

価格と取引数量のフィードバック効果を考慮した人工市場モデル

尹 熙元[†] 棚橋 隆彦[‡]

[†] (株) シーエムディーリサーチ 〒105-0003 東京都港区西新橋 2-19-4 西新橋 K-1 ビル 6F

[‡] 慶應義塾大学理工学部 〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1

E-mail: [†] yoon@cmdr.co.jp, [‡] taka@mech.keio.ac.jp

あらまし 本論文では、金融市場の日中価格変動をシミュレートする人工市場モデルを提案する。提案されるモデルは金融市場での売買において収益を計上する期間が異なる3タイプのエージェントによって構成される。そして、各エージェントに対して売買価格と取引数量によるフィードバック効果を売買積極性の数値化という手法によって実現し、ティックベースの価格変動と出来高変動を同時にシミュレートする構造を持つ。売買積極性の数値化という概念は、売買数量と価格変動を関連づけるフレームワークを提供する。構築した人工市場モデルを東京証券取引所に上場されている株式の日中変動シミュレーションに適用し、高い精度でシミュレートできることを示す。

キーワード 3体モデル, 人工市場, 日中変動シミュレーション

Multi-agent simulation model for financial market with feedback effects both of price and trading volume

Hiwon YOON[†] Takahiko TANAHASHI[‡]

[†] CMD Research Ltd. 6F, 2-19-4 Nishi-Shinbashi, Minato-ku, Tokyo, 105-0003 Japan

[‡] Mechanical Engineering, Keio University 3-14-1 Hiyoshi, Kouhoku-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 223-8522 Japan

E-mail: [†] yoon@cmdr.co.jp, [‡] taka@mech.keio.ac.jp

Abstract We present an artificial market model to simulate intraday price fluctuation in financial market. The model is composed of three types of agents, who have different time spans to profit, with feedback effects both of price and trading volume, and it is called three bodies model. With a concept of quantifying aggressiveness to trade on modeling methodology, three bodies model can simulate intraday price fluctuation and trading lots simultaneously. We show simulation results for listed stocks on Tokyo Stock Exchange, applying three bodies model empirically, and suggest a practice utilization of agent simulation.

Keyword Three bodies model, Artificial market, Intraday simulation

1. 緒言

金融市場における価格変動は、市場を構成する参加者が多種多様な行動[1]をとると推察されているため複雑で解析が困難と考えられている。金融工学では、この複雑な構造による価格変動を確率過程で代替する方法や統計的手法によって株価モデルを構築し、デリバティブの価格評価式やリスク管理等の実務に価格変動特性を取り込んでいる。

このような確率過程や統計的手法を基礎とする従来の金融工学に対してコンピューター技術の発展を背景としたエージェントシミュレーションによる人工市場の研究[2]が着目され始めている。エージェントによる人工市場の研究とは、局所ルールに基づいて行動するエージェントによって市場を形成し、その集合体として形成された市場がどのような振る舞いを示すか

という視点によって市場構造を解析する研究分野であり、市場の暴落等の急激な変動に対する原因究明の分析手法として有望視されている。

本論文では、金融市場の日中価格変動を、出来高を考慮しながらシミュレートする人工市場モデルと、そのモデルを用いた数値シミュレーション手法を提案する。提案されるモデルは、3つの異なったタイプのエージェント（それらは投資家、デイトレーダー、マーケットメーカーに対応）によって構成され、この3つのエージェントの相互作用として市場の動力学を説明する。このアプローチは従来の統計モデルによる市場変動特性のモデル化とは異なり、エージェントの動的行動特性によって市場構造を分析するものである。

検証問題として、提案されるモデルを東京証券取引所に上場されている株式の日中価格変動シミュレー

ションに適用し、実際の株価変動を高い精度でシミュレートできることを示す。また、人工市場モデルを金融実務に適用する手法として株式市場での執行分析への活用事例を提示する。

