

マーケットの安定性と価格シグナル

エージェントによるシミュレーションと解析

水田秀行¹, Ken Steiglitz, Erez Lirov

日本IBM 東京基礎研究所¹, プリンストン大学

〒242-8502 神奈川県大和市下鶴間1623-14 (LAB-S72-B)

(046)273-4965

e28193@jp.ibm.com

あらまし 我々はさまざまな価格シグナルを用いることによって、単純なエージェントによるマーケットの安定性にどのような効果があるのか、シミュレーションと解析によって調べた。シミュレーションの結果、各エージェントから出されたBid Priceを単純平均したシグナルや、あるいは、Bid Priceを取引量の少ないものを優先するよう逆に重み付けしたシグナルを用いることによって、それまで激しく振動していたマーケットが安定へと向かうことを見た。さらに単純化したモデルについて発展方程式を解析することでシグナルと安定性について考察する。このようにAuctioneerが持つオーダーブックの情報がマーケットの安定性において重要であることを確認する。

キーワード シグナル, マーケットシミュレーション, 安定性, エージェント, 価格変動

Market Stability and Price Signals

Agent-based Simulation and Analysis

Hideyuki Mizuta¹, Ken Steiglitz and Erez Lirov

IBM Tokyo Research Laboratory¹, Princeton Univ. Computer Science Department

1623-14, Shimotsuruma, Yamato-shi, Kanagawa-ken, 242-8502, Japan

+81-46-273-7413

e28193@jp.ibm.com

Abstract We study the effects of different price signals on the stability of an agent-based auction-cleared automated market, using both simulation and analysis. The results show that such markets can be stabilized using a price signal that is the average of all bids, and that this signal leads to more stable behavior if the bids are weighted inversely with the size of the offers. This confirms the notion that information in the order book is valuable, and suggests new, more stable algorithms for market-based control.

key words market, simulation, agent, stability, signal

はじめに

現在急速に発展している Internet や、Software Agent を用いた自動取引により市場にこれまで無かった激しい変化が生じると予想されている。

コンピュータ上で多様なエージェントを用いたマーケットシミュレーションはこのような動的で均衡からはずれたマーケットの振る舞いを調べる有力な手法として、近年経済学のみならず、物理や数学、工学の研究者からも注目を集めている [1]。

一口にマーケットと言ってもその適用範囲は広く、マーケットシミュレーションの研究目的や手法もさまざまである。Santa Fe Institute や電総研では、AI や GA 等の手法でエージェントの振る舞いを複雑に変化させ、現実に近いマーケットを再現している [2, 3]。また、IBM の Kephart らはネットワークにおいて情報の売買を行うエージェント間の競争に注目し、ゲーム理論的解析を行っている [4]。Levy, Levy and Solomon は、stock と bond からなるマーケットにおける参加者の多様性と価格変動の関係に注目した [5, 6]。工学への応用としては、さまざまな資源配分問題を分散したエージェントによるマーケットを通じてパレート最適解を求める研究が行われている [7]。

Steiglitz は生産者と投機家を含むマーケットモデルを用いて、価格の振動と二種類の投機家による均衡価格への収束やバブルの発生、あるいは投機家の存在による GNP の増加などを調べた [8]。

本稿において我々は、この単純で確定的なエージェントを用いて価格振動やさまざまなシグナルの影響についてシミュレーションを行う。また、より単純化したモデルについて動力的解析を行い、マーケットにおけるシグナルと価格安定性について調べる [9]。

マーケットシミュレーション

マーケットにおける価格変動の安定性をシミュレーションを用いて調べる。

ここでは Steiglitz らによる生産と消費を含むモデル [8] を用いる。このモデルには Food と Gold の二種類の財が存在し、Gold を通貨と考えた場合の Food の価格変動を考える。Food 価格は Sealed-bid Double Auction において Food 取引量が最大となるように定められる。

