？ここで極大無矛盾部分集合が極小矛盾部分集合の極小ヒッティング集合によって特徴付けられることに注目しよう．

定理 3.2　矛盾を含む知識を Σ とし，Σ のすべての極小矛盾部分集合からなる集合を Π とする．Π のすべての極小ヒッティング集合の集合を

$$MH = \{H_1, \cdots, H_n\}$$

としたとき，Σ の極大無矛盾部分集合すべてからなる集合を MC とすると

$$MC = \{\Sigma - H_1, \cdots, \Sigma - H_n\}$$

となる．

この定理は，Σ の極大無矛盾部分集合と極小ヒッティング集合が一対一に対応していることを示している．従って次の定理が得られる．

定理 3.3　矛盾を含む知識を Σ とし，Σ のすべての極小矛盾部分集合からなる集合を Π とする．Π の極小ヒッティング集合を H とし，その各要素の否定の連言を $\overline{H}$ とするとき，$C \vdash \overline{H}$ となるような C は文脈である．

4　質問応答システムの計算アルゴリズム

4.1　システムの概要

ここでは，矛盾を含む知識のもとでの外的条件を伴う質問に対する応答システムに

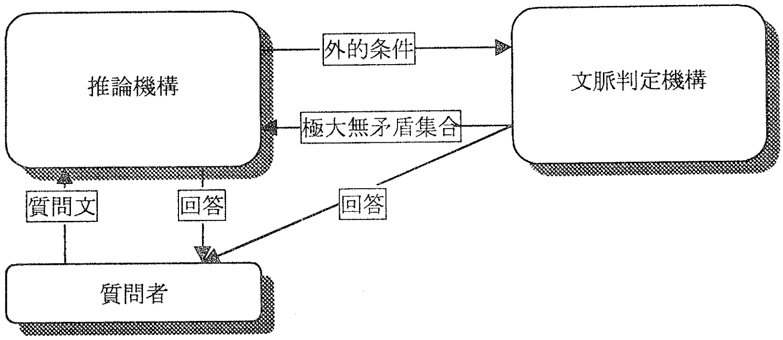

図1 外的条件を伴う質問応答システム

ついて考える．システムの概要は図1のようになる．このシステムは与えられた外的条件を文脈かどうか判定し，文脈であればそれに基づいて極大無矛盾部分集合を決定する文脈判定機構と，文脈判定機構で決定された極大無矛盾部分集合のもとで与えられた質問が成り立つかどうかを答える推論機構とに分かれる．

4.2 文脈判定機構

文脈判定機構は，質問と共に与えられた条件Cが知識集合Σの文脈であるかを判定し，Cが文脈であればそこから決定される極大無矛盾部分集合を推論機構に返す．

ところで，Cが文脈かどうかを調べるためにはΣの極小矛盾部分集合すべてからなる集合MICの極小ヒッティング集合全体の集合MHを求めておく必要がある．そこで，それらを実際どのようにして求めればよいかを考えよう．

知識集合Σが与えられたとき，その極小矛盾部分集合を求めるには導出反駁を考えればよい．すなわち，$\varphi\in\Gamma$について線形導出を行い，空節が導かれればその導出プロセスに含まれる節を生成したΓの要素とφが一つの極小矛盾部分集合を構成することになる．

定義 4.1 Sを節集合とする．節の系列

$D_1,D_2,\cdots,D_n$が

1．$D_n=\Box$（空節）

2．D_k $(1\leq k\leq n)$はSの要素，またはD_i,D_j $(i,j<k)$からの導出節であるとき，

Sからの反駁という．

定義 4.2 P_0を命題論理式,$\Sigma=\{P_1,\cdots,P_N\}$を命題論理式の集合とする．$P_i$ $(0\leq i\leq N)$から得られる節をC_{ij} $(j=1,2,\cdots,n(i))$とし

