ジレンマゲームにおけるジレンマ性に関する考察

相良　博喜†　　谷本　潤‡

† 九州大学大学院総合理工学府環境エネルギー工学専攻・修士課程
‡ 九州大学大学院総合理工学研究院・教授・工博
〒816-8580 福岡県春日市春日公園 6-1 九州大学総合理工学研究院　都市建築環境工学研究室
E-mail:　† uminchu@uminchu.jp,　‡ tanimoto@cm.kyushu-u.ac.jp

あらまし　所謂ジレンマゲームにおけるジレンマ性は「協調戦略が支配戦略たり得ない」ことにより普遍的に定義出来ることを示した．この定義により，ジレンマ性はゲーム構造が規定する戦略数を要素次元数とするベクトルとして表現することが可能となる．議論に先だって，基本的概念として，Pareto 最悪，更にはゲーム構造のパラメータ表記法を提示した．就中，後者は戦略数 2 の所謂，PD，Chicken など 2×2 ゲームのジレンマ構造を俯瞰的に観る上で画期的なアイデアである．また，提示するジレンマ性に関する定義が，Replicator Dynamics から観ても妥当であることを 2×2 ゲーム，3×3 ゲームを具体事例に示した．

キーワード　囚人のジレンマ　レプリケータダイナミクス

What causes for Dilemma in the so-called Dilemma Games?

Hiroki SAGARA†　　Jun TANIMOTO‡

† Graduate Student, Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University
‡ Prof., Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University, Dr.Eng.
E-mail:　† uminchu@uminchu.jp,　‡ tanimoto@cm.Kyushu-u.ac.jp

Abstract We deduced that it is possible to define the Dilemma substance in the so-called dilemma games by the fact, a cooperative strategy cannot be dominant. This simple but clear definition can provide a firm way to a quantitative evaluation for the dilemma intensity in order to compare other types of dilemma games, for example, between Chicken and Leader Game. On the pathway of our deductive discussion, two important concepts concerning the Pareto Least and a parameterized expression procedure for the game structure were presented. In particular, the latter concept seems to be quite breakthrough to overview holistic 2x2 game world including Prisoners Dilemma, Chicken, Stag Hunt, Leader and Hero Game. And a practical explanation going through 2x2 and 3x3 game was presented about what we defined as the dilemma substance seems to be plausible from the viewpoint of the Replicator Dynamics.

Keyword　Prisoners Dilemma　Replicator Dynamics

1. 緒言

本研究では，所謂，ジレンマゲームにおけるジレンマ性が何に起因して発生するのか，換言するとジレンマ性の本質に関して明確な定義を与えることが目的であり，これによりジレンマ性の定量的評価に道筋を付与しようと云うものである．本研究で取り扱うゲームは 2 人対称の構造を有し，離散的に与えられる戦略数が N_{st} であるゲームである．$N_{st}=2$ は，所謂，2×2 ゲームであり，これについては囚人ジレンマ（Prisoners Dilemma，以下，PD）やチキン（以下，Chicken），鹿狩り（以下，Stag Hunt, SH），リーダー（以下，Leader），ヒーロー（以下，Hero）など，いくつかの典型的ジレンマゲームが知られている．2×2 ゲームに関しては，Rapoport[1]のジレンマゲームの分類以降，様々な角度からのジレンマゲーム研究があるが，例えば PD と Chicken のジレンマ性を定量的に比較するなど，異種ゲームのジレンマ性を括して俯瞰しようとの試みは未だなされていない．蟾川[2]は，PD，Chicken，SH を取り上げ，戦略進化と絶滅の dynamics を検討しているが，その中でゲームのジレンマの度合いを定量的に測る指標の必要性を指摘している．

2. 基礎概念の整理

本章では以下の議論に用いる基本的な概念を整理しておく．なお，本論で対象とするのは，離散的な戦略が N_{st} 与えられる（以下，N_{st} 戦略ゲーム）2 人対称純粋戦略ゲームであるが，本章では可能な限り一般的に記述する．

