**解 説**

# 非単調論理と常識推論†

松 本 裕 治†† 佐 藤 健†††

## 1. は じ め に

われわれ人間が日常行っている推論は必ずしも論理的な推論 (logical inference) ではない. むしろ, ほとんどの推論が命題論理や第一階述語論理などの古典論理では説明できない推論過程を経て行われている. このように古典論理では説明できず, 必ずしも正しいとは限らないが, 多くの人間に共通にみられる推論を総括して常識推論 (Commonsense Reasoning) と呼ぶ.

古典論理がもっている大きな特徴に, 論理的に導くことのできる結論 (演繹的帰結) の集合が公理の変化に対して単調 (Monotonic) に変化するということ, が考えられる. つまり, 古典論理では, ある公理の集合に新しい公理を追加すると, 今まで得られなかった結論が得られることはあっても今までの結論が演繹によって導かれなくなることは決してない☆.

一方, 人間が日常行っている推論では明らかにこのような単調性を仮定することはできない. 人間は, なんらかの根拠をもって信じていたことを, 新しい事実を知ることによって翻すことがある (信念の翻意 (belief revision) と呼ばれる). つまり, 常識推論が論理的推論と比較してもつ際立った特徴の一つに, 新しい事実 (公理) の追加に対する結論の集合の増加が非単調 (nonmonotonic) であることが考えられる. このような特徴をもつ推論を非単調推論 (Nonmonotonic Reasoning) と呼び, それを論理的な体系として定式化しようとして生まれた論理的体系は総称して非単調論理 (Nonmonotonic Logic) と呼ばれており, これまでにさまざまな体系が提案されている.

非単調推論の実現を目指した形式的なアプローチは, 大きく二つに分けることができる. 一つは, 人間の常識的な推論において, 知っている事柄だけが正しいことのすべてであるとする態度を定式化しようとするアプローチである. たとえば, 試験問題やクイズを解くときには, 通常, 問題に書かれていないことは成り立たないと仮定する. たとえば, 人食い人種と宣教師の問題などでは, より大きなボートがどこかにあるかも知れないとか, 川の上流か下流に橋が架かっているかも知れないとかは考えないのが普通である. また, 時刻表に載っていない列車が存在するとはふつう考えてもみない. これらの推論は人間が日常的に行う推論であり, ほとんどの場合正しいが, しかし, 必ずしも常に正しいとは限らない. このような推論は, 与えられた事実の集合を満足する論理モデルをなるべく小さいものと理解しようとするアプローチであり, ここでは, 極小モデルによるアプローチと呼ぶことにする. 極小限定 (Circumscription)[1] や閉世界仮説 (Closed World Assumption)[2] などがこの立場の理論であり, これらは本誌の別の解説[3] で詳しく説明されている.

もう一つのアプローチは, あることを結論付けるのに自分の現在の知識に照らし合わせて判断を行う推論過程を定式化しようとするアプローチである. たとえば, 「大抵の鳥は空を飛ぶことができる」という常識を考えてみよう. これは, 例外を含む規則であるので, ある鳥が与えられると即座にそれが飛べると結論付けることはせず, それがペンギンやダチョウなどのような例外的な鳥でないか, また, 羽根などに異常があって飛ぶことができない鳥かどうかを自分の知識によって確かめ, 問題がない場合に限り飛べると結論する. これも絶対的に正しい推論ではないが, 推論の途中で自分の現在の知識を参照し, 矛盾が生じないかどうかを調べる過程が含まれる. このようなアプローチの多くは, 無矛盾性を表す様相演算子を古典論理に導入して論理を拡張することによって行われる. たとえ

---

† Nonmonotonic Logic and Commonsense Reasoning by Yuji MATSUMOTO (Data Processing Center, Kyoto University) and Ken SATOH (Institute for New Generation Computer Technology).

†† 京都大学大型計算機センター
††† (財)新世代コンピュータ技術開発機構

☆ たとえば, $A, B$ を一階述語論理式の集合とし, $\mathrm{Th}(A)$ を $A$ から一階述語論理の推論規則によって導かれる結論の集合とすると, $A \subseteq B$ ならば必ず $\mathrm{Th}(A) \subseteq \mathrm{Th}(B)$ である.

ば，$M$ を様相演算子として，$Mp$ によって論理式 $p$ が現時点の結論の集合と無矛盾であること，すなわち，$p$ の否定 $\neg p$ が現時点の結論の集合に含まれないことを表し，これによって古典論理を拡張する．このような様相演算子は，現時点の結論の集合（行為者の信念の集合）を参照するので，自己参照演算子（self-referential operator）または内省的演算子（introspective operator）とも呼ばれる．ここでは，この種のアプローチが自己参照を行いながら自身の信念を無矛盾に保とうとする性質に注目して，無矛盾的アプローチと呼ぶことにする．

本解説では，後者のアプローチに焦点を当てて基本から最近の話題まで説明する．したがって，本解説では非単調論理という用語は狭義に後者のアプローチを取る体系を指すことにする．最初に，非単調論理の歴史と主な体系について説明し，次にそれらの応用的側面，そして最後に最近の話題としてさまざまな体系の関係などについて説明する．

## 2. 非単調論理

本章では，特に無矛盾的アプローチを取っている非単調論理の歴史および代表的な体系を概説する．極小モデルに基づくアプローチについては，本誌の解説[3]を参考にされたい．ただし，これら両者のアプローチの間の関係については，本解説の後半で簡単に触れるつもりである．

### 2.1 非単調論理の歴史

非単調論理という用語を初めて用いたのは，McDermott と Doyle[4] であるが，同様の概念を論理的な枠組みで実現しようとした試みは，それ以前からもあった．

ロボットのプランニング用の言語として MIT で開発された PLANNER[5] は，THNOT というオペレータをもっており，(THNOT $P$) は $P$ が証明できないときに限り真となる．これは，Prolog の失敗による否定（Negation as Failure）[6] と同様の考えであるが，PLANNER が扱っているのが関数記号を含まない一階述語論理であることなどから理論的な研究はあまり行われていない．非単調論理の研究はフレーム問題（Frame Problem）☆[7] と密接な関係をもっている．

