

解説

Hough 変換とパターンマッチング†



松山隆司†† 奥水大和†††

1. はじめに

コンピュータビジョンを難しくしている主な原因として、次の二つがあげられる。

① 雑音の混入や画像解析アルゴリズムの不完全性などによって誤った情報（画像特徴）が抽出される。

② 3次元世界から2次元画像への写像、隠蔽（occlusion）、画像解析アルゴリズムの不完全性などによって、入力情報の量が不足する。

現在、これらの問題を克服し信頼性の高い解析・認識を実現するための方式がいろいろ検討されている^{①), ②)}。なかでも Hough 変換は、①, ②の問題を同時に解決するための有力なアルゴリズムとして多くの研究者の注目を集めている。

Hough 変換は直線や円、楕円などの基本的な画像特徴の検出のほか、空間的に離れた画像特徴群のグループ化、2次元や3次元の認識対象のモデルとの照合、運動ベクトルの計算などコンピュータビジョンのあらゆる解析過程で利用できる汎用アルゴリズムである。特に最近では、Hough 変換に基づく頑健なパターンマッチング機能の実現や model-based なトップダウン解析を目指す研究が盛んで、ロボットビジョンなど屋外の自然シーンを対象としたビジョンシステムでの応用も進められている。

Hough 変換の研究は30年近くの歴史をもち、解析的性質の分析、性能向上のためのアルゴリズムの改良、種々の応用分野への適用など、非常に多くの研究がなされ、最近では専用ハードウェアの開発も試みられている。本解説では、Hough 変換の基本原理解から種々の応用例までを概説し、最後にコネクショニストモデルや仮説推論との関係についても言及する。しかし、紙面が限られているため、個々の手法の詳細につ

いては参考文献を参照していただきたい。また、Hough 変換に関するサーベイには、s1)~s4) がある。

2. 原理と特徴

2.1 原理

Hough 変換は、1962年に Hough, P. V. C. が傾き a 、切片 b によってパラメータ表現された直線

$$y = ax + b \quad (1)$$

を、 (a, b) で張られるパラメータ空間上で抽出する方式を特許として提案したこと^{①)}に始まり、Rosenfeld^{②)}や Duda and Hart^{③), ④)}によって画像処理の世界に紹介された。以来、雑音を含む画像からの安定な直線検出法および後に述べるような同様な枠組みのパターン検出・照合法を総称して、Hough 変換と呼ぶようになり、画像解析・認識の重要な手法として定着した。

図-1(a)に Hough 変換の原理を示す。式(1)より画像中の点 (x_i, y_i) を通る直線は

$$y_i = ax_i + b \quad (2)$$

と表される。式(2)を a, b に関する方程式と考え、その軌跡を a - b 空間に描く。（こうした軌跡を Hough 曲線ということがある。）画像中の各特徴点（エッジ点）に対して同様の写像を行い、多くの軌跡が交わる点（集積点という）を (a_0, b_0) としたとき、 (a_0, b_0) によって定義される直線

$$y = a_0 x + b_0 \quad (3)$$

が画像中に存在するとみなす。集積点を求めるには、[STEP 1] パラメータ空間を表す配列を用意し、軌跡が配列の要素を通るたびにその要素のもつ値を1増やす。

[STEP 2] すべての軌跡を描いたのち、値が大きな極大値をもつ要素を探し集積点とする。

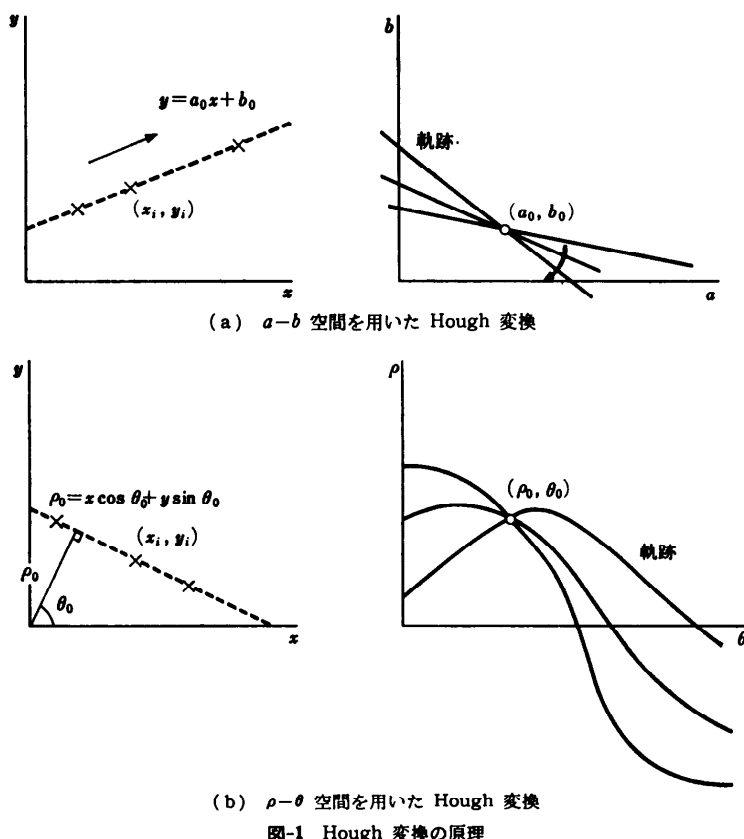
Duda and Hart^{③)} は、式(1)の表現では (a, b) のパラメータ空間を表す配列として無限の大きさのものが必要となり実用的でないことを指摘し、

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad 0 \leq \theta < \pi \quad (4)$$

† Hough Transform and Pattern Matching in Computer Vision by Takashi MATSUYAMA (Department of Information Technology, Faculty of Engineering, Okayama University) and Hiroyasu KOSHIMIZU (Faculty of Liberal Arts, Chukyo University).

†† 岡山大学工学部情報工学科

††† 中京大学教養部



という垂角 θ と原点からの符号付き距離 ρ による表現法を提案した。図-1(b)に示すように ρ - θ 表現を用いると、パラメータ空間は有限で(画像が有限であるため ρ も有限となる)軌跡は正弦曲線となる。このため通常は式(4)の ρ - θ 表現が用いられる。ただ、 a - b 表現を用いると軌跡が直線となり、パラメータ空間における特徴抽出やその解析(たとえば直線群の抽出)が容易になるという利点がある^{(15),(16)}(図-6 参照)。

直線をどのようにパラメータ表現するかという問題は、処理効率や精度に大きな影響をもつ。 a - b 、 ρ - θ 表現以外に次のようなものが提案されている。

- (1) foot of the normal⁽¹⁷⁾: 原点から直線に下ろした垂線の足の座標 (m, n) をパラメータとする。
- (2) Muff 変換⁽¹⁸⁾: 直線と画像の枠との交点 p_1, p_2 を求め、画像の左下(あるいは左上)角から p_1, p_2 までの画像の枠に沿った距離をパラメータとする。いずれの場合もパラメータ空間は有限で、Muff 変換はデジタル処理に適した特徴をもっている。