一回のオークションは以下のような手順で行われる。まずオークション仲介者は RFB (Request For Bid) という、次の Bid を要求するメッセージを全参加者に送る。RFB には、シグナルとして前回の価格が含まれている。各エージェントはこのシグナルに従って生産と消費 (生産エージェント) あるいは価格の推定 (投機家) を行った後、売り、買い、あるいは何もしないという Bid を返す。オークション仲介者はこれらの Bid を集計し、需要供給曲線の交点から今回の価格を決定し、エージェントに Food と Gold の交換を指示する。このような手順を繰り返すことによって、マーケットにおける価格変動が与えられる。

このマーケットにおける代表的なエージェントとして、一期間に Food か Gold どちらか一方を生産し、また、Food を一単位消費する生産エージェントを考える。生産される財としては、それぞれの生産能力と前回の価格シグナルをもとに、より価値の高いものが選ばれる。また、エージェント毎に望ましい Food 在庫量が定められており、在庫がそれより少ない場合にはマーケットで買おうとし、多い場合には売ろうとする。このように単純で近視眼的な判断によって生産および取引を行うため、図 1 に示すように、生産エージェントのみからなるマーケットにおいて Food 価格は非常に大きく振動し、ほとんどの期間、需要あるいは供給のみが存在し、取引はほとんど成立しない。

このように不安定なマーケットに過去の価格変動から Fundamental Price を推定し合理的に売買を行う投機家を加えることによって、図 2 のようにマーケットを安定させることができる。それでは、生産エージェントのみのマーケットでは必ず価格は不安

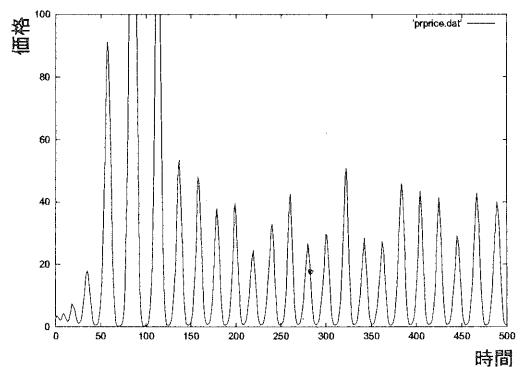


図 1 10 個の生産エージェントによる価格変動

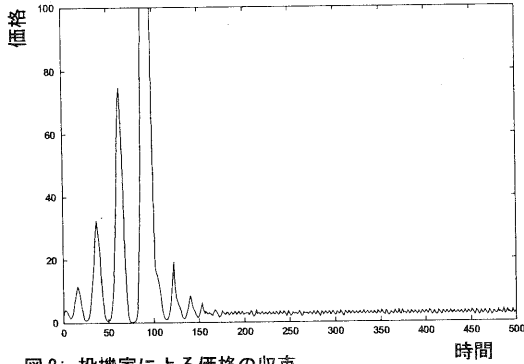


図2: 投機家による価格の収束

定になってしまうのだろうか。我々は、投機家を用いず、生産エージェントに与える価格シグナルを変更することによって、マーケットの安定性がどう影響されるか調べてみた。

ここでは次のようなフィードバック系を考えている。まず、RFBによってシグナルがn個のエージェントに渡される。エージェントはシグナルを見て生産物を決定し、また、在庫に応じてBidを返す。この時、Bid価格はシグナルと在庫量に依存している。オークション仲介者によって集められたBidから、また次のシグナルが決定される。

このようなシグナルとして、これまで通常の市場価格(Prとする)を用いてきた。これを、集められたn個のBidに含まれる個々の価格(p_i)やFood取引量(a_i)といったオーダーブックの情報を用いた他のシグナル(表1)に変更してみる。この実験ではn=10個のエージェントを用いた。

シグナル	定義
P0	$\frac{1}{n} \sum_i p_i$
P1	$\frac{1}{\sum a_i} \sum_i a_i p_i$
P2	$\frac{1}{\sum 1/(1+a_i)} \sum_i \frac{1}{1+p_i} p_i$