2. 3 体モデル

日本における株式市場取引は取引開始時の価格形成と日中の価格形成が異なる。取引開始時は買付株数（需要）と売却株数（供給）を均衡させて価格を決定する板寄せシステムによって、また日中売買はすでに存在して示されている売買希望分布表（株式関係者は板と呼ぶ）に対して売買を行うザラバシステムによって価格が形成される。板寄せシステムは取引開始時刻（前場は9時、後場は12時30分）の需給バランスによって価格が決定されるが、ザラバシステムは売買希望分布表（板）に対して売買が執行されるため連続オークションとならず、売買参加者自身が板を考慮し自らの意思によって売買執行のタイミングと価格を判断して取引が成立する。このザラバ状態をモデル化するには、需要供給に関する直接的な関数形を導入するよりも、市場参加者が市場情報（板情報）を参照した状態において売買行動をどのように判断するかというエージェントによるアプローチが有効である。本論文で提案する金融市場に対する3体モデルは、日中変動という市場ダイナミクスを分析する手法としてこの状態をモデル化するアプローチである。

具体的には、日中の各取引に対して買い手と売り手が直前に取引された市場価格および自分の株式保有状況（保有数量および保有コスト）を鑑みて、売買という行動を嗜好するかどうかを判定し、売買意欲の強さによって価格変動を説明するものである。3体モデルは、従来の市場における需要と供給の関係によって価格を決定するアプローチ[3]とは異なり、買い手と売り手の意思によって局所的な価格が形成され、その局所的価格形成の連鎖を市場参加者の保有数量や保有コストによって関連づけるものである。

2.1. 3 体モデルの構成エージェント

実際の市場には、その行動形態に程度の差こそあれ次の3主体が存在する。

- (1) 投資家
- (2) デイトレーダー
- (3) マーケットメーカー

市場における売買をこの3つの主体間の相互作用として捉え、その結果として価格と出来高が決定されると考える。この3つの主体はそれぞれ売買による収益を計上する際に想定している時間（時間感覚）が異なるものとして以下のように定義される。

- (1) 投資家：数ヶ月から数年という時間感覚を持った

め、日中の売買行動では価格変動を考慮せずに一時的な買いもしくは売りを周期的に行う。

- (2) デイトレーダー：1日の中で売買を繰り返し、数分間での価格差を狙う。自分の買付（売却）コストと市場価格の乖離度合いを絶えず確認し、その乖離状況が行動を決める。
- (3) マーケットメーカー：数日間の持ち高の保有によって収益を狙う。持ち高管理を毎日の終値によって値洗い（帳簿上の清算価格の更新）するため前日の価格が当日の基準値となり、その基準値からの乖離状況に行動形態が依存する。

2.2. 3 主体という動的特性

本モデルは市場参加者の性質を3タイプに同定し、その時間感覚の違いによって日中変動の複雑な動的挙動を説明するものであるが、これは実際の市場参加者が完全に上記の3つの主体に該当することを厳密に規定しているのではない。モデル化の本質はすべての参加者の行動が上記の3つの要因（行動特性）の組合せによって説明されることにある。言い換えれば、著者らが提案する3体モデルとは、市場の動力学的特性が時間感覚の異なる3つの主体によって説明されることを意味するものであり、3主体ゆえに市場の複雑な動的挙動が創発されると考えている。また、具体的なシミュレーションにおけるエージェントの数は、買付の投資家、売却の投資家、買付のマーケットメーカー、売却のマーケットメーカー、デイトレーダーの5つとなる。これは、デイトレーダーにおいては同一の主体が買付も売却も行うため単体で1つの主体となるが、投資家およびマーケットメーカーは買い方、売り方の両方が存在しうるのである。つまり、3体とはあくまで動的行動の主体数であり、実際のエージェント数を意味するものではない。