2.2 特徴と問題点

直線検出法としての ρ - θ 表現による Hough 変換の一般的性質、特徴、問題点をまとめると次のようになる。

性質1: 画像上の点 (x, y) を通過するすべての直線群は、パラメータ空間上の1本の Hough 曲線に写像される。

性質2: パラメータ空間上の1点は、画像中の1本の直線に対応する。

性質3: 同じ直線上にある任意の n 点に対応する Hough 曲線は、パラメータ空間上でただ1回だけ交差する。

性質4: 互いに平行な直線群は、パラメータ空間上の θ 軸に垂直な直線上に写像される。

性質5: 原点を中心とする円の接線群は、パラメータ空間上の ρ 軸に垂直な直線上に写像される。

特徴1: 画像中の雑音による偽の特徴点に影響されることなく安定に直線が検出できる(1.の①参照)。

特徴2: 隠蔽や画像処理の不完全性によって線が不連

続となっても検出できる (1. の②参照)。

特徴 3 : 画像が画像中の点ごとに独立して実行できるため、並列処理による高速化が可能である。

特徴 4 : 複数の直線を同時に検出できる。

問題点 1 : パラメータ空間を表すための大きなメモリが必要である。

問題点 2 : パラメータ空間をデジタル化する際のサンプリング間隔 (解像度) を決める基準が明確でない。

問題点 3 : 画像中の各点ごとに 1 本の Hough 曲線を描くため、計算量が多くなる。

問題点 4 : 軌跡の集積点を選ぶための基準 (しきい値) があまり明確でない。

これらの特徴や問題点は次に述べる一般化 Hough 変換にも共通するものである。

2.3 一般化 Hough 変換

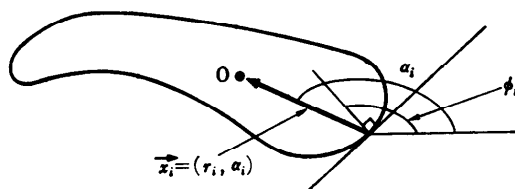
Hough 変換の考え方は円や楕円などの解析的図形⁷⁾⁻¹⁴⁾や距離画像、法線ベクトル画像からの 3 次元平面、曲面^{15), 25)}の検出にも容易に拡張できる。しかし、これらの形状を表す方程式には多くのパラメータが含まれ、単純な方法ではメモリ量、計算量が膨大となる。このため、種々の効率化法が考案されている (後述)。

通常の Hough 変換で検出できる図形は、形状がパラメータを含む方程式で表現できる解析的図形に限られていた。これに対し、Ballard¹⁶⁾ は、任意形状の図形が抽出できるアルゴリズムを提案した。この方法は一般化 Hough 変換と呼ばれ、Hough 変換の適用範囲を大幅に広げた。(以前に generalized Hough transform という言葉が何回か使われたことがあった^{3), 17), 18)}が、現在では一般化 Hough 変換といえは Ballard の提案したアルゴリズムを指すのが普通である。)

通常の Hough 変換では検出対象図形の形状を規定するパラメータ空間を利用して処理を行っていた。これに対し、一般化 Hough 変換におけるパラメータ空間は、検出対象図形のモデルを記述する座標系と画像座標系との間の座標変換パラメータを表す。以下では 2 次元図形の検出を例として一般化 Hough 変換のアルゴリズムを説明する。

〔検出対象図形のモデル記述〕

検出対象図形のモデルの形状を記述するための基準点 O を選び、それを原点とする座標系を定める。モデル図形の境界線上の各点において、基準点に向かうベ



(a) モデル記述のための幾何学的配置

i	ϕ_i (勾配の方向) ($\Delta\phi$: 量子化単位)	基準点へ向かうベクトルの集合
0	0	$\vec{x}_{01}, \vec{x}_{02}, \dots$
1	$\Delta\phi$	$\vec{x}_{11}, \vec{x}_{12}, \dots$
2	$2\Delta\phi$	$\vec{x}_{21}, \vec{x}_{22}, \dots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

(b) R テーブル

図-2 一般化 Hough 変換の原理

クトル $\vec{x}_i = (r_i, \alpha_i)$ と境界線の勾配の方向 ϕ_i を求める (r はベクトルの長さ, α は方向角。図-2(a))。 $\vec{x}$ を ϕ の関数とみなし、図-2(b)に示す R テーブルと呼ばれる表としてモデルの形状を表す。たとえば、

$$\vec{x}(2\Delta\phi) = (r(2\Delta\phi), \alpha(2\Delta\phi)) = \{\vec{x}_{21}, \vec{x}_{22}, \dots\}.$$

一般化 Hough 変換では、モデルの形状を記述する座標系の取り方によって誤差の影響が異なる。佐藤ら¹⁹⁾はこの観点から検討を行い、図形重心に座標原点を置いた場合が最適であることを指摘している。

〔パラメータ空間の構成〕

2 次元図形に対する座標変換は、平行移動 (x, y) 、回転角 θ 、倍率 s の 4 つのパラメータによって表現される。これらのパラメータによって張られる 4 次元空間をパラメータ空間とする。

〔変換アルゴリズム〕

変換の入力画像は、エッジ検出などによって抽出されたエッジ点を含み、勾配の方向 ψ が求められているとする。画像上の各エッジ点 (u_i, v_i) (勾配の方向 ψ_i) に対し、次の操作を行う。

パラメータ空間中のすべての (θ, s) の組合せに対し

$$x = u_i + r(\psi_i - \theta) * s * \cos[\alpha(\psi_i - \theta) + \theta] \quad (5)$$

$$y = v_i + r(\psi_i - \theta) * s * \sin[\alpha(\psi_i - \theta) + \theta] \quad (6)$$

を満たす x, y を求め、パラメータ空間の要素 (x, y, θ, s) の値を 1 増やす。

R テーブルを用いることにより、パラメータ空間の軌跡の描画が式 (5), (6) のように簡単になるほか、画像中の認識対象のコントラストの反転や基準点の変更に容易に対応できる。

Ballard の論文¹⁶⁾では検出対象図形の基準点の推定位置をパラメータ空間に軌跡として描くことが一般

化 Hough 変換であると説明されているが、より一般的には次のように考えることができる。ある画像特徴とモデルのある部分が対応すると考えた場合、画像とモデルの間の座標変換に関する制約条件が求まり、それをパラメータ空間に軌跡として描く。画像特徴が十分複雑なものであれば座標変換パラメータがユニークに決まり（軌跡が1点となり）、パラメータ空間におけるクラスタリングによって座標変換パラメータが計算される^{23)~25)}。このことから一般化 Hough 変換は、画像と認識対象のモデルとのマッチングを行うための一般的アルゴリズムとみなせる。