$$S=\{C_{ij}|i=0,1,2,\cdots,N;j=1,2,\cdots,n(i)\}$$

とする。このときSからの反駁

$$D_1,D_2,\cdots,D_n(=\Box)$$

について

1．$D_1=C_{0j}$　ただし$\exists j\in\{1,2,\cdots,n(0)\}$

2．R_iをD_iの導出に用いられた論理式の添字の集合として

（1）$D_k=C_{ij}$ならば$R_k=\{i\}$

（2）D_kがD_l,D_mからの導出節ならば$R_k=R_l\cup R_m$

としたとき，$D_1,D_2,\cdots,D_n$を(Σ,P_0)からの反駁といい，R_nを返すという．

これらの定義をもとに，極小矛盾部分集合は次のような手続きで求めることができる．

定義で与えられた(Σ,P)からの反駁を計算し，反駁に用いられた論理式の添字の集合を返す関数を$Ref(\Sigma,P)$と書くことにする．ただし反駁がない場合はnilを返すものとする．
Σを知識集合，MIC を極小矛盾部分集合の集合とする．

1．$MIC := \emptyset$,　$\Sigma_1 := \Sigma$とする．
2．$p \in \Sigma_1$について$Ref(\Sigma,p)$を計算する．
3．$Ref(\Sigma,p) = \mathrm{nil}$ならば$\Sigma_1 := \Sigma_1 - \{p\}$として
　2．へ戻る（Σ_1が空集合なら終了）．
　$Ref(\Sigma,p) \neq \mathrm{nil}$ならば$Ref(\Sigma,p)$に対応する論理式の集合を$\Sigma_2$とし，
　$MIC := MIC \cup \{\Sigma_2\}$,
　$\Sigma_1 := \Sigma_1 - \Sigma_2$
　として2．へ戻る（Σ_1が空集合なら終了）．

Σの極小矛盾部分集合すべてからなる集合 MIC からその極小ヒッティング集合全体の集合MH を計算するには Reiter[6]の$HS-tree$を用いればよい．
MH が求められたとき，与えられた外的条件C がΣの文脈となるかどうかを判定するには，$C \vdash \overline{H}$ となるようなMH の要素H が唯一存在するかを調べればよい．その手順は関数Ref を用いると，次のようになる．ここで，$MH = \{H_1,\cdots,H_n\}$ とする．

アルゴリズム 4.3
1．$H := \emptyset$,　$i := 1$とする．
2．$Ref(C,\neg\overline{H}_i)$を計算する．
3．$Ref(C,\neg\overline{H}_i) = \mathrm{nil}$ ならば，$i := i+1$とし2．へ戻る．
　$Ref(C,\neg\overline{H}_i) \neq \mathrm{nil}$ のとき，
　　$H \neq \emptyset$ならば終了．
　　（Cは文脈ではない）
　　$H = \emptyset$ならば$H := H_i$，$i := i+1$
　　とし2．へ戻る．
　（$i > n$となるまで繰り返す）

この手続きをMH のすべての要素に対して行ったとき$H \neq \emptyset$ならば，C はΣの文脈である．

4.3　推論機構

推論機構は，与えられた知識のもとで質問が成り立つかどうかを推論し応答する機構である．まず，外的条件を伴う質問を次のように定義する．

定義 4.4　Cを論理式の集合，Qを論理式とする．このとき(C,Q)を条件付き質問と呼ぶ．

条件付き質問(C,Q)が与えられたとき，それが知識Σのもとで成り立つかどうかを答えるには，CがΣの文脈となるかどうかを調べ，文脈となるならば極大無矛盾部分集合が一つ与えられるので，そのもとで質問が成り立つかを考えればよい．しかし，質問Qが与えられた知識Σのもとではいかなる状況でも成り立たないような場合，CがΣの文脈となるかどうかを判定するための計算は無意味である．そこで，条件付き質問(C,Q)が与えられたとき，まず$\Sigma \cup C$の矛盾部分集合からQを導くことができるかを調べることにする．そこでもしQを導く
ような$\Sigma \cup C$の矛盾部分集合が見つかればCがΣの文脈となるかどうかを調べることにする．