Sandewall[8] は，フレーム問題を解決する一つの方法として，UNLESS という高階の演算子を一階述語論理に導入した．UNLESS ($p$) は論理式 $p$ が証明できないときに限り真となる．つまり，考案されたもともとの動機はそれぞれ異なるが，UNLESS 演算子は PLANNER の THNOT と意味的には同じものである．Sandewall は，明示的に記述されていない事実や与えられた事実から証明できないことは正しくないと考えることによって，明示的に変化すると記述されたもの以外は真偽値を保つという推論にこの演算子を用いることを提案した．非単調論理という言葉が注目を浴びるようになったのは，1980 年の Artificial Intelligence 誌の非単調論理特集[9] によってである．この巻には，McDermott & Doyle の非単調論理（Non-monotonic Logic）[4]，Reiter のデフォルト論理（Default Logic）[10]，および，McCarthy の極小限定（Circumscription）[1] の最初の論文が収録されている．この三つの体系は，現在でも非単調論理を代表するアプローチである．また，これをさかのぼる 2 年前の 1978 年には，Minker が編集した "Logic and Data Bases"[11] に Reiter の閉世界仮説（Closed World Assumption）[2] と Clark の失敗による否定（Negation as Failure）[6] の論文が発表されている．約 10 年前のこのような短期間の間に非単調論理の主立った体系がすべて現れたというのは非常に興味深い現象である．

### 2.2 デフォルト論理 (Default Logic)[10]

デフォルト論理は，Reiter によって提案された非単調論理であり，デフォルト（defaults）という特殊な推論規則を定義することによって一階述語論理を拡張した．

デフォルト理論（Default Theory）は，対 ($D$, $W$) によって定義される．$W$ は一階述語論理の整式（well-formed formula, wff）の集合，$D$ はデフォルトと呼ばれる次のような表現の集合である．

$$(1)\quad \frac{\alpha(\bar{x}) : \beta_1(\bar{x}), \beta_2(\bar{x}), \cdots \beta_m(\bar{x})^{☆☆}}{w(x)}$$

ここに，$\bar{x}$ は変数の組である．このように自由変数を含むデフォルトを開デフォルト（open defaults），自由

☆ ある行動や事象の発生によって変化する事実と変化しない事実をどのように記述するかという問題．一般には非可解な問題であるが，これを自然にしかも計算可能な形で記述する努力が払われている．ただし，例外を多く含む事柄や物の性質や定義などをどのように効率的に記述するか，また，ある行動が可能であるかどうかを示す条件をどのようにして記述するかという問題（資格問題（Qualification Problem）と呼ばれる）も含めて広い範囲の問題を指すことが多い．

☆☆ Reiter の最初の定義では，$\beta_i(x)$ は $M\beta_i(x)$ と記述されていたが，様相演算子 $M$ はデフォルトのこの部分にしか用いられないので冗長であると考えて本解説のように省略されることが多い．また，以下，デフォルト (1) を $\alpha(x) : \beta_1(x), \beta_2(x), \cdots, \beta_m(x)/w(x)$ のように記述する．また，$\alpha(x)$ をこのデフォルトの前提（prerequisite），$\beta_i(x)$ らを根拠（justification），$w(x)$ を結論（consequent）と呼ぶ．

変数を含まないものを閉デフォルト (closed defaults) と呼ぶ．閉デフォルトは，自由変数を現在の公理系から構成できるすべての項によって置き換えてできる閉デフォルトすべてを代表していると理解される．$D$を閉デフォルトのみからなる集合としよう（この場合，デフォルト理論は閉デフォルト理論と呼ばれる）．

デフォルト $\alpha:\beta_1, \cdots \beta_m/w$ は，推論規則として次のような意味をもつ．$\alpha$ が証明でき，しかも，$\beta_1, \cdots \beta_m$ がすべて無矛盾ならば（それらの否定が証明できなければ）$w$ を結論してよい．言い換えれば，$\alpha$ が成り立つという条件の下で，$\beta_1$ 以下を正しくないとする確固とした証拠がないならば，$w$ を正しいと結論付けてもよい，ということである．

$W$ は一階述語論理式の集合であり，デフォルト理論は通常の一階述語論理の演繹規則およびデフォルトによって $W$ から導くことができる論理式の集合を与える．このような集合はデフォルト理論 $\Delta=(D, W)$ の拡張 (extension) と呼ばれ，形式的には次のように定義される．

ある一階述語論理式の集合 $E$ に対して $\Gamma(E)$ が次の三つの条件を満たす極小の集合とする．

（1） $W \subseteq \Gamma(E)$

（2） $\mathrm{Th}(\Gamma(E))=\Gamma(E)$

（3） $\alpha:\beta_1, \cdots \beta_m/w \in D$，かつ，
$\alpha \in \Gamma(E)$，$\neg\beta_1, \cdots, \neg\beta_m \notin E$ ならば，
$w \in \Gamma(E)$

$\Gamma$ の不動点，すなわち，$\Gamma(E)=E$ となる集合 $E$ をデフォルト理論 $\Delta$ の拡張と呼ぶ．

直観的に説明すれば，$\Delta$ の拡張は，$W$ を含む（一階述語の論理的帰結のもとで）閉じた集合のうち，$D$ のすべてのデフォルトを矛盾させない極小の集合となる．

$\Delta$ の拡張は，一般に一意に存在するとは限らない．また，拡張が存在しない場合もあり得る．

特に，根拠がただ一つの論理式よりなり，それが結論と同一であるデフォルト（つまり，$\beta=w$ であるデフォルト）を正規デフォルト (normal defaults) と呼び，正規デフォルトのみからなるデフォルト理論を正規デフォルト理論と呼ぶ．正規デフォルト理論には少なくとも一つの拡張が存在することが知られており，重要な性質である．また，根拠が同様にただ一つの論理式よりなり，かつ，結論を包含するようなデフォルト（すなわち，ある $C$ があって，$\beta=w\wedge C$ となっているデフォルト）を準正規デフォルト (seminormal defaults) と呼ぶ．準正規デフォルトのみからなるデフォルト理論（準正規デフォルト理論）は必ずしも拡張をもつとは限らない．（この辺りの議論については，文献[12),13)]を参照のこと）