2.4 Hough 変換とテンプレートマッチング、ラドン変換、グラフマッチング

Hough 変換とテンプレートマッチングは基本的に同一の処理をしていると考えられる²⁰⁾。直線検出を例として考えると、テンプレートマッチングでは考えられるすべての直線のテンプレートをあらかじめ用意し、各テンプレートに含まれるエッジ点の数をそのテンプレートの適合度と考える。これに対し Hough 変換では、各エッジ点からみてそれを含むすべてのテンプレートを生成し（テンプレートはパラメータ空間中の点として表現される）、生成されたテンプレート間の整合性からその信頼度（軌跡の集積度）を計算している（図-3）。言い換えると、Hough 変換では、テンプレート→画像という従来のテンプレートマッチング（総当たりのトップダウン解析）と逆向きに処理を行うことにより効率的なマッチングを実現しているといえる（6.の仮説推論に関する議論参照）。また Hough 変換では画像特徴のもつ局所的な情報（勾配の方向など）が処理に利用できるため（後述）、テンプレートマッチングより信頼度の高い解析が実現できる。Davies²¹⁾ はこれらの性質が一般化 Hough 変換についても成り立つことを示し、マッチドフィルタと一般化 Hough 変換の関係について解析的検討を行った。

Duda and Hart³⁾ や Nagao ら²²⁾ が指摘しているように、直線検出のための Hough 変換は投影 (projection) と密接な関係がある。より一般的には、Hough 変換はコンピュータグラフィの分野で用いられるラドン変換の特別なものとみなすことができる²³⁾。ラドン変換はフーリエ変換を用いて計算することができ、光学的処理による Hough 変換の実現が提案されている^{41), 42)}。また、投影と Hough 変換の関係を利用して高速に Hough 変換を行うハードウェアも提案されている⁴³⁾。

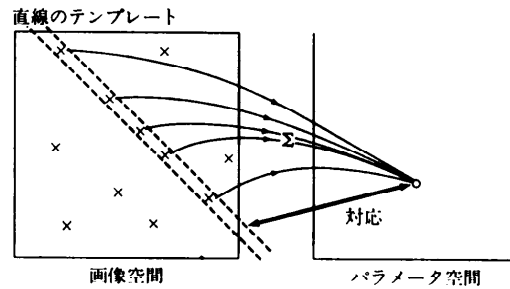


図-3 Hough 変換とテンプレートマッチング

一方、Kasif ら²⁴⁾ は、一般化 Hough 変換がグラフマッチングのアルゴリズムとしても利用できることを示し、逐次的探索法や弛緩法によるマッチングとの比較を行った。

3. 効率化と高精度化

2.2 で述べたように Hough 変換にはいくつかの問題点があり、実用化のためにはそれらを解決する必要がある。以下では、処理の効率化と高精度化の観点から Hough 変換アルゴリズムの拡張法を述べる。

3.1 効率化手法

Hough 変換の効率化には計算量、記憶容量の二つの観点があり、次のような手法が提案されている。

【局所特徴の利用】

Hough 変換によって直線検出を行う場合、画像中の各点でのエッジの勾配の方向 ϕ が既知であれば

$$\phi - \Delta\phi < \theta < \phi + \Delta\phi \quad (7)$$

の区間だけの軌跡を描けばよく、処理が高速化される^{11), 12)}。一般化 Hough 変換においてもエッジの方向を利用することによって処理の高速化が図られている¹⁶⁾。

【逐次的パラメータの決定】

通常の Hough 変換ではすべてのパラメータの値を同時に求めているため効率が悪い。そこで決定しやすい順に逐次的にパラメータを求めることにすれば効率が上がる^{10), 13), 12)~15)}。すなわち、もとのパラメータ空間 P を次元の低い空間 P' に投影すると考え、まず P' において軌跡の描画、蓄積を行い、いくつかのパラメータの値を決定する。これらの値を用いると P は次元の低い空間 P'' に縮退し、 P'' において残りのパラメータを求める。

【階層的な手法】

一般にパラメータ空間における軌跡の分布は不均一

で、空間全体を記憶しておく必要はない。そこで4分木や $k-d$ 木などの階層的データ構造を利用し、パラメータ空間中で軌跡が集中する部分のみを動的に細分化することにより記憶容量が大幅に削減できる^{b4), b5)}。また、処理の始めは解像度の粗いパラメータ空間で軌跡を描画・蓄積し、軌跡が集中した部分の解像度を上げその部分空間での軌跡の描画・蓄積を再度行うといった階層的な手法を利用すると、記憶容量の低減とともに処理の高速化が実現できる^{b4)~b9)}。

【軌跡描画の高速化】

$\rho-\theta$ 表現に基づく直線検出用 Hough 変換では、式(4)に基づく軌跡描画の計算方式を工夫することによって処理の高速化を図る方法がいくつか提案されている。奥水ら^{b10)~b13)}は図-4のように1次元のスリットでパラメータ空間を走査するという考えに基づいた計算方式を提案し、処理効率、計算精度の検討を行った。このほか三角関数の周期性を利用して計算コストを低減する方法^{b14)}や、式(4)の Hough 曲線に代わる区分的直線を変換関数として用いて加算のみで軌跡を描く方法^{b15), b16)}、Hough 曲線を階差的に生成させるインクリメンタルな Hough 変換法^{b17)~b19)}、ビットマップに対する基本操作である bitblt を用いて軌跡を描く方法^{b20)}などが提案されている。

3.2 集積点検出と高精度化

単純な Hough 変換ではパラメータ空間を表す配列から極大値を求めそれを軌跡の集積点とみなす。しかし、変換にともなう雑音やパラメータ空間のデジタル化によって必ずしも正しいパラメータが精度よく求まるとは限らない。処理精度を高めるには、変換の特性やパラメータ空間での軌跡群の分布形状についての解析が必要である。

【集積点の鮮鋭化】

O'Gorman and Clowes^{b1)}は、各エッジ点における勾配の大きさを重みとして軌跡を描くことにより集積点が鮮鋭化されることを示した。こうした重み付けによって Hough 変換の精度を向上させる試みがいくつかなされている^{a21), c1), c2)}。Thrift and Dunn^{c3)}は軌跡を中心にだらかに重みが増える関数を蓄積することによって良好な直線検出が実現できることを示した。Brown^{c4)}は Hough 変換を撮像過程とみなしてその点広がり関数の性質を解析し、正負両方の重みをもった関数を蓄積する方法を提案した。一方、Gerig and Klein^{c5)}は、まず通常の Hough 変換を行ったのち、各軌跡上で最大の値をもつパラメータ空間の要素

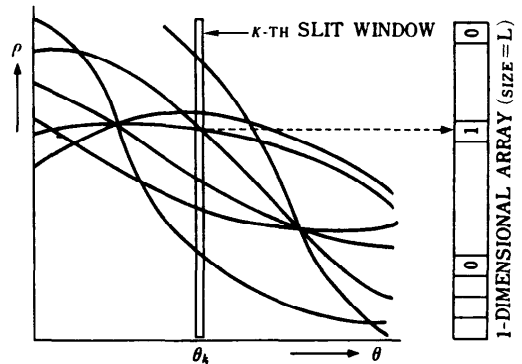


図-4 1次元配列の走査による集積点の検出^{b11)}
(1次元配列でパラメータ空間を横方向に走査しながら軌跡の蓄積を行う。)

を選び、2回目の変換ではその要素のみに“投票”を行うことによって集積点の鮮鋭化を実現した。このほか、Davies^{c6)}は、直線のパラメータ表現を工夫することにより集積点を鮮鋭化できることを示した。また、大和ら^{c7)}はパラメータ空間での処理と画像上での処理を相補的に組み合わせることにより直線検出の精度が向上できることを示した。