以上のことから，条件付き質問(C,Q)が与えられたとき，それが知識集合Σのもとで成り立つかという質問に対する応答のアルゴリズムは次のようになる．

アルゴリズム 4.5　Σを矛盾を含む知識，(C,Q)を条件付き質問とする．ここで，Σの極小矛盾部分集合すべてからなる集合MICとその極小ヒッティング集合すべてからなる集合$MH = \{H_1,\cdots,H_n\}$ はあらかじめシステムに与えられているものとする．

<u>Step1</u>　$\Sigma \cup C$ の矛盾部分集合から Q を導くことができるかどうかの判定

(1) $Ref(\Sigma \cup C, \neg Q)$ を計算する.
(2) $Ref(\Sigma \cup C, \neg Q) = \mathrm{nil}$ ならば *No* を返し終了.
$Ref(\Sigma \cup C, \neg Q) \neq \mathrm{nil}$ ならば Step2 へ進む.

<u>Step2</u>　C が文脈であるかの判定

アルゴリズム 4.3 を用いる.
C が文脈でないならば *Unknown* を返し終了.
C が文脈ならば Step3 へ進む.

<u>Step3</u>　文脈 C で Q が成り立つかどうかの判定

(1) $S := \Sigma - H_i$ とする.
(2) $Ref(S \cup C, \neg Q)$ を計算する.
(3) $Ref(S \cup C, \neg Q) = \mathrm{nil}$ ならば *No*, $Ref(S \cup C, \neg Q) \neq \mathrm{nil}$ ならば *Yes* を返し終了.

5　適用例

外的条件を伴う質疑応答システムの計算アルゴリズムの適用例を２つあげる.
まず矛盾を含む知識集合 Σ として次のものを与える.

$$\Sigma = \{p,\ p \to q,\ \neg q,\ \neg p,\ r\}$$

このとき Σ の極小矛盾部分集合すべてからなる集合 *MIC* は

$$MIC = \{\{p,\ p \to q,\ \neg q\},\ \{p,\ \neg p\}\}$$

となる．したがって *MIC* の極小ヒッティング集合すべてからなる集合 *MH* は

$$MH = \{\{p\},\ \{p \to q, \neg p\},\ \{\neg q, \neg p\}\}$$

となる.

以上をもとにして, 次の２つの条件付き質問が Σ のもとで成り立つかどうかを考える.

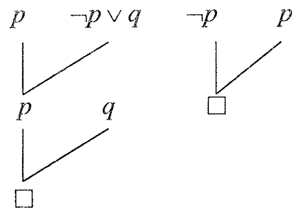

図 2 : *MIC* を求めるための導出反駁木

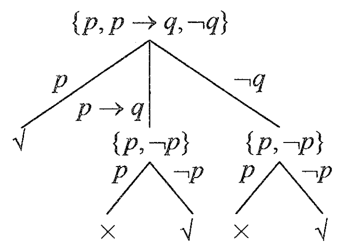

図 3 : *MH* を求める *HS-tree*

図 3 において，根から“√”でラベル付けされた節までの道筋の枝のラベルを要素とする集合が極小ヒッティング集合となる.

例 5.1

$$C = \{\neg p\}$$
$$Q = \neg q \vee r$$

の条件付き質問 (C, Q) が与えられたとき, (C, Q) は Σ のもとで成り立つか？

<u>Step1</u>

$Ref(\Sigma \cup C, \neg Q) \neq \mathrm{nil}$
となるので Step2 へ進む.

