Vol. 30 No. 6　　情　報　処　理　　June 1989

解　説

知識と信念の論理†

前　田　　隆††

1. はじめに

知識および思考に関する学問はギリシャ時代以来の哲学における主題の一つであり，長い伝統をもっている．論理学はそれらを形式的に取り扱う主要な分野として発展し，今世紀初頭の近代科学の興隆の中で，多様な内容をもつ数理論理学を結実させてきた．他方，知識についての推論と知識表現をめぐる問題は，コンピュータの発明以来，人工知能研究を始めとする計算機科学や情報科学における主要な関心事の一つであった[32]．

特に，近年の知識情報処理への関心の高まりは，知識そのものの性質やそこに内在する論理へのより深い理解とこれに立脚した推論処理方式を要求している．このような背景と要請に関連して，また種々の応用分野における一階論理を始めとする古典論理の限界を克服する努力の中から，知識および信念についての論理を構築しようとする研究が急速に展開されてきている[14),16]．これらの特徴は，たとえば複数の人間またはロボットが協調して問題を解決するような状況において，各段階におけるお互いの知識状態に関する理解を踏まえた情報処理を行うというところにある．このような性質をもつ情報処理が必要な領域は広範囲にわたっており，人工知能研究を始めとして，これまで特に言語理解や知識ベース，分散システム[9),15),17]，また暗号学[41]や経済学[33),34]などの諸分野における特有の課題が取り上げられている．これらの全般的な最近の研究動向については，「知識についての推論の理論的側面に関する国際会議」録①，②を参照されたい．

本稿では，このような知識と信念の論理と関連するいくつかの話題について概観する．2. でこれらの論理の形式的な体系とその意味論について取り上げる．関連する問題として，特にいわゆる論理的全知の問題とその克服を目指す最近のいくつかの研究などを紹介する．3. においては，知識と信念に関する演繹的な推論とそのシステム化，すなわち知識と信念についての証明手続きの手法に関して概説する．

2. 知識と信念の論理

2.1 認識様相と信念様相

知識および信念の論理と呼ばれているものは知識(Knowledge) および信念 (Belief) に関する推論を取り扱う一種の様相論理[5),18),28),29]であると考えられている．すなわち，命題論理あるいは述語論理に，知識や信念に関する固有の働きをもつものを様相(Modality)として取り入れることにより構成される論理である．このような様相として，通常は「知っている」に対して認識 (Epistemic) 様相，また「信じている」に対して信念 (Doxastic) 様相という概念が用いられ，それぞれ様相 (演算) 子 K, B で表されている．このような概念を含む論理学の諸研究は歴史的には主として哲学的な立場からなされてきたが[28]，Kripke の可能世界意味論[24]に基礎をおく知識と信念の様相論理の形式的な取扱いとして，最初の先駆的な研究は Hintikka によってなされた[18]．様相論理に関する一般的な事項は本特集の別項で解説されている．

2.2 知識の言語と意味論

知識と信念の論理を表現する言語 L として，以下では複数の行為者 (Agent) の集合を A としてもつ命題様相論理を取り上げる．基本命題 p, q, r, …の集合を Φ とし，より複雑な式は否定 ($\neg$)，連言 ($\wedge$)，含意 ($\supset$) および様相子 K_a (または B_a ; $a \in A$) などを用いて，通常の方法で構成される[14),18]．このようにして，p と q が L の式ならば，$\neg p$, $p \wedge q$, $p \supset q$, $K_a p$ ($a \in A$) は L における式である．$K_a p$ は「行為者 a は p を知っている」と読まれる．ここで，この言語に意味論を与えるための形式的枠組みとして Kripke 構造について簡潔に記述する．Kripke 構造 M は組 $(S, \pi, \{P_a\}_{a \in A})$ であり，ここで，S は状態

† Logics of Knowledge and Belief by Takashi MAEDA (Department of Engineering Science, Hokkaido University)
†† 北海道大学工学部共通数物系

(State) または可能世界 (Possible World) の集合，π は各状態 $s\in S$ に対する基本命題への真理値の割当てであり，$\pi(s,p)\in\{T,F\}$ (T,F: 真理値) である．P_a は S 上の二項関係で，行為者 a の可能性関係を表し，$(s,t)\in P_a$ は，a が状態 s で可能であることは状態 t でも可能であるということを示している．