2.1. パレート最適とパレート最悪

所謂，パレート最適（Pareto Optimal）に対してパレート最悪（Pareto Least）が以下で定義される．

定義 1 戦略型 n 人ゲーム $G=\left(N,\{S_i\}_{i\in N},\{f_i\}_{i\in N}\right)$において戦略の組 $s=(s_1,\cdots,s_n)$が戦略集合 $S=S_1\times\cdots\times S_n$ に関してパレート最悪であるとは，全てのプレーヤー $i(=1,\cdots,n)$に対して，

$$f_i(t_1,\cdots,t_n)<f_i(s_1,\cdots,s_n)$$

となる戦略の組 $(t_1,\cdots,t_n)\in S$ が存在しないこと． ■

ある戦略の組がパレート最悪であるとは，全てのプレーヤーにとって，もうそれ以上避けたい実行可能戦略の組が存在しないことを意味する．

図 1 に 2 戦略ゲームの例を示した．太線が夫々，パレート最適とパレート最悪の解集合の例である．例示

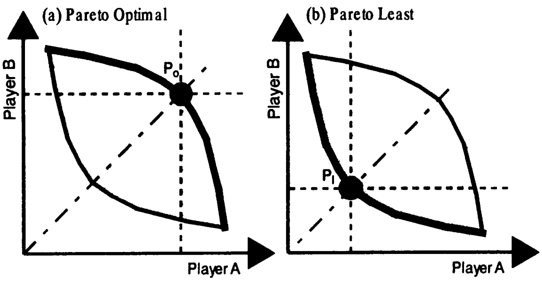

図 1 パレート最適とパレート最悪
Fig.1 A concept of Pareto Optimal and Pareto Least. A Gray area indicates a possible solution

したように解可能域が凸集合（convex）の場合，プレーヤーA と B の利得が等しくなり，且つ，利得最大な解 P_0（原点から引いた傾き 45deg の直線と Pareto 最適との交点）を基点に図中点線の軸をとり，そこから見て第 2 象限および第 4 象限にあるパレート解は，P_0 に対して優劣を決め難い（第 2 象限にあればプレーヤーB に，第 4 象限にあればプレーヤーA に偏して有利な解になる）．すなわち，太線上の解集合は優劣を決められないことになり，多目的最適化の概念から派生しているパレート最適の意味は抑もこの点にある．同様にパレート最悪の太線では，線上の解集合の優劣を決められず，例えば，P_1 から見て第 2 象限にある解はプレーヤーA に偏って不利な場合を意味することになる．

2.2. ゲーム構造の表記法

対称 2 人 N_{st} 戦略ゲームのゲーム構造を決める利得表を以下で表す．

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1N_{st}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{N_{st}1} & \cdots & m_{N_{st}N_{st}} \end{bmatrix} \qquad \cdots(1)$$

プレーヤー $i(=1,2)$ の戦略は $\mathbf{s}_i\in S=\{(1\ 0\ \cdots\ 0),\cdots,(0\ \cdots\ 0\ 1)\}$である．プレーヤー j と対戦したプレーヤー i が得る利得 π_{ij} は以下となる．但し，${}^T\mathbf{s}_i$ は縦ベクトル $\mathbf{s}_i$ の横ベクトルを表す．

$$\pi_{ij}={}^T\mathbf{s}_i\cdot\mathbf{M}\cdot\mathbf{sj} \qquad \cdots(2)$$

いま，図 1 様の解可能集合を考えるなら，(1)式で表されるゲーム構造は図 2 に示すように，$r_1,\cdots,r_{N_{st}(N_{st}+1)/2-1}$ 及び $\theta_1,\cdots,\theta_{N_{st}(N_{st}-1)/2}$，合計 $N_{st}{}^2-1$個のパラメータで表すことが出来る[*1]．但し，便宜的に $m_{22}>m_{11}$ を仮定している．

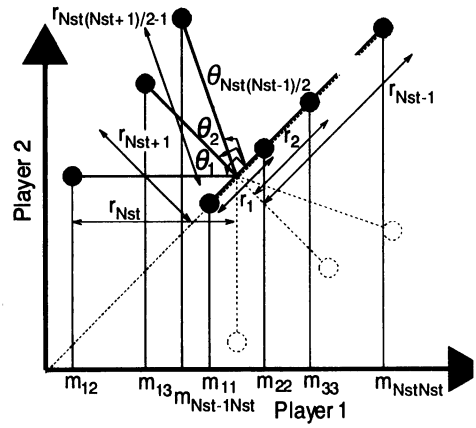

図 2 対称 2 人 N_{st} 戦略ゲームの一般表記
Fig.2 General description for Symmetric 2 Players N_{st} –strategy Game.