### 2.3 Non-monotonic Logic (NML)[4)]

McDermott と Doyle によって提案された NML は，デフォルト論理と同様の考えに基づく非単調論理である．ここでは，非単調論理という言葉を一般的な意味で用いているので，彼らの論理を NML と呼ぶことにする．NML でも，自己の信念を参照する様相演算子 $M$ を一階述語論理に導入する．デフォルト論理と NML の違いは，前者が信念の参照をデフォルトの根拠部分のみに限ったのに対して，NML では論理式の中に演算子 $M$ が含まれることを許し，$M$ に関する論理式以外は一階述語の推論規則のみを用いようとしたことである．したがって，NML の整式は，一階述語論理式だけではなく，$M$ を様相演算子としてもつ式をも含む．

様相演算子 $M$ に関する推論規則は，デフォルト理論と同様に，論理式 $\neg p$ が演繹できないときに $Mp$ を結論とする，というものである．

$A$ を NML の整式の集合（行為者が最初に信じている前提）とする．次のように定義される集合を考えよう．

$S=\{p \mid A \cup M\bar{S} \vdash p\}$*

$S$ は再帰的に定義されているから，これを満たす $S$ はデフォルト理論と同様にこの定義の不動点となる．

デフォルト論理と NML が異なる結果を生む例を一つあげておこう．デフォルト理論 $(\{p:q/q, r:s/s\}, \{p\vee r\})$ に対応する NML は前提集合が $A=\{p\wedge Mq\supset q,\ r\wedge Ms\supset s,\ p\vee r\}$ よりなると考えられるが，これらから得られるそれぞれの不動点を考えると，前者は $\mathrm{Th}(\{p\vee r\})$ となるのに対し，後者では $\mathrm{Th}(A\cup\{q\vee s\})$ となる．これは，デフォルトは前提が証明されないかぎり有効とならず，推論の方向も一方向にしか利用できないのに対して，NML では $M$ を含む式が通常式**と同じレベルで扱われ，演繹に係わるからである．

### 2.4 自己認識論理 (Autoepistemic Logic)[14)]

NML はいくつかの好ましくない性質をもってい

---

* $S$ を NML の整式の集合とするとき，$M\bar{S}=\{Mp \mid \neg p \notin S\}$ と定義する．なお，この定義は，Moore[14)] に従った記述であり，McDermott & Doyle[4)] の初期の記述とは異なる．

** $M$ のような様相演算子を含まない論理式を通常式 (ordinary formula) と呼ぶ．

る．たとえば，$\{Mp, \neg p\}$ という前提からなる NML は無矛盾な不動点をもってしまう．また，$M(p \wedge q)$ から $Mp$ を結論することができない．前者は，$p$ が成り立たないにもかかわらず $p$ を信じてもよいと考えている行為者に相当する．また，後者は，行為者の信念が論理的に閉じていないことを示している．

NML がこのような不自然さをもつ理由として，Moore[14] は，NML の行為者は自分が信じていないことに関しては十分な知識があるが，自分が信じていることに関する知識が欠けていることを指摘し，自己認識論理を提案した．自己認識論理では $M$ の代わりに行為者の信念を表す様相演算子 $L$（実は，$M$ の双対，すなわち，$L$ は $\neg M \neg$ に等しい）を導入し，前提となる論理式集合 $A$ に対して次のような集合 $T$ を定義した．$T$ は $A$ の自己認識拡張 (Autoepistemic extension) と呼ばれる．

$$T=\{\phi \mid A \cup LT \cup \neg L\overline{T} \vdash \phi\}$$

ここに，$LT$ は集合 $\{L\phi \mid \phi \in T\}$，$\neg L\overline{T}$ は集合 $\{\neg L\phi \mid \phi \notin T\}$* を表す．つまり，前者は行為者が正しいことを信じているということ，後者は行為者が正しいと示すことができないことは信じていないということを表している．

NML は前提 $A$ に対して $T=\{\phi \mid A \cup \neg L\overline{T} \vdash \phi\}$ となる集合を定義していたことになる．この違いから，NML の行為者は，正しいことを必ずしも信じているとは限らないということが分かる．

NML との比較のために前節で示した例を考えてみよう．一つ目の例は，$A=\{\neg Lq, q\}$ という集合に相当し，これは無矛盾な自己認識拡張をもちえない．また，$\neg L(p \vee q)$ を含む自己認識拡張は，もしそれが $p$ を含めば $p \vee q$ を演繹的結論として含み，したがって $L(p \vee q)$ を含むことになり矛盾するし，$p$ を含まなければ，$\neg Lp$ を含むことになる．つまり，$\neg L(p \vee q)$ を含む無矛盾な自己認識拡張は必ず $\neg Lp$ をも含む．

## 3. 非単調推論システム

本章では，今まで述べた枠組みの直接の応用ではないが，非単調推論を実現するために開発された代表的なシステムを紹介しようと思う．紹介するのは TMS, ATMS, および，THEORIST であるが，これらはいずれも仮説を立てることによって既知の事実だけからは導くことができない結論を推論することを目指しており，仮説推論システムの範疇に入るが，仮説推論も一種の非単調推論であり，これらのシステムは，NML やデフォルト論理と密接な関係をもつので，ここで紹介することにした．

### 3.1 TMS (Truth Maintenance System)[15]

TMS は，無矛盾な信念の状態を維持するために作られた機構である．TMS では，二つのデータ構造を扱う．一つは node と呼ばれ，信念の内容を表す．node の状態が in のときその node の表す内容が信じられていることを表し，out のときにそれが信じられていないことを表す．もう一つは，justification と呼ばれ，信念が信じられるための根拠を表す．たとえば，SL-justification と呼ばれるものは以下のような形式をしている．

(SL 〈inlist〉〈outlist〉)

ここで，inlist, outlist は node の並びで，inlist 内の node がすべて in であり，outlist 内の node がすべて out ならばこの justification をもつ node が in であることを示している．矛盾が検出された場合には，矛盾した node の inlist をたどって in となっている node のどれか一つを out にすることで局所的な矛盾回避を行う．この方法を依存関係に基づく後戻り (dependency directed backtracking) と呼ぶ．以下では，紙面の都合上 TMS を簡単化して矛盾回避の方法を説明する．