【軌跡群の分布形状の解析】

Shapiro^{c8)~c11)}は Hough 変換における雑音の影響や感度解析についてパラメータ推定の観点から検討を行った。松山ら^{c12)}は集積点の近傍における軌跡群の分布形状のモデルに基づいて集積点の良さを評価することにより、直線検出の精度が向上できることを示した。一方、Cohen and Toussaint^{a9)}や Maitre^{c13)}は画像中のランダムな点集合によって生じるパラメータ空間での軌跡の分布特性を調べ、有限な画像では分布に大きな偏りが生じることを示した。こうした偏りは変換の背景雑音と考えることができ、その補正法がいくつか考えられている^{a9), c14)}。

3.3 Hough 変換用ハードウェア

2.4 で述べたように Hough 変換とラドン変換の関係に基づき光学的処理によって Hough 変換を実現する方法が提案されている^{d1), d2)}。また Sanz ら^{d3)}は、Hough 変換と投影との関係を利用し、パイプライン型汎用画像処理装置を用いた Hough 変換の高速化について検討している。

花原^{d4), d5)}は、512×512×8 bit のパラメータ用メモリ、三角関数 LUT、乗算器×2、パイプライン型画像処理部などからなる専用ハードウェアを構成し、画像から1秒以内で直線を検出した。恩田^{d6)}もほぼ同様な

試みであるが、三角関数計算に高速化の工夫がある。

Leavers^{d7)} は、PDP/11 に接続したアレイプロセッサで Hough 変換を実現した。このほか、シストリックアレイを用いたもの^{d8)} や VLSI による Hough 変換プロセッサの開発^{d9)} が行われている。また SIMD マシンで並列に Hough 変換を実行する方式の検討^{d10), e21), e22)} や画像の空間的分割による並列処理の実現^{d11), f12)} なども行われている。

4. 画像解析・認識への応用

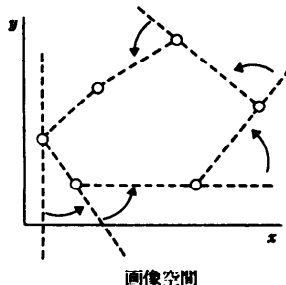
Hough 変換による直線や円などの基本図形の抽出は雑音に対して安定であることから、医用画像^{e7), e8)} やリモートセンシング画像^{e1)}、地図の解析^{b20), e2), e24)}、機械部品認識^{a5), a10), a12)~a14), e18), e21), e22)}、工業検査^{e3), e4)}、自動車ナンバープレート認識^{e5)}、木板の領域分割^{e6)} などさまざまな画像を対象に利用されてきた。

Hough 変換を用いて複雑な対象を抽出・認識するには、つぎのような方法がある。

- (1) 認識対象のモデルが図形として与えられている場合には一般化 Hough 変換が適用できる。
- (2) まず直線検出用 Hough 変換を適用し、パラメータ空間における軌跡の大局的分布を調べることでより複雑な図形を認識する。
- (3) 認識対象のモデルを階層的に表現し、簡単な個々の部分を Hough 変換によって抽出する。
- (4) 通常の Hough 変換は画像中の点を写像したが、より複雑な画像特徴を基にした写像を考える。以下では、上の(2)、(3)、(4)の方法を説明する。

4.1 パラメータ空間における軌跡分布の解析

【無限遠点の抽出】無限遠点を求めるには画像上で1点で交わる直線群を求める必要がある。そこでまず直線検出用 Hough 変換を行い、得られたパラメータ空間を処理対象画像とみなして軌跡の分布を解析する^{e7)~e9)}。



【凸閉包の抽出】図-5 に示すように、直線検出用 Hough 変換におけるパラメータ空間で、軌跡分布の上または下側包絡を構成する軌跡群のみを抽出すると、それらに対応する画像上の点列は、図形の凸閉包を構成する^{e10), e11)}。

【曲線の抽出、対象の認識】Casasent ら^{e12), e13)} は、曲線や認識対象の境界線を直線検出用 Hough 変換によってパラメータ空間に写像したものをテンプレートとしてあらかじめ用意し、処理対象画像を変換して得られたパラメータ空間とのマッチングを行うことによって複雑な形状がうまく認識できることを示した。この考え方は以前森ら^{e28)} が文字認識の手法として提案したものと同じである。

【多角形、多面体線画の認識】Davies^{e14)} は図形のもつ対称性を利用した Hough 変換によって多角形を効率よく抽出する方法を提案した。Wahl^{e15)} は、画像上での直線群の空間的關係が Hough 変換のパラメータ空間にどのように写像されるかを解析し(図-6)、複雑な多面体線画から個々の多面体を表す線分を抽出した。

4.2 階層的モデルに基づく認識

複雑な認識対象のモデルを階層的に表現することは、処理の効率化や柔軟な認識過程の制御を実現するうえで重要である。

Davis^{e16)} は、文法規則を用いて認識対象の構造を階層的に記述し、Hough 変換によって各端末節点が表す基本図形に対して得られた“投票数”を順次上位の節点に伝播させ、図形全体の信頼度を計算した。Carrioli ら^{e17)} はこうした階層的 Hough 変換の能力や効率について検討をしている。

Neveu ら^{e18)} は、多重解像度を用いて認識対象のモデルを表現し、解像度の低いモデルを用いた一般化 Hough 変換によって認識対象の存在範囲を限定したのち、解像度の高いモデルを用いて詳細な位置を認識した。

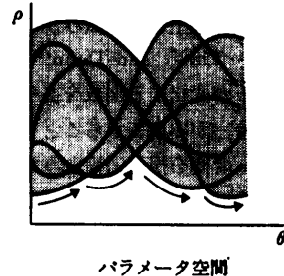


図-5 パラメータ空間での凸閉包の抽出

4.3 高次画像特徴の利用

3. で述べたように画像中の各点における勾配を利用すると Hough 変換の効率化と高精度化が実現できる。さらに曲率などの局所の特徴を用いて Hough 変換の性能を向上させることが考えられる¹⁹⁾。

一方 Ballard and Sabbah²⁶⁾ や Davis¹⁶⁾ は、エッジ点ではなく線分を基本要素とした一般化 Hough 変換を提案し、多角形の認識を行った。こうした線分に基づく一般化 Hough 変換では線分の位置と方向という情報が利用できるため効率的な変換が実現でき、地図の解析²²⁾ や領域の形状マッチング²⁰⁾、重なり合った機械部品の認識²¹⁾、²²⁾などに利用されている。また、羅ら²⁷⁾は円弧を画像特徴とする一般化 Hough 変換によって円形輪郭線の検出を行った。

さらに高次の画像特徴としては交差、隣接する複数の線分の組が考えられ、そうした画像特徴を用いた線図形のマッチングが試みられている²³⁾、²⁴⁾。高次の画像特徴を用いた一般化 Hough 変換では、パラメータ空間での軌跡が1点に縮退し、軌跡の蓄積はパラメータ空間でのクラスタリングとなる。Stockman²⁵⁾ は2次元、3次元物体認識のための座標変換パラメータ空間でのクラスタリングについて詳細な検討を行っている。