Kripke 構造に関連して，関係 $\models$ を以下のように定義し，$M,\ s\models\phi$ は「ϕ はモデル M の状態 s で真である，または充足される (Satisfiable)」と読むものとする (ここで，ϕ, ψ は L の任意の式であるとする)：

$M,\ s\models p$ が基本命題 p に対して成り立つのは，$\pi(s,p)=T$ のときであり，そのときに限る；

$M,\ s\models\neg\phi$ であるのは，$M,\ s\not\models\phi$ のときであり，そのときに限る；

$M,\ s\models\phi\wedge\psi$ であるのは，$M,\ s\models\phi$ かつ $M,\ s\models\psi$ のときであり，そのときに限る；

$M,\ s\models K_a\phi$ であるのは，$(s,t)\in P_a$ であるすべての t に対して，$M,\ t\models\phi$ のときであり，そのときに限る．

L における式の妥当性を決定する問題はその式の大きさに関する多項式時間を要求し[16]，一行為者の場合におけるその決定手続きは NP 完全である[25]ということが知られている．関連する「計算の複雑性」についての多くの研究結果が知られているが[13),16),25)]，本稿では触れないものとする．

以下では，議論は主に知識に関して進められるが，特に言及しないかぎり，K_a に代えて「行為者 a は信じている」に対応する信念の様相子 B_a に関してもほぼ平行した議論ができる．

2.3 知識の形式化とその意味

Hintikka によって定式化された知識の論理は，一般的に以下のような公理と推論規則からなっている[10]：行為者 a と L の任意の命題 ϕ, ψ に対して，

公理：

A_0. すべての命題恒真式．

A_1. $K_a\phi\wedge K_a(\phi\supset\psi)\supset K_a\psi$, または

A_1'. $K_a(\phi\supset\psi)\supset(K_a\phi\supset K_a\psi)$.

A_2. $K_a\phi\supset\phi$.

A_3. $K_a\phi\supset K_aK_a\phi$.

A_4. $\neg K_a\phi\supset K_a\neg K_a\phi$.

推論規則：

R_1. $\phi,\ \phi\supset\psi\vdash\psi$.

R_2. $\phi\vdash K_a\phi$.

ここで，A_1 の意図している意味は，「行為者 a が命題 ϕ を知っており，さらに $\phi\supset\psi$ を知っているならば，命題 ψ を知っている」ということである．A_1 はその下の A_1' の形で表現することもできるので，分配公理 (Distributive Axiom) と呼ばれることがある．

また，A_2 は「行為者 a が命題 ϕ を知っているならば，ϕ は真である」こと，したがって行為者は真である命題だけを知っているということを表している．偽である信念をもつことはできるが，偽である知識をもつことは合理的な知識の定義に反している．このため，A_2 は知識についての基本的な性質を表しているという意味で知識公理 (Knowledge Axiom) と呼ばれている．通常，この公理は知識と信念を区別する本質的な性質として採用されている．他方，信念の論理ではこの公理の代わりに，「行為者 a が ϕ を信じるならば，ϕ でないということを信じない」を意味する，次の A_2' を用いている (このほかに，通常は，R_2 および下で述べる負の内省公理に対応するものも含まれない)：

A_2'. $B_a\phi\supset\neg B_a\neg\phi$.

A_3 と A_4 は内省公理 (Introspective Axiom) と呼ばれているものであり，それぞれ自分の知識ベースを調べることができて，自分がなにを知り，またなにを知らないかを知っているということを表現している．A_3 は正の (Positive)，また A_4 は負の (Negative) 内省公理とそれぞれ呼ばれる．

さらに推論規則として，R_1 は通常の分離規則であるが，R_2 は「ある命題が正しければ，a はこれをすべて知っている」という規則を表現しており，認識的必然性 (Epistemic Necessitation) の規則と呼ばれている．