図-1 はある矛盾した信念の状態を表している．justification によって，$Q$ が信じられるためには $P$ を信じていてはならず，$S$ が信じられるためには $R$ を信じていてはならず，矛盾（図では×という node）が信じられるためには，$Q$ と $S$ が両方信じられていなければならないことが表されている．図-1 の状態では，$P$ と $R$ が信じられておらず，その結果として $Q$ と $S$ が信じられており，その結果として矛盾が検出されている状態を表している．

TMS は矛盾した node からリンクをたどり，その原因である $Q$ または $S$ を out にしようとする．図-2 は，$Q$ を out にして矛盾が回避された状態である．この例では，$P$ に新しい justification を付け加え

| node | justification | state |
|---|---|---|
| $P$ | | out |
| $Q$ | $(SL()(P))$ | in |
| $R$ | | out |
| $S$ | $(SL()(R))$ | in |
| × | $(SL(QS)())$ | in |

図-1 矛盾した信念の状態

* $M$ と $L$ は双対であるから，$\neg LT$ と $MT$ は同一の集合である．

| node | justification | state |
|---|---|---|
| $P$ | $(SL(S)\,())$ | in |
| $Q$ | $(SL()\,(P))$ | out |
| $R$ | | out |
| $S$ | $(SL()\,(R))$ | in |
| × | $(SL(QS)\,())$ | out |

図-2 矛盾が回避された状態

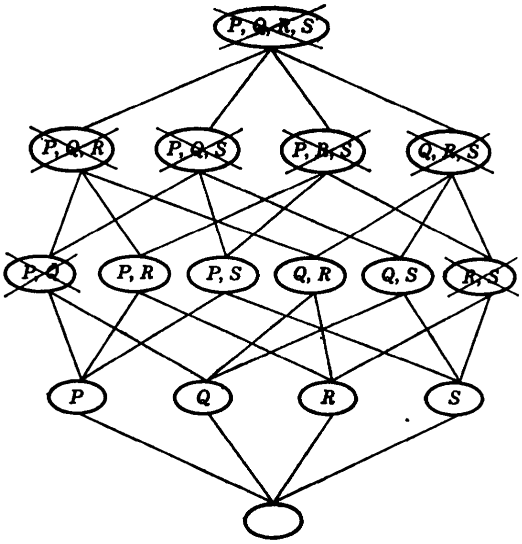


図-3 仮説の組合せのようす

て $P$ を in にすることで $Q$ を out にしている．$S$ の状態を変えずに矛盾を回避したことを表すために $P$ の justification に $S$ を入れてある．

### 3.2 ATMS (Assumption-based Truth Maintenance System)[16]

TMS が一つの無矛盾な信念の状態を維持するのに対し，複数の無矛盾な信念を同時に扱いたい場合があり得る．この目的のために ATMS では，仮説の組合せをボトムアップに作っていき，矛盾する仮説の組合せが生じたときにそれ以上の仮説を組合せないようにすることで効率的に複数の無矛盾な信念を同時に保持する．

ATMS を概念的に説明したものが図-3 である．仮説としては $P$, $Q$, $R$, $S$ があり，$P$ と $Q$, $R$ と $S$ の組合せは矛盾であるとする．図-3 では，下から一つの仮説，二つの仮説の組合せ，三つの仮説の組合せ，……というように仮説を組み合わせていく．一般に，$N$ 個の仮説の組合せを作るときは，その中のどの $N-1$ 個の仮説の組合せも無矛盾である必要がある．

この例では，$P$ と $Q$, $R$ と $S$ の組合せが矛盾であることから三つ以上の仮説の組合せは作ることができない．矛盾していない仮説の組合せで最上部にあるものの一つが，TMS における無矛盾な信念の状態に対応している．

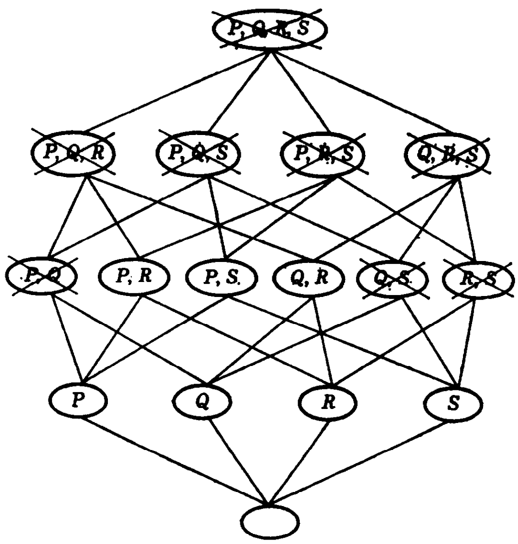


図-4 矛盾が回避されたようす

ここで新たに $Q$ と $S$ の組合せが矛盾であると分かったとしてみよう．ATMS は $Q$ と $S$ の組合せを含んでいる仮説の組合せを下の方から順に削除していく．この例では，$Q$ と $S$ の組合せのみが削除される (図-4)．

### 3.3 THEORIST[17),18)]

Poole らが開発した THEORIST は，一階述語論理に基づく仮説推論システムである．公理の集合と仮説の集合が与えられており，質問として与えられた論理式を真にするためにどの仮説（のどの具体例）を真と仮定すればよいかを判断するシステムである．Poole[18)] は，仮説をデフォルトと解釈することにより THEORIST の枠組みがデフォルト論理と深い関係にあることを示している．たとえば，THEORIST の式は次のように記述される．

**default** uis($X$) : ¬employed($X$)
←uni_student($X$).
**default** eia($X$) : employed($X$)←adult($X$).
**default** ais($X$) : adult($X$)←uni_student($X$).
**fact** uni_student (paul).