表1: シグナルと定義

まず全てのBid価格を単純に平均したシグナル(P0)を用いた結果を図3aに示す。時刻100までPrを与え、その後P0へと変更している。シグナルP0によって、価格の振動がゆるやかにおさまっていくのが分かる。

次に、オーダーブックの情報を更に活用するため、Bid中のFood量によって重み付け平均されたBid価格をシグナル(P1)として用いる。図3bにあるように、P1を用いた場合、Prと同様の激しい振動が生じる。そこで、逆に、Food量の逆数によって重み付け平均されたBid価格をシグナル(P2)とする。結果は図3cとなる。シグナルP2によってマーケット価格は非常に速やかに収束することが分かる。

このようにシグナルを変更することによっても生産エージェントのみのマーケットを安定させられることを見た。シグナルP0とP2によって価格が安定し、P1によって不安定になることについては、次のような直感的説明が考えられる。

生産エージェントが多量のBidを出すのは、在庫の望ましい量からの隔たりが大きい場合であり、このように均衡から大きく外れたエージェントの付け

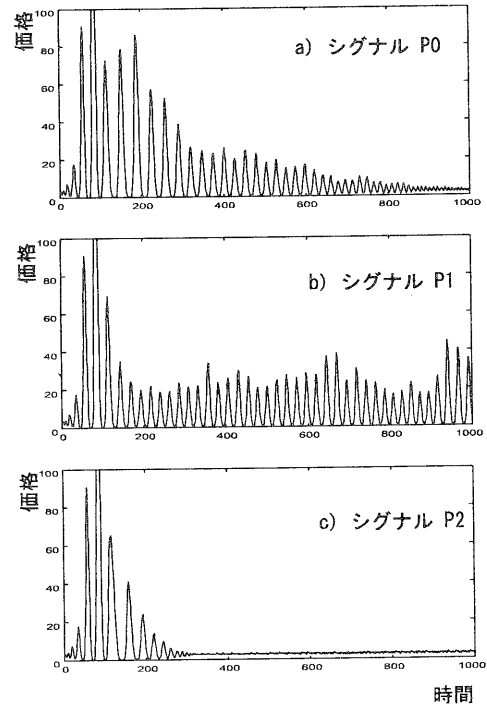


図3: シグナルと価格安定性

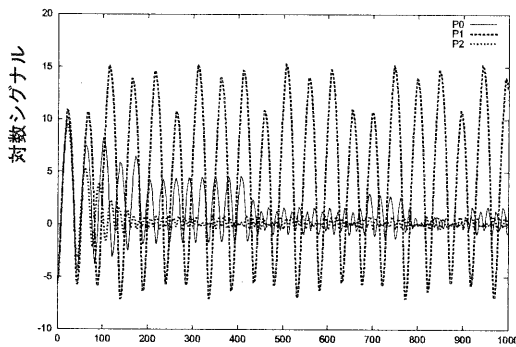


図4: 単純化したモデルによるシミュレーション

る価格もまた、均衡価格とは大きく隔たったものとなる。そこで、P2のように均衡に近いエージェントの価格をより重視することで、市場全体を落ち着かせることができる。元のシグナルPrについても、オークションにおいて価格を定める際に需要供給曲線の交点を用いるためBid量の大きいものをより重視したものとなっており、P1と同様に価格が激しく振動するものと考えられる。

単純なモデルによる解析

これまで示したようなマーケットにおける価格変動を完全に解析的に取り扱うことは、単純なモデルとエージェントを用いたにもかかわらず、その非線形性のため困難である。ここでは、非常に単純化した、しかし、本質的には同等と考えられるモデルを用いてシグナルの違いによる価格の安定性について考察を試みたい。