命題論理を表す A_0 と R_1 の組を基礎集合として取り，これに R_2 と A_1〜A_4 のさまざまな組合せとを加えることにより，種々の「知識の様相論理系」が構成され，それらの結果はよく知られた様相論理系に対応している[14),16),20)]．たとえば，R_2 のほかに A_1 だけを含むものは系 K，$K+A_2$ は系 T，$T+A_3$ は系 S_4，S_4+A_4 は系 S_5 である．これらの体系の中で (もしあるとすれば) どれが知識をもっともよく表現するかについては，主として哲学的論理学において追求されてきた[28]．

しかし，これらのすべての論理系が A_1 および R_2 を含むために，行為者は彼の知識のすべての論理的結論を知っていることになる．このような形式化は一種の理想的知覚者 (Ideal Knower) を想定した古典的な

知識モデルであり，明らかに人間のモデルとして不自然かつ非現実的であり，受け入れ難い要請にみえる．これがいわゆる論理的全知 (Logical Omniscience) として知られている問題であり，特に A_1 および R_2 をどのように取り扱うかとも関連して，これに代わるモデルの研究が追求されているのである[14]．

次節でこの問題を克服するためのいくつかの接近法が紹介される．知識と信念の論理はいわばこの問題を解決することとそれぞれの応用分野におけるよりよい知識表現と推論能力を得ることとが車の両輪となって発展してきたとも言えよう．

2.4 論理的全知の問題

知識と信念の論理の研究の多くは本質的に意味論的接近法および構文論的接近法の二つに分類することができる．意味論的接近法は知識あるいは信念を，Kripke 構造の意味論[24]における可能世界の集合として特徴付ける[14),18]．他方，構文論的接近法[6),22),35),36]では，知識あるいは信念を構文的な式の集合として取り扱い，知識や信念についての推論は基礎としている論理系における証明理論を用いる．

特に，意味論的接近法におけるもっとも重要な問題は，先に述べたように論理的全知の問題であり，可能世界意味論の一つの帰結として，行為者の知識あるいは信念についての是認され難い推論を生成するということである．この問題は Jiang に従えば[21]，以下の 4 つの側面によって特徴付けられている：

（1） 公理問題：すべての行為者は公理のすべてを知っている．

（2） 閉包問題：すべての行為者は自分の知識の結論的閉包を知っている．

（3） 同値問題：すべての行為者は，もし彼がある式を知っているならば，その論理的同値式をも知っている．

（4） 矛盾問題：すべての行為者は，もし彼が矛盾する知識をもつならば，すべてのものを知っている．

これらの問題のいくつかを解くために，知識や信念に対する一種の制約を導入し，その範囲での推論を考慮するなどの手法が取られている．以下では，不完全に特性化されている世界または矛盾する状況など[19),30),31),39),40]，より柔軟な取り扱いを許すために，知識よりもむしろ信念に対する論理について議論される．

2.4.1 明示的信念と暗示的信念の論理[29]

信念を明示的なもの (Explicit Belief) と暗示的 (Implicit) なものに分け，特に明示的な部分は不完全または矛盾を含むような状況 (Situation)[3] をも取り扱うために用意される．すなわち，明示的信念は，基本命題がある状況においては，真，偽のほかに，その両方，またはそのどちらでもないという 4 種の真理値を許す[4),20]ような，一貫しない状況（可能世界ではない[3]）の集合によって，また暗示的信念は完全な状況（すなわち，可能世界）によって，それぞれ特徴付けられる．明示的信念は暗示的信念を含意するが，その逆は成り立たない．Levesque は明示的信念に対する証明理論は適切さの論理 (Relevance Logic；本特集別項で解説)[2),4]における限定含意 (Entailment) の理論に対応するとしている．その部分クラスにおける妥当性の問題は多項式時間で決定できること，またこの拡張が決定可能な部分をもつ一階論理に対する意味論を構成できることなどが知られている[26),27),38]．こうして，上の（1），（3），（4）の側面は解決されるが，（2）は部分的にしか解決されず，また適切さの論理に関する論理的全知の問題からは逃れていない．さらに，この論理は AI 分野の応用で重要な複数の行為者およびメタ推論に関してはなにも言及していない．

2.4.2 意識性と限定推論の論理[7]