5. 3次元物体認識、動画画像解析への応用

Hough 変換の考え方は3次元情報の解析、3次元物体の認識にも容易に適用できる。3次元情報、世界を対象とした Hough 変換では決定すべきパラメータの数が多く、局所的情報や高次特徴の利用、計算アルゴリズムの改良などによって処理効率を向上させることが不可欠となる。

Hough 変換を利用した3次元情報の解析の例には次のようなものがある。中沢ら¹⁵⁾は式(4)と同様のパラメータ表現によって3次元平面の方程式を表し、距離画像からの平面抽出を行った。Nagata ら²⁵⁾はガウス球を利用した Hough 変換によって法線ベクトル画像から平面や球面、円筒面などを抽出する方法を提案した。横矢¹¹⁾は距離画像から回転物体の回転中心を Hough 変換によって検出した。稲本ら¹²⁾は、カメラの並進運動にともなう3次元線分の複数の2次元像を球面上に写像、蓄積することによって3次元方位と距離が計算できることを示し、そのための並列ハードウェアを開発した。

一般化 Hough 変換を用いた3次元物体認識は次の

ように行われる。認識対象の具体的な幾何モデルが与えられている場合、3次元物体認識の問題はモデルの形状を記述する物体中心座標系と対象世界に定められた世界座標系との間の座標変換パラメータを求める問題に帰着される。一般にこの座標変換は回転、平行移動、スケールの7つのパラメータによって規定される。画像特徴とモデルの部分との照合が取られるとこれらのパラメータに関する制約が生じ、それをパラメータ空間に軌跡として描いたものを蓄積することによって正しい値を求めることができる。

Ballard and Sabbah²⁶⁾、¹²⁾ は2次元線分や3次元平面要素を用いた一般化 Hough 変換による多面体認識を検討し、スケール→回転角→平行移動量の順に逐次的にパラメータを決定するアルゴリズムを提案した。このほか、物体の姿勢を制限したり、2次元の角や3次元の稜線、頂点を利用することにより座標変換パラメータをユニークに決定する方法などが考えられている²⁵⁾、¹³⁾、¹⁵⁾。

一方 Wahl ら¹⁶⁾、¹⁷⁾ は、直線検出用 Hough 変換のパラメータ空間における集積点の位置関係(図-6)を利用して画像と多面体の2次元モデルの構造を表すグラフを作り、グラフマッチングによって多面体を認識する方法を提案している。

このほか動画画像解析に Hough 変換を応用した研究もいくつか行われている。Fennema ら¹⁸⁾ は濃度の空間的、時間的変化の間に成り立つ関係式を利用した Hough 変換によって物体の運動ベクトルを求めた。Ballard ら¹⁹⁾ は奥行きデータと2次元のオブティカル

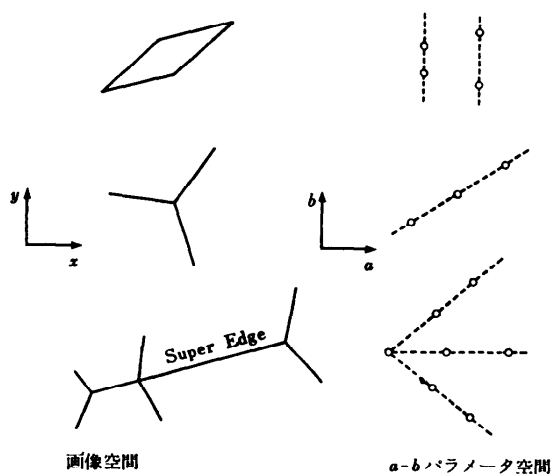


図-6 直線群の空間的關係¹⁴⁾

フローから3次元物体の位置と運動ベクトルをHough変換によって求める問題を検討した。Adiv^[10]は複数の運動物体の認識をHough変換によって行う方法を提案した。また、Radford^[11]は並進運動によって生じるFOE (focus of expansion) や回転運動の中心をHough変換によって求めた。

6. お わ り に

本解説では、Hough変換の原理、効率化、高精度化、応用について述べた。Hough変換の考え方は非常に汎用性のあるもので、コンピュータビジョンにおける画像解析、特徴抽出、照合・認識のすべての解析過程において頑健なアルゴリズムを与える。

2.2で述べたHough変換の問題点のうち、1と3に対しては種々の効率化、高速化アルゴリズムやハードウェアが開発されているが、2のパラメータ空間の設計法と4の集積点の選択基準に関してはまだまだ研究を行う余地がある。

2.4で述べたように、解析的な観点からみるとHough変換はテンプレートマッチングやラドン変換と同等の処理を行っている。一方、Ballard^[9]はコネクショニストモデルの立場からコンピュータビジョンの問題を検討し、Hough変換が低レベル、中間レベル処理の基本計算アルゴリズムとして重要であると主張している。

松山^[12]は、人工知能における高次推論方式の一つとして注目されている仮説推論の観点からHough変換の意義を論じ、Hough変換のもつ能動的な仮説生成機能がコンピュータビジョンにおける情報不足を解決するために有効であると主張している。すなわち、画像から抽出されたある画像特徴に基づいてパラメータ空間に描かれる軌跡は、その画像特徴を説明できる(整合性のある)すべての可能な認識対象に関する仮説集合を表すと考えられる。一般に個々の画像特徴のもつ情報量は少ないため、非常に多くの仮説が生成され、それぞれの仮説の信頼度は低い。しかし、同一の対象を表す仮説が多数存在する場合には、信頼度が上がると考えられ、仮説が表す対象が実際に存在するとみなせる。このようにHough変換の考え方に基づいた認識方式では、部分情報に基づく仮説生成機能に加え、信頼性の評価過程が含まれており、雑音に強い頑健な認識アルゴリズムが実現できる。さらに、認識対象のモデルに基づいて生成される仮説は対象の完全な記述であり、1.の②で述べたような情報不足があつて

も認識結果としては完全な対象の記述が得られる。

最近では、画像から得られた部分的な情報を基に認識対象に関する仮説を積極的に生成し、それらを蓄積することによって妥当な仮説を選択したのち、トップダウン的に画像を処理することによって仮説の検証を行うというHough変換、仮説推論の考え方にトップダウン画像解析を加えた認識方式が、航空写真の解析^[4]や機械部品の認識^{[21], [22]}に利用され、その有効性が確認されている。

参 考 文 献

- CGIP: Computer Graphics and Image Processing.
- CVGIP: Computer Vision, Graphics and Image Processing.
- ICPR: International Conference on Pattern Recognition.
- CVPR: Computer Vision and Pattern Recognition.
- IJCAI: International Joint Conference on Artificial Intelligence.