<u>Step2</u>

$$H_1 = \{p\}$$
$$H_2 = \{p \to q\}$$
$$H_3 = \{\neg q, \neg p\}$$

とすると,

$\overline{H}_1 = \{\neg p\}$

$\overline{H}_2 = \{p \wedge \neg q\}$

$\overline{H}_3 = \{q \wedge p\}$

であるから，各$\overline{H}_i$について$Ref(C, \neg\overline{H}_i)$を計算すると,

$C \vdash \overline{H}_1$

$C \nvdash \overline{H}_2$

$C \nvdash \overline{H}_3$

となることがわかる．よってCはΣの文脈である．

Step3

$S = \Sigma - H_1 = \{p \to q, \neg q, \neg p, r\}$

となる。

$Ref(S \cup C, \neg Q) \neq \mathrm{nil}$

であるから、*Yes*を返す.

よって，条件付き質問 (C, Q) はΣで成り立つことが分かる.

例 5.2

$C = \{\neg p \vee (p \wedge \neg q)\}$

$Q = r$

の条件付き質問(C, Q)が与えられたとき，(C, Q)はΣのもとで成り立つか？

Step 1

$Ref(\Sigma \cup C, \neg Q) \neq \mathrm{nil}$

となるので Step2へ進む.

Step2

例 5.1 と同様の計算をすると

$C \vdash \overline{H}_1$

$C \vdash \overline{H}_2$

となるので *Unknown* を返す.

これは，CはΣの文脈ではないので，この条件のもとではQが成り立つかどうかを答えることはできないことを表している.

ここで,

$S_1 = \Sigma - H_1 = \{p \to q, \neg q, \neg p, r\}$

$S_2 = \Sigma - H_2 = \{p, \neg q, r\}$

とすると, Qはどちらの極大無矛盾部分集合のもとでも成り立つことがいえるが，このシステムでは，極大無矛盾部分集合を一つに決定できないような曖昧な状況のもとでの質問には *Yes* とも *No* とも答えを出さない.

6 むすび

本論文では知識間の優先関係が常に成り立たないような矛盾を含む知識のもとでの推論を形式化するため，その時々の外的条件すなわち文脈による極大無矛盾部分集合の決定法を提案した．極大無矛盾部分集合は，極小矛盾部分集合全体の集合の極小ヒッティング集合と一対一に対応していることに注目し，文脈によって極大矛盾部分集合が一意に決定できることを示した．また，外的条件を伴う質問応答システムを実現する際の計算アルゴリズムを考案した.

本論文で提案した方法は，大規模で分散した知識ベースの利用，マルチエージェントによる情報処理などにも適用することができる．しかしそのためには反駁の効率的な計算方法を検討しなければならない.

また，本論文で提案した形式化は曖昧な状況，すなわち複数の極大無矛盾部分集合を選択し得るような外的条件のもとでは推論を行うことができない．例 5.2 において，rはΣのすべての極大無矛盾部分集合で成り立つので，rは外的条件Cに関係なくあらゆる状況で成り立つとも考えられる．今後の課題として，矛盾を引き起こす原因とならない要素のみで質問に答えることができる場合の処理の検討が考えられる.

参考文献

[1] W. Lukaszewicz, "Non-monotonic Resoning: Formalization of Commonsense Reasoning," Ellis Horwood, 1990.

[2] F. Lin, "Reasoning in the presence of inconsistency," Proc. AAAI-87, pp.139-143, 1987.
[3] C. Cayrol, "On the relation between argumentation and non-monotonic coherence-based entailment," Prc. IJCAI-95, pp.1443-1448, 1995.
[4] N. Roos, "A logic for reasoning with inconsistent knowledge," Artificial Intelligence, Vol.57, pp.69-103, 1992.
[5] 渡辺泰之，太原育夫, "選好的仮説集合をもつ知識ベースにおける推論," 信学論 (DII), Vol.J79-D-II, No.8, pp.1382-1389, 1996.
[6] R. Reiter, "A theory of diagonosis from first principles," Artificial Intelligence, Vol.32, pp.57-95, 1987.