複数の行為者およびメタ推論を許すために，Levesque の論理を拡張して，意識性 (Awareness) という概念を取り入れた論理が構成されている．この論理は標準的な二値の Kripke 構造を土台として，その各状態においてその行為者が「意識している」式の集合を加えることにより構成される．暗示的信念は上と同様であるが，明示的信念は暗示的信念と意識しているものの和からなるとしている．このように，行為者の推論はその行為者の意識性によって制限されており，その意味で資源限定推論(Resource-bounded Reasoning)となっている．この論理は，側面（1）と（3）への部分的な解を与えており，さらに側面（4）を解決するために，各行為者に対する多重理論 (Multiple Theories)，または「心の社会」(Society of Minds) を含むように拡張される．この論理での困難は，構文的要素である意識性が全く任意であり，完全には定義されていないということである．特に，この意識性に関しては，見とおしのよい証明法が明確ではなく，また側面（2）は完全には解かれていない．

2.4.3 その他の話題

上記のほかに，Kripke 構造の一種の拡張として，各行為者における知識の状態を，基本命題に対する真

理値の割当てを深さ0の世界として出発して，深さ1の世界は各行為者に対する深さ0の世界の集合とし，以下同様に順次階層的に構成していき，これらの全体を一つの知識構造 (Knowledge Structure) という概念によってモデル化しようとする接近法もある．このような枠組みは特に分散システムにおける各処理器およびそれらの間の状態の変化を分析するために有用であることが議論されている[8]．同様なことは信念の場合についても考えることができ，それは信念構造と呼ばれている[43]．

信念の計算モデルとして，Kripke 構造における対象としての可能世界の代わりに，主観的な可能精神空間 (Possible-mental-spaces) という概念を導入して，その意味論およびそこでの証明手続きについての議論が展開されている[21]．この手続きは後で紹介する Konolige らの B-導出を基礎としており，非常に興味深いものをもっているが，紙数の関係で，詳細は省略する．

2.5 共通知識への接近法

複数の行為者を対象とするためには，互いに他の行為者の知識の状態に関する「入れ子」の知識，およびある集団の成員に共通な知識などについて記述し，処理する枠組みが必要である．このようなものとして，たとえば，並列計算モデルにおける各処理器の共有メモリ，また分散システムにおいて，それぞれが結合している他の処理器についての，各処理器のメモリの知識などが考えられる．しかし，ここでは，以下のような一種の様相子を導入して，これらを取り扱う研究が展開されていることを指摘するに留める[12),17]．

a．$I_G p$：「集団 G は暗示的知識 p をもつ」ということを意味する．たとえば，G の一成員が p を知っており，かつ他の成員が $p \supset q$ を知っているならば，G は暗示的知識 q をもつことになる．

b．$S_G p$：「集団 G のある成員は p を知っている」を意味する．形式的には，

$$S_G p \equiv \vee_{a \in G} K_a p.$$

c．$E_G p$：「集団 G のすべての成員は p を知っている」を意味する．形式的には，

$$E_G p \equiv \wedge_{a \in G} K_a p.$$

Kripke 構造 M における意味論的な表現では，次のようになる：

$$M, s \models E_G p \Leftrightarrow (s, t) \in \cup_{a \in G} P_a \text{ であるすべての } t \text{ に対して，} M, t \models p.$$

d．$E_G^k p$：「p は集団 G における E^k-知識である」．形式的には，以下のように定義される：

$$G_G^1 p = E_G p,$$

$$E_G^{k+1} p = E_G E_G^k p, \quad (k \geqq 1).$$

e．$C_G p$：「p は集団 G における共通知識である」．形式的には，以下のように定義される：

$$C_G p \equiv p \wedge E_G p \wedge \cdots \wedge E_G^k p \wedge \cdots.$$

このような集団の知識には，一般的に，次のような階層性が成立することは明らかである：

$$C_G p \supseteq \cdots \supseteq E_G^k p \supseteq \cdots \supseteq E_G p \supseteq S_G p \supseteq I_G p \supseteq p.$$

3. 知識と信念の計算とそのシステム化

3.1 証明論とその自動化

様相論理系における推論を自動化するための種々の証明手続きが研究されてきているが，ここでは知識と信念の証明手続きを直接的に取り扱っているものだけを代表的に取り上げる[1),10)~12),23]．