我々は以下のように単純化したモデルを用いる。

まず、Bidの決定や取引の決済時におけるGoldの依存性はFood価格変動の安定性を考える際には影響が少ないので無視し、今後Food在庫のみを考慮する。

また価格が振動している間にFoodとGoldの実際の交換が成立するのは瞬間的(価格が極大値あるいは極小値を取るとき)であるため、取引自体を簡略化し、売り買い双方がある時はFood在庫の過不足が無くなるものとする。

2つの生産エージェントのみを考え、Foodの過剰在庫を a_i 、Food生産能力を σ_i+1 とする。

元のモデルでは、シグナルpに対して次のBid Priceは e^{-ba_p} となり、シグナルの定義で与えられる

加重平均 E_w により次のシグナルは $E_w(e^{-ba_p})$ となっていた。我々は対数シグナル $q=\log(p)$ を導入し、簡単のため対数と加重平均の順序を逆にした式によってシグナルを再定義する。

エージェントのFood在庫は $q<0$ の場合1減少し、 $q=0$ の時 σ_i 増加する。余剰生産力 $\sigma_0<\sigma_1$ とする。

最後にスケールの変更によってbを消去して、モデルの発展方程式は次のように与えられる。

$$q(t+1) - q(t) = -F_w(a_i(t)), \quad (i=0, 1)$$

$$a_i(t+1) = \begin{cases} S_i(t+1) + a_i(t), & (a_0(t)a_1(t) \geq 0) \\ S_i(t+1), & (a_0(t)a_1(t) < 0), \end{cases}$$

$$S_i(t+1) = \begin{cases} \sigma_i, & (q(t+1) \geq 0) \\ -1, & (q(t+1) < 0), \end{cases}$$

このような単純化にもかかわらず、価格振動に対するシグナルの効果の違いは、図に示すように本質的に同等となっていることが確認できる。

シグナルP0に対して、この発展方程式を用いて安定性を解析してみる。P0に対して E_w は次のように与えられる。

$$E_w(a_i(t)) = (a_0(t) + a_1(t))/2.$$

t=1において次のような初期条件を考える。

$$q(1) = -Q \ll 0,$$

$$a_0(1) = a_1(1) = -1.$$

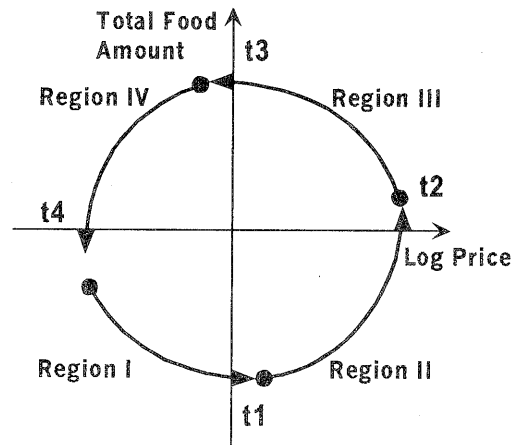


図5: Food在庫と価格のサイクル

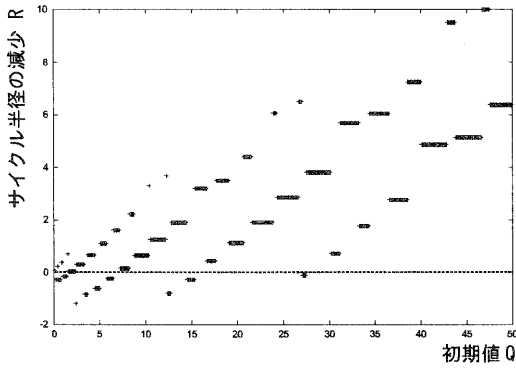


図6: シグナルP0によるサイクルの縮小

この後、系は図5に示すようなサイクルを経過したのち、次に示す終状態に達する。

$$\begin{aligned} q(t_4 + 1) &= -Q + R, \\ a_0(t_4 + 1) &= a_1(t_4 + 1) = -1. \end{aligned}$$