2.3. 3 主体で構成される根拠

本論文がシミュレーションの対象としている日中変動では取引の開始と終了が規定されるため、それぞれの時点における持ち高の条件の組合せが表1に示される通り3つに特定される。この取引開始と終了の区切りは株式市場のような取引所取引においては規則によって明示されるが、相対取引を基本とする為替市場や債券市場では明確な取引時刻の区切りが存在しない。しかしながら、金融市場の参加者が取引業務を、1日を単位として管理していることは事実であり、その視点からも取引開始時と終了時の持ち高の状態が表1に示される状況にあることに変わりはない。

投資家は、日中を通して予定売買数量 X を買付けるか売却するため、開始時か終了時の持ち高の条件が0という片側ゼロ条件となる。デイトレーダーは開始時も終了時も持ち高が0という両側ゼロ条件となる。

マーケットメーカーは開始時も終了時も任意の値を取りうる両側非ゼロ条件となる。著者らが提案する時間感覚の違いとは、取引期間の初期条件および終端条件と関連づけられ、それらに対応させると表 1 に示される通り 3 つの組合せが標準となる。

表 1 取引開始時と終了時の持ち高
Table 1 Position at opening and closing

| | Initial Condision (initial position) | Final Condition (final position) |
|--------------|---|-------------------------------------|
| Investor | 0 (or X) | X (or 0) |
| Daytrader | 0 | 0 |
| Market Maker | Y | Z |

3. 株式市場における日中変動シミュレーション手法

本論文で提案する 3 体モデルは対象資産を特定するものではないが、検証事例を示すために日中価格変動データとそれに付随する取引数量データの入手が可能な証券取引所取引の株式日中価格変動シミュレーションに適用する。

3.1. 株式市場 3 主体モデルのパラメータ

3 体モデルを実際の株式日中変動シミュレーションに適用するための、各エージェントの行動に関するパラメータおよび取引状況を設定するパラメータを以下に示す。

3.1.1. エージェントの行動に関するパラメータ

各エージェントに対する行動特性パラメータは以下の通りである。

(1) 投資家

日中価格変動とは独立な視点を持つ投資家は、平均的に周期的な売買を行うとしてモデル化される。従って、その売買意欲の周期が投資家行動を特徴づけるパラメータである。本解析では買い手と売り手の周期は一致するものとし、投資家に関するパラメータを 1 つとした。

(2) デイトレーダー

日中の価格変動を意識するデイトレーダーは

$$\text{評価損益} = \text{比例係数} \times (\text{保有コスト} - \text{市場価格})$$
 に対して売買の積極性を変化させる。一般にデイトレーダーは目標利益水準と損切り水準を予め設定している。従って上式における比例係数を目標利益係数と損切り係数の 2 つとして解釈し、それらがデイトレーダーの行動を特徴づけるパラメータとなる。また、デイトレーダーは売買時の最大持ち高に制限を持つことが通常であるため、最大保有数量もパラメータとなる。従って、デイトレーダーを特徴づけるパラメータは 3 つとなる。

(3) マーケットメーカー

前日の終値を基準値とするマーケットメーカーは

$$\text{評価損益} = \text{比例係数} \times (\text{前日終値} - \text{市場価格})$$
 に対して売買の積極性を変化させる。デイトレーダーと同様に目標利益係数と損切り係数の 2 つがマーケットメーカーの行動を特徴づけるパラメータとなる。

3.1.2. 取引状況を設定するパラメータ

取引所での実際の株式売買をシミュレートするためには、売買単位、取引呼び値（価格変動最小単位）、1 日当りの平均取引量、1 日当りの平均取引回数、日中価格変動のボラティリティ（日中価格リターン時系列の標準偏差）を設定する必要がある。売買単位および取引呼び値は対象となる株式が決定されれば自動的に特定される。平均取引量等の統計値はシミュレーションを検証する期日以前の過去 20 日間のデータを用いる。これは過去 20 日間がリスク管理等において見積られるボラティリティの換算期間であること、およびテクニカル分析において移動平均を計算する期間として認識されているためである。