知識または信念についての言明（式）を取り扱うとき，それらの内容をどのような形式で捉えるかによって，その処理方法が異なってくる．可能世界的な形式化においては，各行為者の知識と信念は可能世界の集合と関連付けて捉えられる．他方，それらをある構文的な式（の集合）と捉える形式化においては，知識と信念は単にそれらの基礎となる式の集合から証明される式（の集合）と等しいと考えることができる．

以下では，この後者の立場から，特に信念の論理に対する興味ある証明手続きとして，Geissler and Konolige による接近法[11),28]について簡潔に概説する．

3.2 信念の証明手続き

この手続きの特徴は，様相的文脈における限量化に関連して，その影響を受けることなく，同一の（実世界の）対象を指示するための「黒丸演算子[11),12]/構成子[23]」(Bullet Operator/Constructor) ● の導入と意味付加 (Semantic Attachment) の考えを取り入れて，巧妙な手法を提案している点にある．通常，すべての行為者に対してある定数が同一の対象を指示するために，固定された解釈をもつ固定指示子 (Rigid Designator) または標準名 (Standard Name) という概念が用いられているが，黒丸演算子はスコーレム関数を含む項に対してもこのような働きをもたせるために導入されたものである．すなわち，$\bullet t$ は解釈の文脈がなんであろうと，項 t が実世界で指示しているものを常に参照するということを表し，この形式は黒丸構成とも呼ばれる．また，意味付加という考えは，この方法の一部として，行為者のおのおのの演繹過程のモデル

を含めるということを意味する．

これらの二つの手法を一階論理における導出原理に組み込むために，まず第一に様相式を含む拡張された節形式を考える．節形式への変換は一階論理に対するものと同様であるが，このとき様相子 B_a はあたかも一種の述語記号のように取り扱われる．ただし，その引数部分は一階の式の形式であるが，もしその様相子の範囲内に限量化があるならば，それはそのままの形で残され，外側の変数とは区別される．また，様相子の束縛範囲内にある外側からの変数に対しては，その行為者にとってすべての解釈において同じ個体を参照しなければならないという意味で，黒丸演算子が導入される．たとえば，次の様相式(1)の（拡張された）節形式は(2)のようになる（f：スコーレム関数）：

(1) $\forall x.\exists y.(Q(x,y)\supset B_a\exists z.R(x,y,z))$,

(2) $\neg Q(x,f(x))\vee B_a\exists z.R(\bullet x,\bullet f(x),z)$.

以下では，簡単のため，様相論理 K に対応する信念の論理の場合について，導出規則を定義する．上のような形式の基礎節に対して，次の形式の推論図式を B-導出 (B-resolution) と呼ぶ（ここで，Γ を L の式の集合とするとき，$\Gamma^{\bullet}$ は Γ のすべての式に上のように黒丸演算子を作用させた結果，すなわち黒丸構成を表すものとする）：

$$\frac{\begin{array}{l} B_a\phi_1\vee\psi_1 \\ B_a\phi_2\vee\psi_2 \\ \cdots \\ B_a\phi_n\vee\psi_n \\ \neg B_a\phi_{n+1}\vee\psi_{n+1} \end{array}}{\psi_1\vee\cdots\vee\psi_{n+1}.} \qquad (*)$$

ただし，$\{\phi_1,\cdots,\phi_n,\neg\phi_{n+1}\}^{\bullet}$ は，論理系K において充足不能であるとする．

この導出法は，二項導出の一種の一般化であり，またこの図式において信念の様相子 B_a を取り除いた形をもつ，Stickel の完全狭域理論導出 (Total Narrow Theory Resolution)[42] に基づいている．この規則の直観的な意味は，行為者 a が信じている世界において，したがって系 K の推論規則を用いて，$\phi_1\wedge\cdots\wedge\phi_n$ から ϕ_{n+1} が証明できるならば，そのとき $\psi_1\vee\cdots\vee\psi_{n+1}$ が成り立つということである．これは，K の推論規則を用いることを除けば，通常の導出法の一般的な形となっていることが容易に分かる．