s: サーベイ

- 1) Evans, F.: A Survey and Comparison of the Hough Transform, Proc. of IEEE Computer Society Workshop on Computer Architecture for Pattern Analysis and Image Database Management, pp. 378-380 (1985).
- 2) 奥水大和: Hough変換の最近の研究動向, 情報処理学会研究会資料, CV 51-1 (1987).
- 3) Wahl, F. M.: A Survey of Hough Transform Techniques, Tech. Rep., 5-88-1, Institute of Robotics and Computer Control, Tech. Univ. of Braunschweig, FRG (1988).
- 4) Illingworth, J. and Kittler, J.: A Survey of the Hough Transform, CVGIP, Vol. 44, No. 1, pp. 87-116 (1988).

a: 原理

- 1) Hough, P. V. C.: Method and Means for Recognizing Complex Patterns, U.S. Patent 3069654 (1962).
- 2) Rosenfeld, A.: Picture Processing by Computer, Academic Press, New York (1969).
- 3) Duda, R. O. and Hart, P. E.: Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures, Comm. ACM, Vol. 15, No. 1, pp. 11-15 (1972).
- 4) Duda, R. O. and Hart, P. E.: Pattern Classification and Scene Analysis, John Wiley & Sons (1973).
- 5) Davies, E. R.: Image Space Transforms for Detecting Straight Edges in Industrial Images, Pattern Recognition Letters, Vol. 4, pp. 185-192 (1986).

- 6) Wallace, R. S.: A Modified Hough Transform for Lines, Proc. of CVPR, pp. 665-667 (1985).
 - 7) Kimme, C., Ballard, D. H. and Sklansky, J.: Finding Circles by an Array of Accumulators, Comm. ACM, Vol. 18, No. 2, pp. 120-122 (1975).
 - 8) Wechsler, H. and Sklansky, J.: Finding the Rib Cage in Chest Radiographs, Pattern Recognition, Vol. 9, pp. 21-30 (1977).
 - 9) Cohen, M. and Toussaint, G. T.: On the Detection of Structures in Noisy Pictures, Pattern Recognition, Vol. 9, pp. 95-98 (1977).
 - 10) Tsuji, S. and Matsumoto, F.: Detection of Ellipses by a Modified Hough Transformation, IEEE Trans., Vol. C-27, No. 8, pp. 777-781 (1978).
 - 11) Sklansky, J.: On the Hough Technique for Curve Detection, IEEE Trans., Vol. C-27, No. 10, pp. 923-926 (1978).
 - 12) Tsukune, H. and Goto, K.: Extracting Elliptical Figures from an Edge Vector Field, Proc. of CVPR, pp. 138-141 (1983).
 - 13) Ye, Q. Z.: A Preprocessing Method for Hough Transform to Detect Circles, Proc. of CVPR, pp. 651-653 (1986).
 - 14) Wang, R., Hanson, A. R. and Riseman, E. M.: Fast Extraction of Ellipses, Proc. of 9-ICPR, pp. 508-510 (1988).
 - 15) 中沢, 大矢, 中島, 油田: ファイバークレーディングを用いた3次元形状計測における要素平面群の抽出法, 第17回画像工学コンファレンス, 3-8 (1986).
 - 16) Ballard, D. H.: Generalizing the Hough Transform to Detect Arbitrary Shapes, Pattern Recognition, Vol. 13, No. 2, pp. 111-122 (1981).
 - 17) Merlin, P. M. and Farber, D. J.: A Parallel Mechanism for Detecting Curves in Pictures, IEEE Trans., Vol. C-24, No. 1, pp. 96-98 (1975).
 - 18) Shapiro, S. D.: Generalization of the Hough Transform for Curve Detection in Noisy Pictures, Proc. of 4-ICPR, pp. 710-714 (1978).
 - 19) 佐藤, 石瀬, 小川: 一般化 Hough 変換の最適性について, 第18回画像工学コンファレンス, 18-3 (1987).
 - 20) Stockman, G. C. and Agrawala, A. K.: Equivalence of Hough Curve Detection to Template Matching, Com. of ACM, Vol. 20, No. 11, pp. 820-822 (1977).
 - 21) Davies, E. R.: A New Framework for Analysing the Properties of the Generalized Hough Transform, Pattern Recognition Letters, Vol. 6, pp. 1-7 (1987).
 - 22) Nagao, M. and Nakajima, S.: On the Relation between the Hough Transformation and the Projection Curves of a Rectangular Window, Pattern Recognition Letters, Vol. 6, pp. 185-188 (1987).
 - 23) Deans, S. R.: Hough Transform from Radon Transform, IEEE Trans., Vol. PAMI-3, No. 2, pp. 185-188 (1981).
 - 24) Kasif, S., Kitchen, L. and Rosenfeld, A.: A Hough Transform Technique for Subgraph Isomorphism, Pattern Recognition Letters, Vol. 2, pp. 83-88 (1983).
 - 25) Nagata, T. and Zha, H. B.: Determining Orientation, Location and Size of Primitive Surfaces by a Modified Hough Transformation Technique, Pattern Recognition, Vol. 21, No. 5, pp. 481-49 (1988).
- b: 効率化
- 1) O'Gorman, F. and Clowes, M. B.: Finding Picture Edges through Collinearity of Feature Points, IEEE Trans., Vol. C-25, No. 4, pp. 449-456 (1976).
 - 2) 沼田, 興水: Gradient 型超高速 Hough 変換アルゴリズム, 情報処理学会研究会資料, CV 51-2 (1987).
 - 3) Davis, L. S. and Yam, S.: A Generalized Hough-like Transformation for Shape Recognition, Univ. of Texas, Computer Sciences, TR-134 (1980).
 - 4) Sloan, K. R.: Dynamically Quantized Pyramid, Proc. of 7-IJCAI, pp. 734-736 (1981).
 - 5) O'Rourke, J.: Dynamically Quantized Spaces for Focusing the Hough Transform, ibid, pp. 737-739 (1981).
 - 6) 安居院, 催, 中嶋: ピラミッド階層を利用した高速 Hough 変換について, 信学研資, IE 86-67 (1986).
 - 7) Li, H. and Lavin, M. A.: Fast Hough Transform based on Bintree Data Structure, Proc. of CVPR, pp. 640-642 (1986).
 - 8) Li, H., Lavin, M. A. and Le Master, R. J.: Fast Hough Transform: A Hierarchical Approach, CVGIP, Vol. 36, pp. 139-161 (1986).
 - 9) Illingworth, J. and Kittler, J.: The Adaptive Hough Transform, IEEE Trans., Vol. PAMI-9, No. 5, pp. 690-698 (1987).
 - 10) 興水大和: 直線パターン検出のための Hough 曲線追跡型アルゴリズムについて, 信学論, Vol. J68-D, No. 10, pp. 1767-1776 (1985).
 - 11) 興水, 村上: 直線群検出のための Hough 曲線追跡型アルゴリズム, 信学論, Vol. J69-D, No. 4, pp. 631-633 (1986).
 - 12) Murakami, K., Koshimizu, H. and Hasegawa, K.: On the New Hough Algorithms without Two-Dimensional Array for Parameter Space to Detect a Set of Straight Lines, Proc. of 8-ICPR, pp. 831-833 (1986).