ここで提示したゲーム構造の表記法は，後述するようにゲーム構造とジレンマ性を俯瞰的に観る際にきわめて有効である．

例えば，$N_{st}=2$ の所謂 2×2 ゲームで，r_2 を r_1 で正規化するとパラメータは，r_2 及び θ_1 となり，これらを改めて r 及び θ と表すと，両パラメータを変化させたときのゲーム構造（但し $m_{22}-m_{11}=1$なる正規化が施されている）は図 3 に表すことが出来る．PD（Prisoners' Dilemma），Chicken，SH（Stag Hunt），Leader，Hero はよく知られるジレンマゲームであり，発生条件を表 1 に示しておく．尚，Leader に対する Hero は(1)式の利得構造が転置行列となった状況であり，本論では以下，“Reverse（裏）”と云う．つまり，Hero は Leader の裏である．Reverse は図 3 において $\theta=0$ 及び $\theta=180$ に関して対象な幾何関係を意味する．また，後述するように Chicken はパレート最適に関わるジレンマ性に起因するゲームであり，SH はパレート最悪に関わるジレンマ性に起因するゲームである．この，Chicken に対する SH の関係を本論では以下，“Anti-“と云う．すな

わち，SH は Anti-Chicken とも云える．このことから Leader，Hero にも夫々Anti-が存在し，Anti-Leader 及び Anti-Hero は，パレート最悪に関わるジレンマ性を有するゲームである．尚，後述するように Leader，Hero は広義の Checken とも看做し得，同様に Anti-Leader，Anti-Hero は広義の SH とも云える．

図 4 で示した(c)から(i)のジレンマゲーム以外の図 3 中の領域は，後述するように協調戦略（協調戦略の定義は後述）が支配戦略となるゲームであり，ここでは Rapport[1]に倣って Trivial と表記しておく．図 3 中の○は player1 が協調（以下，C 戦略），●は裏切り（以下，D）を表し，薄グレーハッチは player2 が C，濃グレーハッチは player2 が D を表す．(j)に示した Reverse PD が Trivial であることは図より自明である（player2 の戦略に依存せず player1 は C をとるのが合理的）．

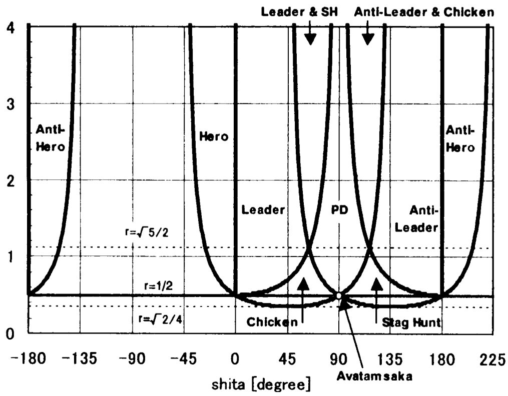

図 3 対称 2×2 ゲームにおけるジレンマ生起領域
Fig.3 Dilemma area in case of 2 × 2 game expressed by the proposed schematic description.

表 1 各ゲームの生起条件
Table 1 Criteria for games.