このように，B-導出の手続きは，信念の導出において様相子を一種の述語記号のように取り扱い，意味付加の考えに従って様相式の集合の充足不能性をそれらの引数部分に関する演繹を実行することにより計算する．また，信念様相子の否定を含む節は，言い換えれば行為者がその引数部分の否定の信念をもつということを意味するので，これらを取り扱うために信念の否定式それぞれに対応して別の視点 (View) という枠組みを構成する．そして視点ごとにその引数部分の否定式から作られる節，正の信念の引数部分とその他の節に関して，それらの間の充足不能性をチェックするために B-導出が適用される．このように，この手続きはこれらのすべての視点についての結果を統合することにより，全体としての充足不能性の計算を実現する．

3.3 適用例

上の手続きがどのように実行されるかをみるために，彼らの例[11]について説明する．与えられた節集合は，黒丸構成を経て，節 1～4 を仮定，節 5 を結論の否定としてもつ以下のものとする（m,n：定数）：

1. $B_aP(m)$
2. $\neg P(n)$
3. $Q(x)\vee P(x)\vee B_aP(\bullet x)$
4. $\neg B_a(P(m)\wedge P(\bullet y))\vee Q(y)$
5. $\neg Q(n)$

通常の導出により，次式を得る：

6. $Q(n)\vee B_aP(\bullet n)$ 2, 3

与式の節 4 は否定の信念を含んでおり，これについての導出を行うために，新しい視点を次のように構成する（f：スコーレム関数）：

view a, rems $(0, Q(y))(1, Q(n))$	
1'. $\neg P(m)\vee\neg P(f(y))\vee \mathrm{Ans}(0,y)$	
2'. $P(m)$	1
3'. $\neg P(f(y))\vee \mathrm{Ans}(0,y)$	1', 2'
4'. $P(f(n))\vee \mathrm{Ans}(1)$	6 の信念より
5'. $\mathrm{Ans}(0,n)\vee \mathrm{Ans}(1)$	3', 4'

この a の視点において，節 1' は元の節 4 における信念の否定をその引数部分に作用させ，また黒丸構成はこの視点内ではスコーレム関数 f を用いて表現されている．また，Ans $(0,y)$ は入力自由変数 y の軌跡を保存する一種の解答述語であり，ここで指標 0 は節 4 における信念以外の残余を表す rems $(0,Q(y))$ との結合を表している．次に，節 2'～5' はそれぞれ正の信念の引数部分の付加，それらの間の導出，通常の導出などの処理を表している．残余 $(1,Q(n))$ はこの視点に節 4' が付加されるとき追加されたものである．節 5' で解答述語だけを含む節が導出されたので，残余に関する代入関係を調整することにより，代入 $\{n/y\}$ を

用いて，結局次のような結果を得ることができて，与えられた節集合の充足不能性の証明が得られる：

1.	$B_a P(m)$	
2.	$\neg P(n)$	
3.	$Q(x) \vee P(x) \vee B_a P(\bullet\, x)$	
4.	$\neg B_a(P(m) \wedge P(\bullet\, y)) \vee Q(y)$	
5.	$\neg Q(n)$	
6.	$Q(n) \vee B_a P(\bullet\, n)$	2, 3
7.	$Q(n)$	1, 4, 6
8.	□	5, 7

この方法に基づく導出システムは限量化様相論理Kに対してすでに実現されており，さらに共通信念などへの拡張が進められている[11]．今後，複数の行為者の場合への拡張，一層の効率化のための種々の戦略の組込みなどが課題として考えられている．

これとは別の接近法として，Abadi and Manna は非古典的（非標準的）な導出規則を導入する方法を提案している[1]．この手法は不自然かつ長くなる節形式への変換が不要であり，その意味では明瞭さを確保している半面，多くの簡単化規則および演繹規則を多用するため，結果として効率性と透明性が犠牲となっていると考えられる．

2. で触れたように，Jiang は彼の可能精神空間モデルに上の B-導出の拡張を試みており，この中で，支持集合戦略と同様の考えを取り込むことにより，効率を高める手法を提案している[21]．これらを始めとして，知識と信念に関する種々の論理系に対する容易な証明手続きへの糸口が与えられてきており，効率のよいシステムの実現を含む今後の発展が期待される．