最初の三つが仮説であり，デフォルトに相当する．uis ($X$) などは仮説の名前であるが，述語として他の論理式の中で用いられてもよい．さて，employed (paul) を正しい結論と説明するためには，{eia (paul), ais (paul)} を仮説として仮定すればよい．また，¬employed (paul) を説明するためには，{uis (paul)} を仮定すればよい．それぞれの仮説を正規デフォルトによって表現すれば（例えば第一の **default** については，$W$ に $\forall x$ (uis $(x) \supset (\neg$employed $(x) \subset$uni-student $(x)))$ を加え，$D$ に：uis$(x)$/uis$(x)$ を加える）THEORIST で得られる二つの無矛盾な仮説はこうしてできるデフォルト理論がもつ二つの拡張と一致する．この例はデフォルト理論が人間の直感に反する拡張（paul が employed であるとする結果）を生むことでデフォルト論理に疑問を投げ掛けたので有名な例である[19]．

THEORIST では，仮説の名前を論理式中に用いることにより，仮説の適用を押さえたりすることができる．たとえば，大学生には第2番目の仮説を適用したくないのであれば，次のような式を付け加えればよい．

**constraint** ¬eia$(X)$←uni_student$(X)$.*

これによって，人間の直感に合わない拡張を抑えることができる．このような式は制約と呼ばれ，論理的には fact と同じであるが，仮説の適用を押さえたり，仮説中の条件文の両方向の使用（すなわち，条件文の対偶を用いること）を抑制したりするために用いられる．たとえば，次のような仮説，

**default** $d : c \leftarrow b$.

の中の条件文を $\neg c \rightarrow \neg b$ の意味で用いたくない場合には，次のような制約，

**constraint** $\neg d \leftarrow \neg c$.

を設けることによって，$\neg c$ が成り立つときにこの仮説が有効にならないようにすればよい．

## 4. 非単調論理に関する最近の話題

非単調推論を実現しようという理論的なアプローチは 2. で述べたもののほか，文献[3] で取り上げられているものなどさまざまなものがあり，それぞれに特色がある．本章では，これらのアプローチに関する最近の話題を選んで解説する．

### 4.1 デフォルト論理の意味論

デフォルト論理が初めて登場したときには，拡張に対して証明論だけが与えられていてモデル論による意味が与えられておらず，そのことがこの論理の弱点とされていた．しかし，最近，デフォルト理論の拡張に対して意味を与えようとする研究が現れてきた[13),20]．文献[20] は文献[13] の結果を含んでいるので，本解説では，文献[20]に基づいて説明を行う．

デフォルト論理におけるデフォルトの役割は，あるモデルの集合から適用できるデフォルトの結論を満たすモデルを選ぶことでモデルの集合を制限するものと考えられる．そこで，最初は公理のモデルの集合から始めて，順に適用できるデフォルトによってモデル集合を制限していき，適用できるデフォルトがなくなったときのモデルの集合（すなわち，元のモデル集合の部分集合）が拡張のモデル集合と考えたい．しかし，一般にはそうはいかない☆．なぜなら，後で適用されたデフォルトが前に適用されたデフォルトの根拠に反する結論を導く場合があるからである．このことを避けるため，「デフォルト理論 $(D, W)$ に対して $W$ のモデルの集合の部分集合が安定である」ということを以下で定義する．

まず，$W$ のモデルの集合の部分集合 $\Gamma_1$, $\Gamma_2$ に対して，デフォルト $\delta = \alpha : \beta_1, \cdots, \beta_n / w$ に関する半順序 $\Gamma_1 \geqq_\delta \Gamma_2$ ($\delta$ prefers $\Gamma_1$ to $\Gamma_2$) を以下のように定義する．

すべての $\gamma \in \Gamma_2$ に対して，$\gamma \models \alpha$ かつ，ある $\gamma_1, \cdots, \gamma_n \in \Gamma_2$ が存在して $\gamma_i \models \beta_i$ かつ，$\Gamma_1 = \Gamma_2 - \{\gamma \mid \gamma \models \neg w\}$ となっているときかつそのときに限る．

この順序をデフォルトの集合 $D$ に拡張する．$\Gamma_1$, $\Gamma_2$ に対して半順序 $\Gamma_1 \geqq_D \Gamma_2$ とは，ある $\delta \in D$ が存在して $\Gamma_1 \geqq_\delta \Gamma_2$ となることである．

ここで，デフォルト理論 $\Delta = (D, W)$ に対し，$W$ のすべてのモデルの集合 MOD $(W)$ のうち，半順序 $\geqq_D$ に関して極大のモデル集合を考えることができる．正規デフォルト理論については，これらが $\Delta$ の拡張に対応し，意味論を与える．これは，文献[13]の結果と同等である．しかし，一般のデフォルト理論については，この議論は十分ではない．そこで，$W$ のモデルの集合に対して，安定 (stable) であるという条件を考える．

$\Delta = (D, W)$ をデフォルト理論とし，$\Gamma$ を MOD $(W)$ の部分集合かつ $\geqq_D$- 極大であるとする．$\Gamma$ が安定であるとは，$D$ の部分集合 $D'$ が存在して，$\Gamma \geqq_{D'}$ MOD $(W)$ かつすべての $\alpha : \beta_1, \cdots, \beta_n / w \in D'$ について $\gamma_1, \cdots, \gamma_n \in \Gamma$ が存在して $\gamma_i \models \beta_i$ となっているときかつそのときに限る．

このように定義するとデフォルト理論 $\Delta$ に対して

---

* なお，デフォルト論理でも，この論理式を $W$ に付け加えることにより，一方の拡張を抑えることが可能である．

☆ 実は，閉正規デフォルトの場合には，この議論は正しい[13]．

MOD ($W$) の部分集合 $\Gamma$ が安定であることが，$\Gamma$ が $\Delta$ のある拡張のモデル集合になっていることの必要十分条件となる．

### 4.2 極小限定とデフォルト論理の関係

極小限定では，すべての極小モデルで真であるようなものが導かれるのに対し，デフォルト理論では複数の拡張がそれぞれ行為者のもち得る信念として導かれる．したがってこの性質からすれば，デフォルト論理と極小限定の同値性は議論できないものとなる．このため以下の議論では，デフォルト論理のすべての拡張に含まれる式の集合とすべての極小モデル* で真となる式の集合を比較する．