General assumption: $m_{22} > m_{11}$	
PD	$m_{21} < m_{11}$ and $m_{12} > m_{22}$.
Chicken	$m_{12} > m_{22}$ (and $m_{21} > m_{11}$). Particularly, □ $P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is convex.
Stag Hunt	$m_{21} > m_{11}$ (and $m_{12} < m_{22}$). Particularly, □ $P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is convex.
Leader	$m_{12} > m_{22}$ (and $m_{21} > m_{11}$). Particularly, □ $P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is not convex. And $m_{12} > m_{21}$.
Hero	$m_{12} > m_{22}$ (and $m_{21} > m_{11}$). Particularly, □ $P_{DD}P_{CD}P_{CC}P_{DC}$ is not convex. And $m_{21} > m_{12}$.
Anti-Leader	$m_{21} < m_{11}$ (and $m_{12} < m_{22}$). Particularly, □ $P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is not convex. And $m_{12} > m_{21}$.
Anti-Hero	$m_{21} < m_{11}$ (and $m_{12} < m_{22}$). Particularly, □ $P_{DD}P_{CD}P_{CC}P_{DC}$ is not convex. And $m_{21} > m_{12}$.
Avatamsaka	$m_{21} = m_{11}$ and $m_{12} = m_{22}$.

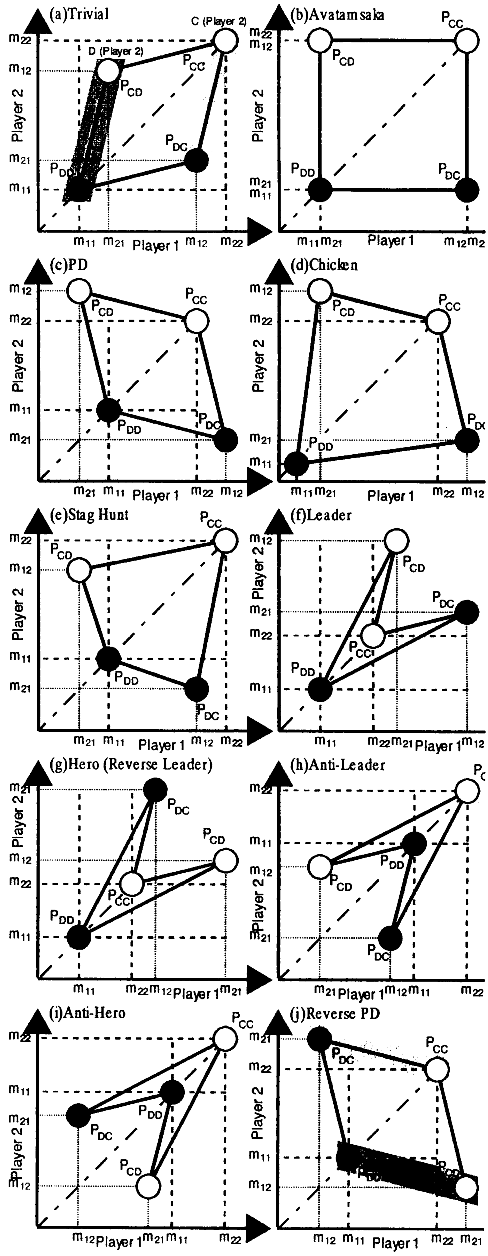

図 4 対称 2×2 ゲームにおける代表的ゲーム
Fig.4 Well-recognized games in 2 × 2 game.

また，Akiyama らの提示した Avatamsaka[3]はジレンマゲームと Trivial との丁度境界に位置するゲームであることがわかる．

2.3. 協調戦略

本論では協調戦略を以下で定義する．

定義 2　戦略 $i(=1,\cdots,N_{st})$ が協調戦略であるとは，$Max(m_{11},m_{22},\cdots,m_{N_{st}-1N_{st}-1},m_{N_{st}N_{st}})=m_{ii}$ であること．

2.4. ジレンマゲーム

本論では以下のようなゲームをジレンマゲームと定義する．

定義 3　戦略 $i(=1,\cdots,N_{st})$ を $\mathbf{s}_i$（N_{st} 次元ベクトルの i 要素のみ 1 でそれ以外のすべの要素が 0)，繰り返しゲームのある時点における戦略分布を $\mathbf{s}=(s_1 \ \cdots \ s_{N_{st}})$ で表すとき，

$$\text{Replicator Dynamics}: \ \dot{s}_i=\left[{}^t\mathbf{s}_i\cdot\mathbf{M}\,\mathbf{s}-{}^t\mathbf{s}\cdot\mathbf{M}\,\mathbf{s}\right]\cdot s_i \quad \cdots(3)$$