- 13) 村上, 興水, 長谷川: 2次元の極大点探索可能な 1-D Hough アルゴリズム, 第 18 回画像工学コンファレンス, 15-6 (1987).
 - 14) 恩田, 松島, 青木: 三角関数の周期性を利用した Hough 変換の高速計算法, 信学論, Vol. J70-D, No. 10, pp. 2009-2011 (1987).
 - 15) Koshimizu, H. and Numada, M.: On a Fast Piece-Wise Linear Hough Transform PLHT and its Application, Proc. of IAPR Workshop on CV-Special Hardware and Industrial Application, pp. 3-339 (1988).
 - 16) 興水, 沼田: 区分的 Hough 直線による高速 Hough 変換法 PLHT について, 信学論, Vol. J72-DII, No. 1, pp. 56-65 (1989).
 - 17) 沼田, 興水: インクリメンタルな高速 Hough 変換 FIHT, 信学研資, PRU 87-93 (1988).
 - 18) 沼田, 興水: 高速インクリメンタル Hough 変換法 (FIHT 2)—拡張 Hough 変換法一, 信学研資, PRU 88-107 (1989).
 - 19) 沼田, 興水: 拡張 Hough 変換法, 昭和 63 年度後期情報処理学会第 37 回全国大会, 4 V-5 (1988).
 - 20) Kamei, K., Nakamura, Y. and Abe, S.: Fast Shape Detection Using Hough Transform by Raster Operation, Proc. of 9-ICPR, pp. 1109-1112 (1988).
- c: 解析的性質と高精度化
- 1) 尺長, 金子, 淀川: 多値情報の利用による高精度 Hough 変換, 信学研資, PRL 81-21 (1981).
 - 2) 成瀬, 野村: 重み付けによる Hough 変換の高精度化, 昭和 62 年度信学会総合全国大会, 1585 (1987).
 - 3) Thrift, P. R. and Dunn, S. M.: Approximating Pointset Images by Line Segments Using a Variation of the Hough Transform, CVGIP, Vol. 21, pp. 383-394 (1983).
 - 4) Brown, C. M.: Inherent Bias and Noise in the Hough Transform, IEEE Trans., Vol. PAMI-5, No. 5, pp. 493-505 (1983).
 - 5) Gerig, G. and Klein, F.: Fast Contour Identification through Efficient Hough Transform and Simplified Interpretation Strategy, Proc. of 8th-ICPR, pp. 498-500 (1986).
 - 6) Davies, E. R.: A New Parametrisation of the Straight Line and its Application for the Optimal Detection of Objects with Straight Edges, Pattern Recognition Letters, Vol. 6, No. 1, pp. 9-14 (1987).
 - 7) 大和, 稲葉, 石井, 牧野: Hough 変換を用いた線分検出の高精度化, 信学論, Vol. J72-DII, No. 1, pp. 85-92 (1989).
 - 8) Shapiro, S. D.: Transformations for the Computer Detection of Curves in Noisy Pictures, CGIP, Vol. 4, pp. 328-338 (1975).
 - 9) Shapiro, S. D.: Properties of Transforms for the Detection of Curves in Noisy Pictures, CGIP, Vol. 8, pp. 219-236 (1978).
 - 10) Shapiro, S. D.: Feature Space Transforms for Curve Detection, Pattern Recognition, Vol. 10, pp. 129-143 (1978).
 - 11) Shapiro, S. D. and Iannino, A.: Geometric Constructions for Predicting Hough Transform Performance, IEEE Trans., Vol. PAMI-1, No. 3, pp. 310-317 (1979).
 - 12) 松山, 長尾: Hough 変換の幾何学的性質と直線群検出への応用, 情報処理学会論文誌, Vol. 26, No. 6, pp. 1069-1078 (1985).
 - 13) Maitre, H.: Contribution to the Prediction of Performances of the Hough Transform, IEEE Trans., Vol. PAMI-8, No. 5, pp. 669-674 (1986).
 - 14) Krahe, J. L. and Pousset, P.: The Detection of Parallel Straight Lines with the Application of the Hough Transform, Proc. of 9-ICPR, pp. 939-941 (1988).
- d: ハードウェア
- 1) Eichman, G. and Dong, B. Z.: Coherent Optical Production of the Hough Transform, Appl. Opt., Vol. 22, pp. 830-834 (1983).
 - 2) Steier, W. H. and Shori, R. K.: Optical Hough Transform, Appl. Opt., Vol. 25, No. 16, pp. 2734-2738 (1986).
 - 3) Sanz, J. L. C., Hinkei, E. B. and Distein, I.: Computing Geometric Features of Digital Objects in General Purpose Image Processing Pipeline Architectures, Proc. of CVPR, pp. 265-270 (1985).
 - 4) 花原, 丸山, 内山: 実時間 Hough 変換プロセッサ, 昭和 60 年度信学会情報システム部門大会, 92 (1985).
 - 5) Hanahara, K., Maruyama, T. and Uchiyama, T.: A Real Time Processor for the Hough Transform, IEEE Trans., Vol. PAMI-10, No. 1, pp. 121-125 (1988).
 - 6) 恩田, 松島, 青木: ROM を用いた Hough 変換ハードウェア, 昭和 62 年度信学会総合全国大会, 1587 (1987).
 - 7) Leavers, V. F. and Boyce, J. F.: An Implementation of the Hough Transform Using a Linear Array Processor in Conjunction with a PDP/11, NPL Report (UK), DITC 74/86, pp. 1-17 (1986).
 - 8) Henry, Y. H. and Li, C. C.: A Systolic Array Processor for Straight Line Detection by Modified Hough Transform, Proc. of IEEE Computer Society Workshop on Computer Architecture for Pattern Analysis and Image Database Management, pp. 300-304 (1985).
 - 9) Rhodes, F. M. et al.: A Monolithic Hough Transform Processor Based on Restructurable VLSI, IEEE Trans., Vol. PAMI-10, No. 1, pp.