4. あとがき

最近急速に発展しつつある知識と信念の論理の紹介を試みたが，その豊富な内容を限られた紙数で簡潔に説明することは大変難しい作業である．本稿では，知識と信念の論理の基本的な構成とそれが内包するいくつかの問題点およびその克服への接近法について，また AI 研究を始めとする各応用分野では特に重要な知識と信念の計算，すなわち証明手続きの自動化について重点的に取り上げて紹介した．

今後，さまざまな応用分野に対して影響をもつ基本的な問題として，知識と信念の論理が知識情報に関する記述言語としてだけでなく，その実際的な推論（計算）処理の手段として発展していくことが望まれる．このためには，本稿で紹介した導出法を含めて，より効率的な証明手続きの開発とともに，知識ベースや分散システムにおける共通知識，相互信念および矛盾する信念や信念の翻意を含む推論処理方式とそのシステム化などの研究が重要であると考えられる．

本稿によって，広範な領域に深く関連をもって発展しつつある知識と信念の論理をめぐる研究分野にいくぶんでも興味を感じていただけたら，望外の幸せである．

参考文献

*以下では，次の省略記法を用いる：
①. TARAK-86 : Proc. of The 1986 Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge (ed. by J. Y. Halpern), Morgan Kaufmann (1986).
②. TARAK-88 : Proc. of The Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge (ed. by M. Y. Vardi), Morgan Kaufmann (1988).

1) Abadi, M. and Manna, Z.: Modal Theorem Proving, CADE-8 (ed. J. H. Siekmann), Lecture Notes in Computer Science 230, Springer-Verlag, pp. 172-189 (1986).
2) Anderson, A. R. and Belnap, Jr., N.D.: Entailment: The Logic of Relevance and Necessity, Vol. I, Princeton University Press (1975).
3) Barwise, J. and Perry, J.: Situations and Attitudes, The MIT Press (1984).
4) Belnap, Jr., N. D.: A Useful Four-Valued Logic: Modern Use of Multi-Valued Logic, Indiana Univ., pp. 8-37 (1975).
5) 堂下修司，西田豊明，島田陽一：様相論理とその情報処理への応用（Ⅲ）知識情報処理と自然言語処理への応用，情報処理，Vol. 29, No. 3, pp. 232-239 (1988).
6) Eberle, B. A.: A Logic of Believing, Knowing, and Inferring, Synthese, 26, pp. 356-382 (1974).
7) Fagin, R. and Halpern, J. Y.: Belief, Awareness, and Limited Reasoning, Artif. Intell., 34, pp. 39-76 (1988).
8) Fagin, R., Halpern, J. Y. and Vardi, M. Y.: A Model-Theoretic Analysis of Knowledge: Preliminary Report, IEEE 25th Ann. Symp. on Foundations on Computer Science, Singer/Sland. Fl, pp. 268-278 (1984).
9) Fagin, R. and Vardi, M. Y.: Knowledge and Implicit Knowledge in a Distributed Environment: Preliminary Report, TARAK-86, pp. 187-206.
10) Fariñas-del-Cerro, L.: Resolution Modal Logic, Logique et Analyse, Nouvelle Serie, 28e

Année, 110-111, pp. 153-172 (1985).

11) Geissler, C. and Konolige, K.: A Resolution Method for Quantified Modal Logics of Knowledge and Belief, TARAK-86, pp. 309-324.

12) Genesereth, M. R. and Nilsson, N. J.: Knowledge and Belief, in "Logical Foundations of Artificial Intelligence", Morgan Kaufmann, pp. 207-238 (1987).

13) Goldwasser, S., Micali, S. and Rackoff, C.: The Knowledge Complexity of Interactive Proof-Systems (Extended Abstract), Proc. of ACM Symp. on Theory of Computing, pp. 291-304 (1985).

14) Halpern, J. Y.: Reasoning about Knowledge: An Overview, TARAK-86, pp. 1-17.

15) Halpern, J. Y.: Using Reasoning about Knowledge to Analyse Distributed Systems, Ann. Rev. Comput. Sci., 2, pp. 37-68 (1987).

16) Halpern, J. Y. and Moses, Y. O.: A Guide to the Modal Logic of Knowledge and Belief: Preliminary Report, Proc. IJCAI-85, pp. 480-490 (1985).