を考える．戦略 i が協調戦略であるとき，ダイナミクスを考えた $\mathbf{s}_i$ が唯一の均衡点とならないゲーム構造をジレンマゲームと云う．

すなわち，本論ではジレンマ性をダイナミクスを包含した概念と措定するものである．上記の定義自体は，ゲームのダイナミクスの帰趨が本来両プレーヤーにとってパレート的に望ましい筈の協調戦略に行き着かない状況をジレンマと云うわけだから，その意味で一般常識に整合的である．

2.5. ジレンマ性を巡る命題

対称 2 人 N_{st} 戦略ゲームにおいて，(1)式で示されるゲーム構造とジレンマ性との関係について以下を措定する．

命題 1　協調戦略が支配戦略でないならば，そのゲームはジレンマ性を有する．

ジレンマ性の大小については，協調戦略が支配戦略である非ジレンマ状態からの"歪み"としてジレンマ強度 **DL** で計量する．**DL** は N_{st} 次元ベクトルである．

$$\mathbf{DL}=\left(DL_1 \ \cdots \ DL_j \ \cdots \ DL_{N_{st}}\right) \quad \cdots(4)$$

$$DL_j=Max\left(m_{1j}-m_{ij},m_{2j}-m_{ij},\cdots,m_{N_{st}j}-m_{ij},0\right) \cdots(5)$$

以下，第 3 章では，2×2 ゲームにおいては命題 1 が成立することを導く．また，第 4 章では 3×3 ゲームを例に $N_{st}\geq 3$ について命題 1 を検討する．

3. 2×2 ゲームにおけるジレンマ性

3.1. ギャンブル性ジレンマとリスク回避性ジレンマ

2×2 ゲームにおいて，$m_{21}>m_{11}$ かつ $m_{12}<m_{22}$ であれば，協調戦略 $i=2$（C）（なぜなら $m_{22}>m_{11}$）が戦略 $i=1$（D）を支配することは自明である．なぜなら，player1 は player2 の戦略に関係なく，協調戦略 $i=2$（C）をとることが合理的になるからである．

ジレンマ強度に関する(4)式は以下となる．

$$\mathbf{DL}=\left(DL_1 \quad DL_2\right)=\left(Max(m_{11}-m_{21},0) \quad Max(m_{12}-m_{22},0)\right) \quad \cdots(6)$$

さて，ここで図 3，図 4 及び表 1 を改めて見返してみよう．ジレンマのない Trivial ゲームは $m_{21}>m_{11}$ かつ $m_{12}<m_{22}$ の領域に一致しており，逆に，$m_{21}>m_{11}$ 若しくは $m_{12}<m_{22}$ が満たされないと何らかのジレンマゲームになることが確認される．

$m_{12}<m_{22}$ が満たされない，すなわち $m_{12}>m_{22}$ となると，Chicken，或いは Leader，Hero になる．Chicken（図 4(d)）では P_{CC}（Player1 が C，Pyaer2 が C の戦略をとる解，以下同様に表す），P_{CD}，P_{DC} が Pareto 最適となって優劣比較が困難となる[*2]．Leader，Hero（図 4(f),(g)）では，P_{CD}，P_{DC} が Pareto 最適となって優劣比較が困難になる．この利得で見て上方側に最適解を決し得ない(すなわちパレート最適は存在するが unique な最適解は決められない）ことから来るジレンマは，相手を出し抜こうとの意図が平等なプレーヤー間で角逐することに起因するものであり，以下ではギャンブル性ジレンマと云うことにする．ギャンブル性ジレンマの強さは(6)式より $DL_2=Max(m_{12}-m_{22},0)$ である．