命題論理においては，前提をもたない準正規デフォルト理論は極小限定と同値であることが示されている[22]．しかし，前提をもつ場合には，正規デフォルト理論でさえ極小限定と同値にならないことが示されている[22]．この原因を直観的に説明すると，極小限定ではあらかじめ解釈間に順序が固定されていてどのモデル集合を取ってもその順序は変化しないのに対し，前提をもつ正規デフォルト理論ではモデル集合に応じて順序を変化させることができるからである．

また，一階述語論理においては，デフォルト論理では公理集合が空のときに $a\neq b$ を導くようなデフォルトを表現できるのに対し，極小限定では $a\neq b$ を導くような順序を表現できないことが示されている[23),24]．このことは，等号に関しての非単調推論は極小限定では表現しにくいことを示している．この原因は，極小限定では比較できる解釈の領域が同一でなければならないので，公理集合が空のときに $a\neq b$ を導くために必要な異なった領域間の順序を表現できないからである．

### 4.3 デフォルト論理と自己認識論理の関係

デフォルト論理と NML の差は，いくつもの例によって指摘されてきたが，明確な違いはよく知られていなかった．最近，デフォルト理論と，NML の発展形である自己認識論理との間の等価性が Konolige[25] によって示されたので，本節ではその紹介を行う．

自己認識拡張は Stalnaker が定義した安定集合[14] と密接な関係がある．安定集合 $\Gamma$ は次の三つの性質をもつ集合と定義される．

（1） $\Gamma$ は一階述語論理の論理的帰結のもとで閉じた集合である．

（2） $\phi\in\Gamma$ ならば $L\phi\in\Gamma$

（3） $\phi\notin\Gamma$ ならば $\neg L\phi\in\Gamma$

安定集合と自己認識拡張の間には次のような関係が成立する．

（命題1） $A$ の自己認識拡張はすべて，$A$ を含む安定集合である．

（命題2） すべての安定集合 $\Gamma$ は，$\Gamma_0$* の自己認識拡張である．

（命題3） 二つの安定集合に含まれる通常式が一致するならば，これらは同一の安定集合である．

通常式のみからなる前提 $A$ に対しては，唯一の自己認識拡張 $T$ が存在し，$A$ の論理的帰結以外の通常式は $T$ には含まれないことが分かっている．（命題3）の結果は，この事実と（命題2）より導かれる．

さて，論理的帰結からなる集合として安定集合だけを対象にすることにしよう．そのような論理的帰結を導く演算を $\models_{LL}$ によって記述しよう．（命題3）により安定集合はその通常式集合によってきまるので，$A$ の自己認識拡張は次の式によっても定義できることが分かる．

$$T=\{\phi\,|\,A\cup LT_0\cup\neg L\overline{T}_0\models_{LL}\phi\}$$

ここに，$T_0$ は $T$ の核である．この定義から得られる集合 $T$ を「$A$ に基礎付いた (grounded in $A$) 自己認識拡張」と呼ぶ．これは，$T$ に含まれる論理式が必ずなんらかの導出の裏付けをもつことを保証するための条件として考えられた．しかし，たとえば，$A=\{Lp\supset p\}$ という前提からは，二つの自己認識拡張が得られる．一つは，$p$ を含み，したがって，$Lp$ も含む拡張である．もう一つは，$p$ も $Lp$ も含まない（したがって $\neg Lp$ を含む）拡張である．前者の場合，行為者はまず $p$ を仮定し，そのために $Lp$ が $T$ に含まれることになり，その結果，$Lp\supset p$ により $p$ が正当化される．これは，仮定自身が仮定によって裏付けされることになり，きわめて弱い基礎付けといわねばならない．

Konolige はこの点に注目し，自己認識論理の整理を行った．$T$ は次のように定義されるとき，「$A$ に適度に基礎付けされた (moderately grounded in $A$) 自己認識拡張」と呼ばれる．

$$T=\{\phi\,|\,A\cup LA\cup\neg L\overline{T}_0\models_{LL}\phi\}$$

適度に基礎付けられた集合がもつ重要な性質は，それが極小の自己認識拡張と一致することである．実

---

* ここでの極小モデルは通常の集合の包含関係による順序に基づいた極小モデルではなく，文献[21] で提案された前順序に基づいた極小モデルのことである．

* 自己認識論理式の集合 $\Gamma$ に含まれる通常式の集合を $\Gamma_0$ と記述し，$\Gamma$ の核 (kernel) と呼ぶ．

際，$A=\{Lp\supset p\}$ の例では，$LA$ からは $Lp$ が導かれないため，上で述べた後者の自己認識拡張のみが得られる．Konolige が示した重要な成果は，自己認識論理とデフォルト論理との対応である．

Konolige のアイデアは，デフォルト $\alpha:\beta/\omega$ を自己認識論理の式 $L\alpha\wedge\neg L\neg\beta\supset\omega$ に対応付けることである．

そのため，彼はまず自己認識論理の任意の式が次のような標準形 (normal form) に同値変換できることを示した．

$$\neg L\alpha\vee L\beta_1\vee\cdots\vee L\beta_n\vee\omega \qquad ①$$

この式を含意記号を用いて書き直せば，まさに，デフォルトに対応することが分かる．このようにして，自己認識論理式とデフォルト論理式の間の変換を行うことができる．

さて，自己認識拡張 $T$ はその核（すなわち，$T_0$）によって一意に決まるので，デフォルト論理で定義される拡張と自己認識拡張の核が一致することをいえば，両者の等価性が示されたと考えることができる．しかし，適度に基礎付けされた拡張では，このような対応が取れない場合がある．その原因は，論理的含意の両方向性によって，①式が $\omega$ だけでなく $\neg L\alpha$ や $L\beta$ を導出するのに使われる可能性があるからである☆．

したがって，これを許さない自己認識拡張を考えればよい．①式の $\beta_i$ に相当する通常式を根拠部と呼ぼう．$A'$ を，$A$ の論理式のうち，その根拠部が $T_0$ に含まれないもののみからなる集合とする．

$$T=\{\phi\mid A'\cup LA'\cup\neg L\overline{T}_0\models_{ss}\phi\}$$

で定義される集合 $T$ を $A$ に強く基礎付けられた (strongly grounded in $A$) 自己認識拡張☆☆と呼ぶ．ただし，$A$ は標準形の論理式のみからなる集合とする．このとき，デフォルト論理は自己認識論理と等価である．その意味は，一方の論理が与えられれば，それを他方の論理に変換することができて，そのとき，それぞれの対応するデフォルト理論の拡張と強く基礎付けられた自己認識拡張の核とが一致する．