17) Halpern, J. Y. and Moses, Y. O.: Knowledge and Common Knowledge in a Distributed Environment, IBM Research Report RJ 4421 (1986).

18) Hintikka, J.: Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions, Cornell Univ. Press (1962); 永井成男, 内田種臣 (訳): 認識と信念, 紀伊国屋書店 (1975).

19) Hintikka, J.: Impossible Possible Worlds Vindicated, J. of Philosophical Logic, 4, pp. 475-484 (1975).

20) Hughes, G. E. and Cresswell, M. J.: An Introduction to Modal Logic, Methuen (1968); 三浦聰, 大浜茂生, 春藤修二 (訳): 様相論理入門, 恒星社厚生閣 (1981).

21) Jiang, Y. J.: A Computational Model of Belief, J. of AI and Computer, No. 11 (1989).

22) Konolige, K.: Belief and Incompleteness, in "Formal Theories of the Commonsense World" (ed. J. R. Hobbs and R. C. Moore), Ablex Pub., pp. 359-404 (1985).

23) Konolige, K.: Resolution and Quantified Epistemic Logics, AI Center Tech. Note, SRI International (1986).

24) Kripke, S.: Semantical Analysis of Modal Logic I, Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, 9, pp. 67-96 (1963).

25) Ladner, R. E.: The Computational Complexity of Provability in Systems of Modal Propositional Logic, SIAM J. Comput., 6-3, pp. 467-480 (1977).

26) Lakemeyer, G.: Steps Towards a First-Order Logic of Explicit and Implicit Belief, TARAK-86, pp. 325-340.

27) Lakemeyer, G. and Levesque, H. J.: A Tractable Knowledge Representation Service with Full Introspection, TARAK-88, pp. 145-159.

28) Lenzen, W.: Recent Work in Epistemic Logic, Acta Philosophica Fennica, 30, pp. 1-219 (1978).

29) Levesque, H. J.: A Logic of Implicit and Explicit Belief, Proc. AAAI-84, pp. 198-202 (1984).

30) Lin, F.: Reasoning in the Presense of Inconsistency, Proc. AAAI-87, pp. 139-143 (1987).

31) Makinson, D.: How to Give Up: A Survey of Some Formal Aspects of the Logic of Theory Change, Synthese, 62, pp. 347-363 (1985).

32) McCarthy, J. and Hayes, P. J.: Some Philosophical Problems from the Standpoint of Artificial Intelligence, Machine Intelligence, 4 (1968).

33) Milgrom, P.: An Axiomatic Characterization of Common Knowledge, Econometrica, 49-1, pp. 219-222 (1981).

34) Milgrom, P. and Stokey, N.: Information, Trade and Common Knowledge, J. of Economic Theory, 26, pp. 17-27 (1982).

35) Moore, R. C.: Reasoning about Knowledge and Action, Proc. IJCAI-77, pp. 223-227 (1977).

36) Moore, R. C.: A Formal Theory of Knowledge and Action, in "Formal Theories of the Commonsense World" (ed. J. R. Hobbs and R. C. Moore), Ablex Pub., pp. 319-358 (1985).

37) Morgenstern, L.: A First Order Theory of Planning, Knowledge, and Action, TARAK-86, pp. 99-114.

38) Patel-Schneider, P. F.: A Decidable First-Order Logic for Knowledge Representation, Proc. IJCAI-85, pp. 455-458 (1985).

39) Rantala, V.: Impossible Worlds Semantics and Logical Omniscience, Acta Philosophica Fennica, 35, pp. 106-115 (1982).

40) Rescher, N. and Brandom, R.: The Logic of Inconsistency: A Study in Non-Standard Possible-World Semantics and Ontology, Rowman and Little-Field (1979).

41) Rivest, R. L., Shamir, A. and Adleman, L.: A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems, Comm. ACM, 21-2, pp. 120-126 (1978).

42) Stickel, M. E.: Automated Deduction by Theory Resolution, J. Automated Reasoning, 1-4, pp. 333-355 (1985).

43) Vardi, M. Y.: On Epistemic Logic and Logical Omniscience, TARAK-86, pp. 293-305.

(平成元年2月13日受付)