$m_{21}>m_{11}$ が満たされない，すなわち $m_{21}>m_{11}$ となると，SH，或いは Anti-Leader, Anti-Hero になる．SH（図 4(e)）では，P_{DD}，P_{CD}，P_{DC} が Pareto 最悪となって優劣比較が困難となる．Anti-Leader，Anti-Hero（図 4(h),(i)）では，P_{CD}，P_{DC} が Pareto 最悪となって優劣比較が困難になる．この利得で見て下方側に最悪解を決し得ない(すなわちパレート最悪は存在するが unique な最悪解は決められない）ことから来るジレンマは，相手に出し抜かれまいとの意図が平等なプレーヤー間で角逐することに起因するもので，以下ではリスク回避性ジレンマと云うことにする．リスク回避性ジレンマの強さは(6)式より $DL_1=Max(m_{11}-m_{21},0)$ である，

PD は $m_{21}>m_{11}$ かつ $m_{12}<m_{22}$ の両条件を同時に満たし得ないゲームであり，ギャンブル性ジレンマとリスク回避性ジレンマの性質を併せ持つ場合である（換言すると PD は Chicken と SH が併存するゲーム）．

図 5 に DL_1 と DL_2 を示す．上記したように PD は DL_1 と DL_2 が併存するゲームである（DL_1，DL_2 が併存するゲーム構造は厳密には図 3 に示したように PD と Leader & SH，Anti-Leader & Chicken がある）．

ここで留意すべきはジレンマ強度 **DL** はベクトルとして定義されたもので，トータルなジレンマ性として DL_1+DL_2 を考量することは出来ないと云う点である（後詳述）．但し，例えば，Chicken と別の Chicken 或いは Leader，Hero とを比較して DL_2 の大小関係からジレンマ性の強弱を定量的に比較することは可能である．すなわち，DL_1 若しくは DL_2 の一方の大小だけでジレンマ強度が比較出来る場合には，ゲーム構造のジレンマ

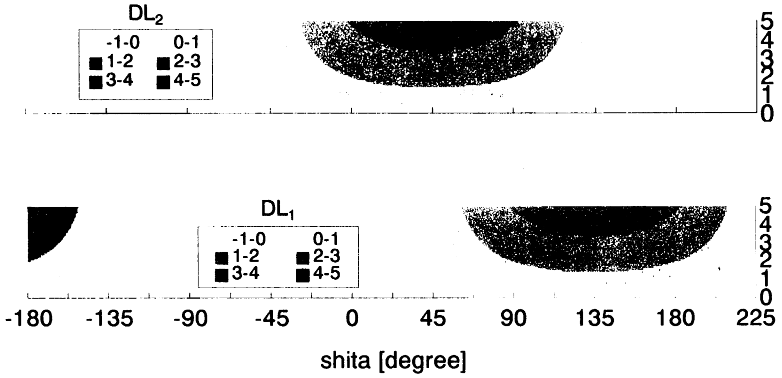

図 5　DL_1 及び DL_2

Fig.5　DL_1 and DL_2 in 2 × 2 game.

性を定量的に議論出来る．DL_1 はリスク回避性ジレンマの強度を，DL_2 はギャンブル性ジレンマの強度を夫々定量的に表している（例を注記*3 に示す）．この点については次節で再度触れる．

以上のように 2×2 ゲームにおいては，ギャンブル性ジレンマとリスク回避性ジレンマ，二様の異なる起源に依拠してジレンマが発生することが解った．しかし，これら機構上のジレンマが現実世界のジレンマと重なるか否かは，ゲーム構造以前のコンテクストに依存する可能性があり，若干の留保を付ける必要があるかもしれない．ギャンブル性ジレンマはいわば利得を向上させるためのポジティブなジレンマであり,一方のリスク回避性ジレンマはいわば逸失利得を増大させないためのネガティブなジレンマと云えよう．多くのゲームにおける利得は“挙げる”ことで争われるから,人間の心理上，後者を前者に比して過小に評価する向きがあるものと予想されるのである（次節で述べるように Replicator Dynamics でも，DL_1 は DL_2 に較べ薄弱に現れる）．SH のジレンマ性（すなわちリスク回避性ジレンマ）がまま誤解されているのはこの点が大きく与っているものと考えられる．以上の点については，被験者実験により明らかにすることも一計だろう．