### 4.4 非単調継承システム

知識の構造として広く用いられている階層構造 (hierarchical structure) を形式的な枠組みで論じようとするとき，非単調論理が重要な役割を演ずる．

階層構造は非循環有向グラフ (acyclic directed graphs) として表現することができ，グラフの枝は IS-A リンクと呼ばれる．IS-A リンクで繋がれた上位の概念がもつ性質は下位の概念に継承 (inherit) される．また，逆に否定的な継承も考えられ，ISNOT-A リンクで結ばれる．継承は例外を含むと解釈されることもあり，そのような継承は非単調継承と呼ばれる．明示的な例外は例外リンク (exception link) によって表され，例外リンクは概念から非単調 IS-A リンクまたは非単調 ISNOT-A リンクへ結ばれて，そのリンクの効果を打ち消す．これらの定義の基本的な部分は，NETL[27] によって導入された．概念が二つ以上の上位概念をもつことを許す階層は，多重継承 (multiple inheritance) とも呼ばれ，非単調多重継承をもつ階層システムは意味論に問題点を残している．

非単調多重継承とデフォルト論理の関係を最初に論じたのは Etherington[28] である．厳密 (strict) な IS-A リンク，および，厳密な ISNOT-A リンクは，論理的含意と解釈されるが，非単調 IS-A リンク，非単調 ISNOT-A リンクは例外付きと解釈される．非単調 IS-A リンク A IS-A B は，デフォルトによって，$\mathrm{A}(x):\mathrm{B}(x)/\mathrm{B}(x)$ と記述することができる．同様に，非単調 ISNOT-A リンク A ISNOT-A B は，$\mathrm{A}(x):\neg\mathrm{B}(x)/\neg\mathrm{B}(x)$ と表現することができる．また，概念 Cから上位の非単調 IS-A リンクを結ぶ例外リンクは，$\mathrm{A}(x):\mathrm{B}(x)\wedge\neg\mathrm{C}(x)/\mathrm{B}(x)$ によって表現される．上位の非単調 ISNOT-A リンクへ繋がる例外リンクも同様に定義される．

このようにして，非単調多重継承はデフォルト論理によって完全に記述できるようにみえるが，一般にこうして得られたデフォルト理論は複数の拡張をもち，階層構造の意味をうまく規定するに至らない．

この問題に関しては，最短経路であるとか特殊が一般より優先するなどのさまざまな判断基準が提案されており，結局，多重拡張の中からどの拡張を選ぶかという問題に帰着するが，階層構造そのものからは，どの拡張が人間の直感にもっとも合うかという基準はグラフの構造だけからは得ることができない[29]．

## 5. あとがき

非単調論理の枠組みは，人間の常識推論の中の非単調性という特異な性質に注目して形式化されてきた論理である．人間が日常行う，不完全な知識から（つま

☆ $T_0$ の中に $\alpha$ が含まれないときは，$\neg L\alpha$ は $\neg LT_0$ に含まれてしまうので，実際に問題になるのは $T_0$ に $\beta$ が含まれるときの $L\beta$ の導出だけである．

☆☆ 文献[25] に与えられている定義では，$A$ に含まれる式のうち，$\omega$（通常部）が $T$ に含まれている式の集合を $A'$ としていたが，それは間違いである[26]．

り，自分がある事実を知らないということから）もっともらしい結論を導いたり，さらに詳しい情報を得ることによってそのような結論を思い直したりする行為を論理的な枠組みで記述したものである．現在は，その理論面の詳細化とともに，その枠組みでは不足していることおよびその原因が少しずつ分かってきた段階である．本解説では，理論面の詳細化と応用的側面をみることによって無矛盾的アプローチの非単調論理の現状を紹介した．最後に，非単調論理の問題点について述べることによってこの解説を締めくくろう．

ここで紹介した非単調論理は，一階述語論理を基本とし，それを内省的様相演算子を用いて拡張することにより行為者の信念に依存した推論を可能にしている．この枠組みが常識推論のための論理として適格であろうか．この側面に対して，二つの問題点があげられている．一つは，このアプローチによるほとんどの論理が部分的に決定可能 (semi-decidable) ですらないことである．ある不動点に属している（つまり，信念として無矛盾な）論理式をすべて証明するような一般的な証明手続きは存在しない．もう一つは，多重拡張の問題である．ある理論が複数の拡張をもつ場合，そのどれを信じてよいかそれらの間のもっともらしさの評価をどう行えばよいかということに論理自体が答えてくれていないということである．

計算可能性については，論理の枠組みをなんらかの方法で制限するしかない．あるいは，なんらかの計算手続きに基づくシステムを構築し，少なくともそのシステムがいずれかの非単調論理の枠組みに照らして健全であることを保証するアプローチが考えられる．しかし，現実には，TMS にせよ非単調多重継承にせよ，非単調論理はその理論的な背景を与えるものの，両者が完全に一体化するには至っていない．

理論が多重拡張をもつ場合の取り扱いは，デフォルト論理と NML では異なっていた．デフォルト論理ではそれぞれの拡張が行為者の可能な信念の集合と捉えられ状況に応じてどれかの集合が採用されるとしていたのに対し，NML ではすべての不動点に属する式が「証明可能な (provable)」式と考えられていた．

しかし，いずれの捉え方も人間の常識推論の結果としては不満足である．前者の立場であれば，どの信念の集合を行為者が選んだかということに理由付けが必要であろうし，後者の場合には，慎重過ぎる行為者の信念しか捉えていないことになる．Yale Shooting 問題[30]は，このような非単調論理の不適格性を主張し，その後の論議を生むきっかけを作ったが，要するに非単調論理が多重の拡張をもつとき，また，極小限定が複数の極小モデルをもつときにそれらの間の関係（もっともらしさの評価基準）についてなにも記述していないことを批判したのであった．この問題についてはさまざまな観点から反論が加えられ各種の評価基準が提案され，問題領域についてのなんらかの情報を考慮にいれなければ，非単調論理の構文論の範囲だけでは問題を解決することは不可能であることが分かってきた[31]．