また、投資家およびデイトレーダーは取引終了時に持ち高の調整を行うため、終了間際に売買の積極性を高める傾向にある。この売買積極性が高まる時刻も取引状況を特徴づけるパラメータとなる。

実際の株式日中変動シミュレーションでは投資家の目標売買数量およびマーケットメーカーの初期保有数量もパラメータとなるが、本論文でのシミュレーションでは 1 日の平均売買数量の 3 分の 1 を目標売買数量および初期保有数量とした。

3.2. 売買積極性

3.1.1 節で示したパラメータによって各エージェントは売買の積極性を変化させ、その積極度合いに応じて次の取引価格と希望気配値を決定する。積極性の度合いは 5 段階とし、(1) 売気配値より高く買う（売り手の場合は売る：以下同様）、(2) 売り気配値で買う、(3) 売り気配値より安くかつ買い気配値より高く買う、(4) 買い気配値で買う、(5) 買い気配値より安く買う、とする。本論文でのシミュレーションでは気配値からの乖離度合いを値幅の 1 単位刻みとした。

3.3. 遺伝的アルゴリズムによる 3 主体売買構造の検証

本論文で提案する 3 体モデルは売買行動という現象のモデル化であるため、現実の価格変動の特徴を記述できるかは全く不明である。そこで実際の市場データに対して、各取引がどのエージェント間の取引かを推測し、その推定結果によって価格時系列の記述が可能であるかを検証する。各取引における参加エージェントの推定には遺伝的アルゴリズムを用い、取引デー

表2 1取引当りのモデル価格と市場価格との乖離幅
Table 2 Difference between the model's price and market price per tick

| Average | STD | Max | Min |
|---------|--------|--------|--------|
| 0.157% | 0.112% | 0.460% | 0.032% |

タ数が1日当たり100取引以上であることを条件として、東京証券取引所に上場されている主要40企業を適当に抽出してシミュレーションを行った。遺伝的アルゴリズムの詳細については前報[4]の通りである。

シミュレーション対象は1999年の5月26日の午前中の全取引とし、各対象企業に対して10回のシミュレーションを行った。40社に対してそれぞれ10回のシミュレーションを行い、総計400回のシミュレーション結果が表2である。図1に実際の日中変動シミュレーションの状況としてNECの結果を示す。縦軸は株価、横軸は時間を取引数で示したティック時刻で、実線は市場価格列、破線はモデルによる価格列である。図1は価格のみならず各取引における取引数量を正しく更新させたものであり、3主体のエージェントによって売買を実行させた現象モデルが実際の価格列をシミュレートしている状況が確認できる。この状況は検証対象に選んだ40社すべての株式において同様な傾向となった。

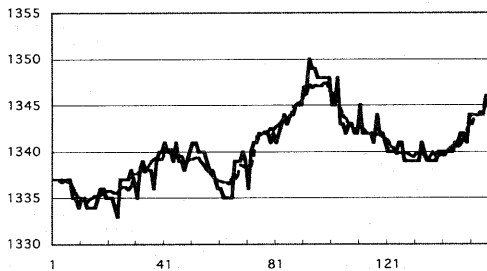


図1 遺伝的アルゴリズムを用いた日中変動シミュレーション (NEC/1999年5月26日午前)

Fig.1 Intraday simulation for listed stock with GA (NEC/morning session on May 26th, 1999)

4. 解析結果

4.1. シミュレーションパラメータの設定

前章では3体モデルの構造の検証として、各取引における参加エージェントを特定することによって価格と取引数量を満足するシミュレーション結果を確認した。本来、日中変動シミュレーションにおいてはエージェントの行動を規定するパラメータの調整によって現実の価格変動をシミュレートすることが本質であり、それが可能であるかを検証する必要がある。その