3.2. Replicator Dynamics

前節により命題 1 の十分性，すなわち $m_{21} < m_{11}$ 或いは $m_{12} > m_{22}$.であれば，ゲーム構造はジレンマ性を帯びることが確認された．本節では，構造が 2·4 で定義したジレンマゲームであるならば，$m_{21} < m_{11}$ 或いは $m_{12} > m_{22}$.であること，すなわち命題 1 の必要性を Replicator Dynamics を論じることで示す．

(3)式を 2×2 ゲームについて陽的に表記すると，

$$\dot{s}_1 = \{(m_{11} - m_{21}) \cdot s_1 - (m_{22} - m_{12}) \cdot s_2\} \cdot s_1 \cdot s_2 \quad \cdots(7)$$

$$\dot{s}_2 = -\{(m_{11} - m_{21}) \cdot s_1 - (m_{22} - m_{12}) \cdot s_2\} \cdot s_1 \cdot s_2 \quad \cdots(8)$$

ここで，$\mathbf{s} = (s_1 \quad s_2)$ である．

$\dot{s}_1 \equiv f_1(s_1, s_2)$，$\dot{s}_2 \equiv f_2(s_1, s_2)$ とし，$s_1 + s_2 = 1$，$f_1 = -f_2$ に留意すると，

$$\frac{\partial f_1}{\partial s_1} = -\frac{\partial f_2}{\partial s_1} = 3(-m_{11} + m_{12} + m_{21} - m_{22})s_1^2 + 2(m_{11} - 2m_{12} - m_{21} + 2m_{22})s_1 + m_{12} - m_{22} \quad \cdots(9)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial s_2} = -\frac{\partial f_2}{\partial s_2} = -3(-m_{11} + m_{12} + m_{21} - m_{22})s_1^2 - 2(m_{11} - 2m_{12} - m_{21} + 2m_{22})s_1 - m_{12} + m_{22} \quad \cdots(10)$$

となる．

一般に，非線形方程式のダイナミクスを考えるとき，静止点 $\mathbf{s_o}$，ヤコビアンマトリクス $\mathbf{J}$ として，$\mathbf{J}(\mathbf{s_o})$ の全ての固有値が負の実数値をとるならば，$\mathbf{s_o}$ は安定な均衡点である．

ところで，(3)式のヤコビアンマトリクスは，

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1}{\partial s_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial s_1} & \frac{\partial f_2}{\partial s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1}{\partial s_2} \\ -\frac{\partial f_1}{\partial s_1} & -\frac{\partial f_1}{\partial s_2} \end{bmatrix} \quad \cdots(11)$$

と表され，これが固有値 0 と $\frac{\partial f_1}{\partial s_1} - \frac{\partial f_1}{\partial s_2}$（固有ベクトルは $(-1 \quad 1)$）を持つのは自明．よって，全ての静止点について，固有値 $\lambda = \frac{\partial f_1}{\partial s_1} - \frac{\partial f_1}{\partial s_2}$ を吟味すればよい．

(9)，(10)式より，

$$\lambda = \frac{\partial f_1}{\partial s_1} - \frac{\partial f_1}{\partial s_2} = 6(-m_{11} + m_{12} + m_{21} - m_{22})s_1^2 + 4(m_{11} - 2m_{12} - m_{21} + 2m_{22})s_1 + 2(m_{12} - m_{22}) \quad \cdots(12)$$

である．また，(7)，(8)式は 3 つの静止点 $(1 \quad 0)$，$(0 \quad 1)$，$\left(\frac{-m_{12} + m_{22}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}} \quad \frac{m_{11} - m_{21}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}}\right)$ を持つ．

1) $\mathbf{s_o} = (1 \quad 0)$ のとき

(12)式より，$\lambda = -2m_{11} + 2m_{21}$ だから，$\lambda < 0$ なるためには，$m_{11} > m_{21}$ であればよい．

2) $\mathbf{s_o} = (0 \quad 1)$ のとき

表 2　2×2 ゲームの均衡の行方

Table 2　Equilibrium of 2×2 games.