- 106-110 (1988).
- 10) Silberberg, T. M.: The Hough Transform on the Geometric Arithmetic Parallel Processor, Proc. of IEEE Computer Society Workshop on Computer Architecture for Pattern Analysis and Image Database Management, pp. 387-391 (1985).
 - 11) 加藤, 長谷部, 伊藤, 藤田: 一般化 Hough 変換の高速実行, 昭和 63 年度 (前) 情報処理学会全国大会, 3 W-8 (1988).
- e: 画像解析・認識への応用
- 1) Skingley, J. and Rye, A. J.: The Hough Transform Applied to SAR Image for Thin Line Detection, Pattern Recognition Letters, Vol. 6, No. 1, pp. 61-67 (1987).
 - 2) 平子, 吉田, 福村: 線分の Hough 変換と地図中の道路図抽出への応用, 信学研資, PRU 87-102 (1987).
 - 3) Shu, D. B. et al.: A Line Extraction Method for Automated SEM Inspection of VLSI Resist, IEEE Trans., Vol. PAMI-10, No. 1, pp. 117-120 (1988).
 - 4) 興水, 村上, 長谷川: Hough 変換を用いた透過度計識別方式, 昭和 62 年度電気関係学会東海支部大会, 553 (1987).
 - 5) 安居院, 催, 中嶋: パラメータ平面領域制限 Hough 変換を用いた車両番号抽出法, 昭和 61 年信学総全大, 1631 (1986).
 - 6) Poelzleitner, W.: A Hough Transform Method to Segment Images of Wooden Boards, Proc. of 8-ICPR, pp. 262-264 (1986).
 - 7) Kender, J.: Shape from Texture, Proc. of 6-IJCAI, pp. 475-480 (1979).
 - 8) 松島, 恩田, 青木: Hough 変換の性質を利用した無限遠点抽出法, 信学論, Vol. J70-D, No. 5, pp. 1051-1052 (1987).
 - 9) 興水, 沼田: 区分的 Hough 変換 PLHT による無限遠点抽出法, 昭和 63 年度電気関係学会東海支部大会, 624 (1988).
 - 10) 村上, 興水, 長谷川: Hough 変換平面における図形の凸包抽出アルゴリズム, 情報処理学会研究会資料, CV 51-3 (1987).
 - 11) Murakami, K., Koshimizu, H. and Hasegawa, K.: An Algorithm to Extract Convex Hull on θ - ρ Hough Transform Space, Proc. of 9-ICPR, pp. 500-503 (1988).
 - 12) Casasent, D. and Krishnapuram, R.: Curved Object Location by Hough Transformations and Inversions, Pattern Recognition, Vol. 20, No. 2, pp. 181-188 (1987).
 - 13) Krishnapuram, R. and Casasent, D.: Hough Space Transformation for Discrimination and Distortion Estimation, CVGIP, Vol. 38, pp. 299-316 (1987).
 - 14) Davies, E. R.: Reduced Parameter Spaces for Polygon Detection Using the Generalized Hough Transform, Proc. of 8-ICPR, pp. 495-497 (1986).
 - 15) Wahl, F. M. and Biland, H. P.: Decomposition of Polyhedra Scene in Hough Space, Proc. of 8-ICPR, pp. 78-84 (1986).
 - 16) Davis, L. S.: Hierarchical Generalized Hough Transforms and Line-Segment based Generalized Hough Transforms, Pattern Recognition, Vol. 15, No. 4, pp. 277-285 (1982).
 - 17) Carrioli, L., Diani, M. and Lombardi, L.: Hierarchical Hough: Advantages and Automatic Construction of the Models, Proc. of 9-ICPR, pp. 791-794 (1988).
 - 18) Neveu, C. F., Dyer, C. R. and Chin, R. T.: Object Recognition using Hough Pyramids, Proc. of CVPR, pp. 328-333 (1985).
 - 19) Ma, S. D. and Chen, X.: Hough Transform Using Slope and Curvature as Local Properties to Detect Arbitrary 2D Shapes, Proc. of 9-ICPR, pp. 511-513 (1988).
 - 20) Costabile, M. F. and Pieroni, G. G.: Detecting Shape Correspondences Using the Generalized Hough Transform, Proc. of 8-ICPR, pp. 589-591 (1986).
 - 21) Tucker, L. W., Feynman, C. R. and Fritzsche D. M.: Object Recognition using the Connection Machine, Proc. of CVPR, pp. 871-878 (1988).
 - 22) Cass, T. A.: A Robust Parallel Implementation of 2D Model-based Recognition, Proc. of CVPR, pp. 879-884 (1988).
 - 23) Stockman, G., Kopstein, S. and Benette, S.: Matching Images to Models for Registration and Object Detection via Clustering, IEEE Trans., Vol. PAMI-4, No. 3, pp. 229-241 (1982).
 - 24) Matsuyama, T., Arita, H. and Nagao, M.: Structural Matching of Line Drawings Using the Geometric Relationship between Line Segments, CVGIP, Vol. 27, pp. 177-194 (1984).
 - 25) Stockman, G.: Object Recognition and Localization via Pose Clustering, CVGIP, Vol. 40, pp. 361-387 (1987).
 - 26) Ballard, D. H. and Sabbah, D.: On Shapes, Proc. of 7-IJCAI, pp. 607-612 (1981).
 - 27) 羅, 安田, 鳥脇: 濃淡画像中の円弧状輪郭線の検出の一手法とその応用, 信学研資, IE 88-47 (1988).
 - 28) 森 見徳, 森 俊二, 門田: 座標・角度分布によるパターン認識 (1), 電子通信学会研究会資料, PRL 73-68 (1973).
- f: 3次元物体認識への応用
- 1) 横矢直和: 距離画像における回転体の形状決定, 昭和 63 年度 (後) 情報処理学会全国大会, 1 V-3 (1988).

- 2) Ballard, D. H. and Sabbah, D.: Viewer Independent Shape Recognition, IEEE Trans., Vol. PAMI-5, pp. 653-660 (1983).
 - 3) Silberberg, T. M., Harwood, D. A. and Davis, L.S.: Object Recognition Using Oriented Model Points, CVGIP, Vol. 35, pp. 47-71 (1986).
 - 4) Ballard, D. H. and Tanaka, H.: Transformational Form Perception in 3D: Constraints, Algorithms, Implementation, Proc. of 9-IJCAI, pp. 964-968 (1985).
 - 5) 田中, 辻: 一般化 Hough 変換を用いた並列多面体認識, 情報処理学会研究会資料, CV 53-4(1988).
 - 6) Wahl, F. M.: Analysing Hough Nets for Recognition of Polyhedron-like Objects, Proc. of 9-ICPR, pp. 50-554 (1988).
 - 7) Engelbrecht, J. R. and Wahl, F. M.: Polyhedral Object Recognition Using Hough-Space Features, Pattern Recognition, Vol. 21, No. 2, pp. 155-167 (1988).
 - 8) Fennema, C. L. and Thompson, W. S.: Velocity Determination in Scenes Containing Several Moving Objects, CGIP, Vol. 9, pp. 301-315 (1979).
 - 9) Ballard, D. H. and Kimball, O. A.: Rigid Body Motion from Depth and Optical Flow, CVGIP, Vol. 22, pp. 95-115 (1983).
 - 10) Adiv, G.: Recovering Motion Parameters in Scenes Containing Multiple Moving Objects, Proc. of CVPR, pp. 399-400 (1983).
 - 11) Radford, C. J.: Optical Flow Fields in Hough Transform Space, Pattern Recognition Letters, Vol. 4, pp. 293-305 (1986).
 - 12) 稲本, 川上, 内山, 安川, 森田: 球面写像による線分の3次元方位と距離の計測, 情報処理学会研究会資料, CV 45-2 (1986).
- g: コンピュータビジョン一般
- 1) 松山隆司: 画像理解における推論方式, 人工知能学会誌, Vol. 4, No. 1, pp. 21-29 (1989).
 - 2) 松山隆司: 画像理解のための多角的情報の統合, 第19回画像工学コンファレンス, pp. 97-102 (1988).
 - 3) Ballard, D. H.: Parameter Nets, Artificial Intelligence, Vol. 22, pp. 235-267 (1984).
 - 4) 松山, ハング: 画像理解システム SIGMA, 情報処理学会論文誌, Vol. 26, No. 5, pp. 877-889 (1985).

(平成元年4月24日受付)