ために3.1.2節に示した過去統計量計算によって取引状況パラメータを設定し、3.1.1節に示した投資家の取引間隔、デイトレーダーの利益係数および損切り係数、マーケットメーカーの利益係数および損切り係数の5パラメータを調整することによって現実市場変動を記述するための日中変動シミュレーションを試みる。この行動パラメータの調整による日中変動シミュレーションにおいては、尹・丹羽・棚橋が提唱したマルチシナリオ構造[5]の考えを導入し、過去20日の始値リターンのボラティリティによって決定される11の始値から11のシミュレーションを行って各時刻における平均値をモデルによるシミュレーション結果とする。時間更新は1分当たり1取引とした。

具体的なパラメータの調整は、投資家の取引間隔を2分から20分、デイトレーダーの利益係数を株価呼び値の2倍から10倍、デイトレーダーの損切り係数を株価呼び値の6倍から30倍、マーケットメーカーの利益係数を対象株式の過去20日ボラティリティの1倍から3倍、マーケットメーカーの損切り係数を過去20日ボラティリティの3倍から9倍の各範囲で、変化幅を1として順次変化させシミュレーションを行った。モデル価格と市場価格の差分が最小となったものを解析結果として次節に示す。

4.2. 検証対象と解析事例

シミュレーション対象として1日に取引回数が100回を超える主要企業30社を適当に選択し、4.1節に記したパラメータ設定によって日中変動シミュレーションを行った結果、23社については良好なシミュレーション結果を得た。残り7社については上記に記したパラメータ調整ではシミュレートが困難な結果となった。良好なシミュレーション結果の一例を図2に示す。実線は市場価格列、破線はモデル価格列である。

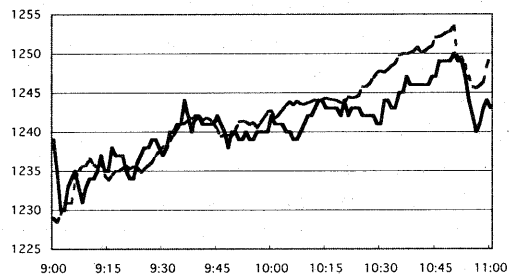


図2 行動パラメータを調整した日中変動シミュレーション (東京海上火災/2001年8月23日午前)

Fig.2 Intraday simulation for listed stock by adjusting agents' parameter (Tokyo Marine/morning session on Aug. 23rd, 2001)

図2では、取引開始直後の反転水準および9時30分過ぎの上昇傾向の停止水準を良好にシミュレートしている。本シミュレーションでは価格水準を決定するパラメータは一切設定されていないにもかかわらず、ミクロな売買現象の連鎖によって反転の水準とタイミングを特定することが可能となる。また終了間際に下落する現象は市場参加者の持ち高調整によるものであり、下落後の小反発についても実際の市場参加者の持ち高調整の効果によって生じていることが本シミュレーションによって捉えられている。今回の解析では、30社中7社のシミュレーションが良好な結果とならなかったが、これはパラメータがシミュレーション開始時点で固定されたため、日中の新たな情報による価格変動をシミュレートすることができなかったと考えられる。シミュレーション結果に対する本質的な検証条件については今後の課題である。

5. 人工市場シミュレーションの活用法

従来の人工市場研究では価格変動の再現が主目的であり、価格変動をシミュレートすることによって市場の安定性や暴落、急騰といった状態の解析に主眼がある。本論文では人工市場シミュレーションが金融市場での執行を分析するフレームワークを提供することが可能であることを示す。

5.1. 執行分析への活用

資産運用業務では、マーコピッツのポートフォリオ選択理論により効率的な資産保有に関する理論体系（投資理論）が認知されている。しなしながら、ポートフォリオ選択理論はあくまでも資産の選択に関する効率的な方法論を説いているに過ぎず、資産の構築過程に関する知見を一切与えていない。これは従来の金融工学を含めた金融に関する研究が、投資という視点に重きを置いてきたため、執行という行為に関しての解析をそれほど行ってこなかったことや、投資理論が資産の取得や売却を無条件に認めるため、資産の構築過程という概念がないためである。一方で執行は、資産の構築過程に関する行為であり、実際の金融市場での執行は程度の差こそあれ必ず自己の影響が市場に及ぶため、無条件の資産取得や売却という仮定はありえない。この自己の影響という視点の差異は従来の投資理論とは全く異なったフレームワークを執行に関する分析に要求し、そのフレームワークとして人工市場シミュレーションが有効な手段となる。