サイクルの4つの領域にとどまる時間 T_j は

$$\begin{aligned} T_j &\equiv t_j - t_{j-1}, \\ \hat{\sigma} &\equiv (\sigma_0 + \sigma_1)/2 \end{aligned}$$

として以下の4つの不等式を満たす最小の正整数として与えられる。

$$\begin{aligned} t_1^2 + t_1 - 2Q &\geq 0, \\ T_2 &> t_1/\sigma_1, \\ -\hat{\sigma}(T_3^2 + T_3)/2 &< Q - t_1(t_1 + 1)/2 - (2t_1 - \hat{\sigma}(T_2 + 1))T_2/2, \\ T_4 &> T_3\sigma_0. \end{aligned}$$

これらの値を用いることで、一周期後のサイクル半径の減少量 R が与えられる。

$$\begin{aligned} R = & t_1(t_1 + 1)/2 + [2t_1 - \hat{\sigma}(T_2 + 1)]T_2/2 \\ & - \hat{\sigma}(T_3 + 1)T_3/2 - T_3T_4\hat{\sigma} + T_4(T_4 + 1)/2. \end{aligned}$$

図6はエージェントの余剰生産能力を0.3と0.6とした時のサイクルの初期値 Q に対する R の依存性を示している。大きな Q に対しては正の R が得られるため振動は小さくなっていくが、ある程度 Q が減少すると負の R が現れ、それ以上の収束は困難となることが分かる。

他のシグナル Pr と $P3$ に対しても同様の計算を行った。ここで、 $P3$ とは、より少量の Bid を行ったエージェントの Bid Price をとるシグナルであり、 $P2$ の極限にあたるものである。

図7と図8にそれぞれの結果を示す。

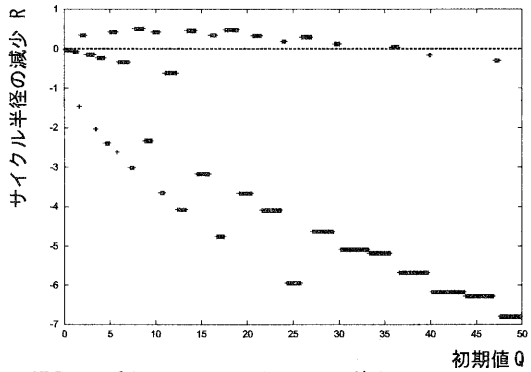


図7: シグナルPrによるサイクルの縮小

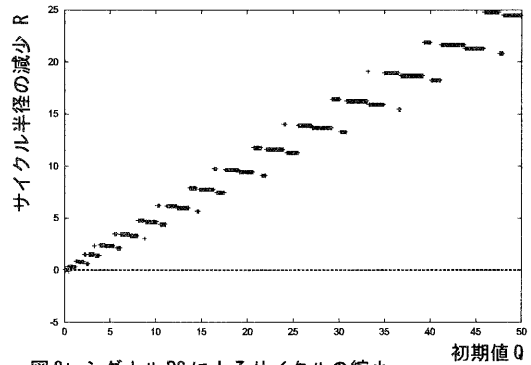


図8: シグナルP3によるサイクルの縮小

Pr については負の R が支配的であり、価格振動が発散する様子が、 $P3$ については正の R が支配的であり、価格振動が収束する様子が分かる。

最後に1パラメータ r によって、これら3つのシグナルを連続的に推移するシグナルを考えよう。

$$|a_j| = \min_i (|a_i|), \quad |a_k| = \max_i (|a_i|)$$

となる j, k を用いて、

$$P(r) = rp_j + (1-r)p_k$$

とする。これは $r=0, 0.5, 1$ の時、それぞれ $Pr, P0, P3$ となる。このシグナルについても同様に解析でき、結果を図9に示した。横軸は r 、縦軸は Q の初期値である。それぞれの場合におけるサイクルの縮小率がその点の明るさとなっている。 r が増加するにつれ、安定性が増していることが分かる。