$m_{22} > m_{21}$	$m_{11} > m_{21}$	Destination of Equilibrium
Yes	Yes	$(1 \quad 0)$ or $(0 \quad 1)$ → SH, Anti-Leader, Anti-Hero
Yes	No	$(0 \quad 1)$ → Trivial
No	Yes	$(1 \quad 0)$ → PD
No	No	$\left(\frac{-m_{12} + m_{22}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}} \quad \frac{m_{11} - m_{21}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}}\right)$ → Chicken, Leader, Hero

(12)式より，$\lambda=2m_{12}-2m_{22}$だから，$\lambda<0$なるためには，$m_{22}>m_{21}$であればよい．

3) $s_0=\left(\frac{-m_{12}+m_{22}}{m_{11}-m_{12}-m_{21}+m_{22}} \quad \frac{m_{11}-m_{21}}{m_{11}-m_{12}-m_{21}+m_{22}}\right)$のとき

(12)式より，$\lambda=2\frac{(m_{11}-m_{21})(m_{22}-m_{12})}{m_{11}-m_{12}-m_{21}+m_{22}}$だから，$\lambda<0$なるためには（分母分子各項の符合に注意して），$m_{11}<m_{21}$かつ$m_{22}<m_{21}$であればよい．尚，この条件を満たすとき，$s_0$は$0\le s_1\le 1$，$0\le s_2\le 1$，$s_1+s_2=1$を満たす内部静止点であることに留意する．

以上を整理してゲーム構造と均衡の行方をまとめると表2を得る．

ゲーム構造における$m_{22}>m_{21}$と$m_{11}>m_{21}$の条件範囲と繰り返しゲームにおけるダイナミクスの行方が一対一対応している．すなわち，初期に付与される戦略分布sにより，静止点$(1 \quad 0)$に向かうか，$(0 \quad 1)$に向かうかが決まるのは，$m_{22}>m_{21}$かつ$m_{11}>m_{21}$の場合であり，これはすなわちSH，Anti-Leader，Anti-Heroである．必ず協調戦略である静止点$(0 \quad 1)$に向かう（すなわち非ジレンマゲーム（Trivial））のは，$m_{22}>m_{21}$かつ$m_{11}<m_{21}$の場合である．必ず裏切り戦略である静止点$(1 \quad 0)$に向かうのは，$m_{22}>m_{21}$かつ$m_{11}<m_{21}$の場合であり，これはすなわちPDである．必ず内部静止点である$\left(\frac{-m_{12}+m_{22}}{m_{11}-m_{12}-m_{21}+m_{22}} \quad \frac{m_{11}-m_{21}}{m_{11}-m_{12}-m_{21}+m_{22}}\right)$に向かうのは，$m_{22}<m_{21}$かつ$m_{11}<m_{21}$の場合であり，これはすなわちChicken，Leader，Heroである．

4. 結語

本研究では，ジレンマ性の本質に関して考察を行った。

第一に、対称2人N_{st}戦略ゲームのゲーム構造を$N_{st}{}^2-1$個のパラメータで表す表記法を定義し，PD（Prisoners' Dilemma)，Chickenなどのよく知られるゲーム構造を一般的に表記した．

第二に，命題［協調戦略が支配戦略でないならば，そのゲームはジレンマ性を有する］の必要十分性を証明した．ジレンマ性の大小について，協調戦略が支配戦略である非ジレンマ状態からの"歪み"として，ジレンマ強度DLで表現し，命題の十分性を証明し，レプリケータダイナミクスを論じることで命題の必要性を証明した．

文　献

[1] Rapoport, A. and Guyer, M.: A Taxonomy of 2×2 games, General Systems 11, pp.203-214 (1966).

[2] 蜷川繁：繰り返し四人のジレンマゲームにおける1/fゆらぎ，情報処理学会論文誌，Vol.44 No.10, pp.2514-2517（2003）

[3] Akiyama, E. and Aruka, Y.: The Effect of Agents Memory on Evolutionary Phenomena – the Avatamsaka Game and Four Types 2×2 Dilemma Games, Proc. of 9th Workshop on Economics and Heterogeneous Interacting Agents, CD-ROM (2004)

[4] 例えば，石原英樹，金井雅之：進化的意志決定，朝倉書店（2002）