一般にシミュレーション技術は、実験による解析に莫大な費用がかかる現象、もしくは実験が困難な事象に対して、コンピューター上に安価なコストによって現象を再現したり、パラメータ等の変更によって様々な角度から知見を得ることを可能にする。そこで

執行分析を、自己の執行を考慮した市場変動シミュレーションと自己の影響を削除した市場変動シミュレーションの差分によって行うフレームワークを考える。この差分の計測は金融実務者が市場での売買執行において、最も苦慮する自己インパクトを測定することになる。

具体的な自己インパクトの測定法は、3体モデルの投資家エージェントに執行数量を指定した執行を強制するシミュレーション（強制シミュレーション）と執行を行わないシミュレーション（中立シミュレーション）との差分を測るものである。ここで重要なことは、日中変動シミュレーションの目的が最終価格を予測することではなく、執行者の影響を測定することにある点である。これは、自己インパクトを投資家エージェントの局所影響部分のみとして解釈して測定することを意味する。すなわち、2つのシミュレーションにおける全体の差分は市場変動を予測することに対応するため時々の市場環境によって変動する結果となり従って最終的には確率的な解釈しかできなくなる。しかしながら自己インパクトとして計測する部分は、投資家エージェントの局所的な影響部分のみに対応するものとなるため、その影響部分は安定的な解析結果となる（本シミュレーションの検証範囲では安定的な解析結果をもたらすことを確認した）。

5.2. 執行ベンチマークと執行リスク

人工市場シミュレーションによって市場参加者の影響度の計測が可能であれば、市場に対して様々な売買パターンによる数値実験を行うことが可能となる。構造安定性[6]概念から、市場に対して最も影響を及ぼさない売買パターンを選択し執行のベンチマークとして設定すれば、従来の金融実務における執行分析では困難であった、執行者（トレーダー）の能力やリスク適応度を定量的に評価することが可能となる。

5.2.1. 執行ベンチマーク

執行ベンチマークは執行者のリスク許容度合いとその見合いであるパフォーマンスを計測するための基準である。その基準は平常時（通常）の状態を想定したものでなければ意味がなく、極稀に生じるような大変動や大商いを基準とするとリスクやパフォーマンスを正しく計測したことになる。この考えを整理すると、正しい計測をするためには測る対象（市場）を自然な状態のまま（元の状態のまま）で測る必要があるという結論に至る。この概念は計測の基本原則であり、執行ベンチマークが何らかの計測を目的とするものであるならば、この計測の基本原則に基づいて設定されるべきである。

具体的な執行ベンチマークは、強制シミュレーションを様々な執行パターンによって実行し、中立シミュ

ュレーションとの差分を最小とする執行パターンとして設定される。この執行パターンは取引状況を設定するパラメータによって異なるため、市場環境および執行数量に依存する執行ベンチマークとなる。この執行ベンチマーク設定は取引数量の多い執行者と少ない執行者において執行戦略が異なることを明示することになり、従来の単一尺度の執行評価手法では説明が困難であった執行分析に新たな知見を与えるものとなる。

5.2.2. 執行におけるリスク概念

執行におけるベンチマークが特定できれば、ベンチマークからの執行タイミングのズレ度合いによって執行におけるリスクが特定可能となる。この「基準からのズレ度合いをリスク」とする考えはウィリアム・シャープのマーケットモデルと同様の概念であり、金融実務においては通常のリスク概念と同様なものである。本論文では、従来の金融工学等の研究では導出できなかった執行における評価基準を人工市場シミュレーションによって設定する方法論を示すことが主目的であるため、執行リスクの詳細な設定法については次報に記すこととする。