多重拡張に対する解決策として他に考えられるのは，理論そのものが単一の拡張しかもたないように制限を与えることである．たとえば，層状データベース (Stratified Databases)[32] や優先度付き極小限定 (Prioritized Circumscription)[21] などで考えられているように，理論の中の論理式や述語に順序付けを行うことが考えられる．また，Konolige[33] は自己認識論理の論理式の集合に階層構造を設け，内省演算子の参照範囲をその階層構造によって制限することにより，階層自己認識論理 (Hierarchic Autoepistemic Logic, HAEL) を提案し，それが多重の拡張をもたないことを示した．しかし，優先度付き極小限定は，拡張間の評価基準を述語の優先度で置き換えたことになり，述語の順序付けの評価基準は使用者に任されている．また，階層自己認識論理では，もとの自己認識論理で多重拡張をもっていた理論を単純に書き換えたのでは矛盾が発生する場合があり，多重拡張の問題を完全に解決したわけではない．

**謝辞** 本解説の草稿に対して貴重なコメントを下さった横浜国立大学中川裕志氏，ICOT 井上克巳氏，京都高度技術研究所坂間千秋氏に感謝いたします．

## 参 考 文 献

1) McCarthy, J.: Circumscription—A Form of Non-monotonic Reasoning, Artif. Intell. 13, 1/2, pp. 27-39 (1980).
2) Reiter, R.: On Closed World Data Bases, in 'Logic and Data Bases' Plenum Press, pp. 55-76 (1978).
3) 中川裕志：極小限定の最近の動向，本号．
4) McDermott, D. and Doyle, J.: Non-monotonic Logic I, Artif. Intell. 13, 1/2, pp. 41-72 (1980).
5) Hewitt, C.: Description and Theoretical Analysis (using Schemata) of PLANNER: A Language for Proving Theorems and Manipulating Models in a Robot, MIT AI-TR-258

(1972).
6) Clark, K.: Negation as Failure, in 'Logic and Data Bases' Plenum Press, pp. 293-322 (1978).
7) McCarthy, J. and Hayes, P. J.: Some Philosophical Problems from the Standpoint of Artificial Intelligence, in 'Machine Intelligence 4', B. Meltzer and D. Michie (eds.), Edinburgh University Press, pp. 463-502 (1969).
8) Sandewall, E.: An Approach to the Frame Problem and its Implementation, in 'Machine Intelligence 7' B. Meltzer and D. Michie (eds.), Ellis Horwood, pp. 195-204 (1972).
9) Bobrow, D. G. (ed.): Special Issue on Non-Monotonic Logic, Artif. Intell., 13, 1/2, North Holland (1980).
10) Reiter, R.: A Logic for Dafault Reasoning, Artif. Intell. 13, 1/2, pp. 81-132 (1980).
11) Minker, J. (ed.): Logic and Data Bases, Plenum Press (1978).
12) Etherington, D. W.: Formalizing Nonmonotonic Reasoning Systems, Artif. Intell. 31, pp. 41-85 (1987).
13) Łukaszewicz, W.: Two Results on Default Logic, Proc. IJCAI-85, pp. 459-461 (1985).
14) Moore, R. C.: Semantical Considerations on Nonmonotonic Logic, Artif. Intell. 25, pp. 75-94 (1985).
15) Doyle, J.: A Truth Maintenance System, Artif. Intell. 12, pp. 231-272 (1981).
16) de Kleer, J.: An Assumption-based TMS, Artif. Intell. 28, pp. 127-162 (1986).
17) Poole, D. L., Goebel R. G. and Aleliunas, R.: THEORIST: A Logical Reasoning System for Defaults and Diagnosis, in 'The Knowledge Frontier: Essays in the Representation of Knowledge' N. Cercone and G. McCalla (eds.), Springer-Verlag. pp. 331-352 (1987).
18) Poole, D. L.: A Logical Framework for Default Reasoning, Artif. Intell. 36, pp. 27-47 (1988).
19) Reiter, R. and Criscuolo, G.: On Interacting Defaults, Proc. IJCAI-81, pp. 270-276 (1981).
20) Etherington, D. W.: A Semantics for Default Logic, Proc. IJCAI-87, pp. 495-498 (1987).
21) Lifschitz, V.: Computing Circumscription, Proc. IJCAI-85, pp. 121-127 (1985).
22) Imielinski, T.: Results on Translating Defaults to Circumscription, **Artif. Intell.**, 32, pp. 131-146 (1987).
23) Etherington, D. W.: Relating Default Logic and Circumscription, Proc. IJCAI-87, pp. 489-494 (1987).
24) Arima, J.: The Anonym Problem: A Weak Point of Circumscription on Equality, ICOT-TR-400, ICOT (1988).
25) Konolige, K.: On the Relation between Default and Autoepistemic Logic, Artif. Intell. 35, pp. 343-382 (1988).
26) Konolige, K.: personal communication (1988).
27) Fahlman, S. E.: *NETL: A System for Representing and Using Real-World Knowledge*, MIT Press (1979).
28) Etherington, D. W. and Reiter, R.: On Inheritance Hierarchies with Exceptions, Proc. AAAI-83, pp. 104-108 (1983).
29) Touretzky, D. S., Horty J. F. and Thomason, R. H.: A Clash of Intuition: The Current State of Nonmonotonic Multiple Inheritance Systems, Proc. IJCAI-87, pp. 476-482 (1987).
30) Hanks, S. and McDermott, D.: Default Reasoning, Nonmonotonic Logics, and the Frame Problem, Proc. AAAI-86, pp. 328-333 (1986).
31) 佐藤 健: Yale Shooting 問題とその解決へのアプローチ, 人工知能学会誌, Vol. 3, No. 2, pp. 132-138 (Mar. 1988).
32) Lloyd, J. W.: Foundation of Logfc Programming, Second, Extended Edition, Springer-Verlag (1987).
33) Konolige, K.: Hierarchic Autoepistemic Theories for Nonmonotonic Reasoning, Proc. AAAI-88, pp. 439-443 (1988).

(平成元年3月31日受付)