おわりに

我々はマーケットの安定性についてSimulationおよび単純なモデルについての解析を用いて考察した。これまでの研究では、ファンダメンタルあるいはトレンドに注目する投機家によるマーケットの収束や変動を見てきた。ここでは、過去の価格動向を用いない近視眼的な生産エージェントのみを用いたマーケットにおける安定性について、オーダーブックの情報から構成されたシグナルを用いて調べた。

その結果、Bid 価格の単純平均をとったシグナルP0によって価格振動はゆるやかに収まり、Bid量によって重み付け平均をとったシグナルP1では再び激しく振動し、逆にBid量の逆数によって重み付け平均をとったシグナルP2を用いることで強く収束することを見た。このように、従来の合理的な投機ではなく、単純なエージェントへのフィードバックによるマーケットの安定性の解析は、マーケット価格の動力学の理解や、ネットワーク上でのソフトウェアを用いた自動取引、工学におけるマーケットベースコントロールの応用などに重要であると考えられる。

また、非常に単純化されたモデルを用いて価格振動の安定性とシグナルの関係について調べた。この結果はいくぶん単純化によって誇張されたものであるが、おおむね一致する傾向が得られた。さらに、パラメータによって連続的に変化させたシグナルによって、収束領域と発散領域とが複雑に入り混じっている様子を見た。これによって、非常に単純化されたモデルにおいてもカオス的な振る舞いをするものと考えられる。

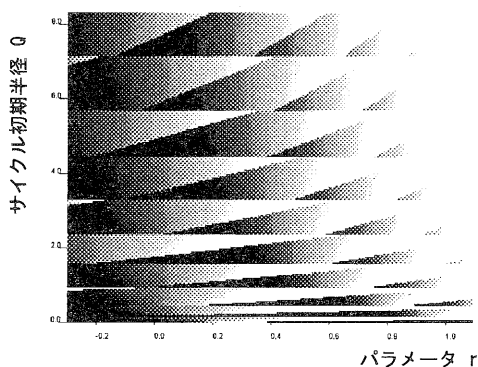


図9: 連続的に変化させたシグナルの安定性
白は収束、黒は発散へと向かう領域を示す

今後の課題としては、この解析結果をもとに、より複雑な要素(複数の財や残余取引の影響)を考慮した解析を行うことや、生産エージェントだけではなく一般的に応用可能なシグナルの研究などが考えられる。

参考文献

- 1) Moss de Oliveira, S., de Oliveira, P. M. C. and Stauffer, D.: Evolution, Money, War, and Computers: Non-Traditional Applications of Computational Statistical Physics, Leipzig: Teubner, (1999).
- 2) Arthur, W. B., Durlauf, S. N. and Lane, D. A. (ed.): The Economy as an Evolving Complex System II, Addison-Wesley, (1997).
- 3) Izumi, K.: An Artificial Market Model of a Foreign Exchange Market, Ph.D. thesis, The University of Tokyo, (1998).
- 4) IBM Research: Information Economics Project, <http://www.research.ibm.com/infoecon/>.
- 5) Levy, M., Levy, H. and Solomon, S.: Econ. Lett. Vol. 94, 103, (1994).
- 6) Levy, M., Levy, H. and Solomon, S.: J. Physique I Vol. 5, 1087, (1995).
- 7) Clearwater, S. (ed.): Market-based Control: A Paradigm for Distributed Resource Allocation, World Scientific, Hong Kong, (1996).
- 8) Steiglitz, K. and Shapiro, D.: Simulating the Madness of Crowds: Price Bubbles in an Auction-Mediated Robot Market, Computational Economics, Vol. 12, (1998).
- 9) Mizuta, H., Steiglitz, K. and Lirov, E.: Effects of Price Signal Choices on Market Stability, WEHIA' 99, <http://ciclamino.dibe.unige.it/wehia/papers/mizuta-steiglitz-lirov.zip>, (1999).