5.3. 人工市場シミュレーション応用事例

本節では本論文で提唱した執行ベンチマークおよび執行リスクを、実務に活用したシミュレーションツールを取り上げる。現在、株式会社シーエムディサーチ提供している MAST というアプリケーションは日本の株式市場に対して毎日のティックデータを集計し、執行対象となる株式に対して執行ベンチマークパターン、およびその推定コストと執行リスクを計算する。図3は MAST による執行分析画面である。図3中央部分のリストが執行パターンリストであり、左リストが執行ベンチマークパターンを、そして右リストが執行者作成執行パターンを示している。執行者が策定した執行パターンが基準となる執行ベンチマークからどれほどずれているかを右部分中央に図示し、その定量的評価が右部分下部に示されている。

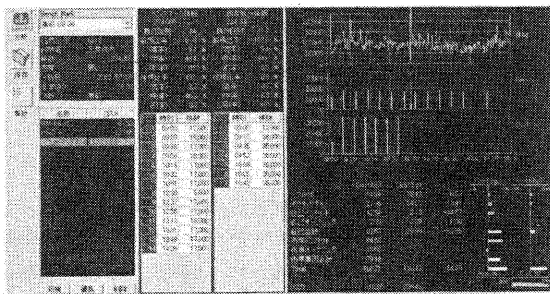


図3 MAST 執行分析画面

Fig.3 Screen of execution analysis on MAST

6. 結言

本論文では、金融市場の日中変動をモデル化するための手法として、3つの主体を相互作用させることによって市場変動をシミュレートする3体モデルを提案して日中変動をシミュレートするスキームを構築した。3つの主体は投資家、デイトレーダー、マーケットメーカーの行動を代表するエージェントであり、それぞれに収益を計上するための時間に対する感覚が異なるものである。提案された3体モデルによる日中変動シミュレーションを東京証券取引所上場株式の日中変動に対して行い、高い精度で実際の市場の動きをシミュレートすることを検証した。

また、価格と出来高をシミュレートする特性を活かすことによって、金融市場における執行分析のフレームワークを提案した。本論文で提案する執行分析のフレームワークは従来の投資理論の枠組みとは異なり、金融市場での執行における合理的な評価を行うための新たな枠組みである。この新たな枠組みにおいて人工市場シミュレーションは非常に重要なツールとなり、人工市場研究の活用範囲を広げるものとなる。

7. 今後の課題

本論文で提案した3体モデルはエージェントの行動を特定する6つのパラメータ、および取引状況を特定する3つのパラメータによって日中変動をシミュレートするが、必要十分なパラメータ数を決定する手法については今後の検討課題である。また、今回は価格データと取引データが揃っている株式に対して検証のシミュレーションを行ったが、債券や為替といった価格データのみの日中変動分析については出来高データの推定法を導入する必要があり、情報のフィードバック構造を踏まえた研究が必要となる。

文 献

- [1] 大村敬一, 宇野淳, 川北英隆, 俊野雅司, 株式市場のマイクロストラクチャー, 日本経済新聞社, pp.199-217, 1998.
- [2] 和泉潔, 植田一博, “人工市場入門,” 情報処理学会研究報告, SIG-ICS, pp.1-8, (社) 情報処理学会, 2000.
- [3] A.Sato and H.Takayasu, “Dynamic numerical models of stock market price: from microscopic determinism to macroscopic randomness,” *Physica A*, 250, pp.231-252, 1990.
- [4] 尹熙元, 斉藤英雄, 棚橋隆彦, “金融市場における日中変動シミュレーション,” pp.1-8, 日本計算工学会論文集, 2002.
- [5] 尹熙元, 丹羽文紀, 棚橋隆彦, “金融市場における日中変動シミュレーション(第2報),” pp.99-106, 日本計算工学会論文集, 2002.
- [6] 金子邦彦, 津田一郎, 複雑系のカオス的シナリオ, 朝倉書店, pp.69-72, 1998.