

適切な掲載数を決定するキーワード広告オークションの提案

櫻井 祐子 岩崎 敦 横尾 真

現在, Yahoo!や Google などの検索エンジンでは検索結果の周囲に関連した広告が表示される. このような広告の掲載位置を決定するためにオークションが利用されている. 既存のキーワード広告オークションは掲載数は固定されているが, 掲載数を入札額に応じて変動させた方が社会的に望ましいと考える. そこで, 掲載数が可変のとき, 既存プロトコルを適用した場合の問題点とその解決策を示す.

In a keyword auction, advertisers submit their bids to search keywords and their ads are displayed according to the result of the auction when people search the keyword on internet search engines. In existing keyword auctions, the number of slots is determined in advance and the obtained social surplus is not always maximized. Thus, we develop new keyword auction protocols in which the auctioneer can flexibly determine the optimal number of slots which maximizes social surplus. First, we propose an auction protocol based on the Vickrey-Clarke-Groves mechanism. While the VCG can satisfy theoretically good characteristics, it needs the complicated calculation of payment. Therefore, we propose a practical protocol based on existing auction protocol applied in Google and Yahoo!

1 はじめに

インターネットオークションは, 低コストで大規模なオークションを行うことが可能であり, 電子商取引の重要な分野となっている. また, 人工知能の技術の有望な適用領域として, 多数の研究が存在する [3].

インターネットオークションでは様々な財の取引が行われているが, 近年, キーワード広告オークションと呼ばれるオークションが注目されている [1]. Yahoo!や Google などの検索エンジンでキーワードを検索した場合, 検索結果の周囲に関連する広告が表示される. このような広告はキーワード/検索連動型広告と呼ばれ, キーワード/検索連動型広告の掲載順位と支払額を決定するためにオークションが適用されている. 一般に, このようなオークションをキーワード

広告オークションと呼ぶ. キーワード広告オークションでは, 広告主は検索キーワードに対して, 自分の広告が1クリックされたときに支払ってよいと考える価格(クリック単価)に基づく入札額を申告する. 基本的には入札額の高い順に掲載順位が決定され, 支払額は, 第二価格秘密入札 (Vickrey オークション) を拡張した一般化第二価格入札 (Generalized Second Price Auction, GSP) によって決定されている. Vickrey オークションでは最高入札額者が2番目に高い入札額を支払う. 一方, GSP では, 直感的には, 自分の次の掲載順位の入札額を支払う. また, Vickrey オークションでは真の評価値の申告が最適な戦略であるが, GSP では真の評価値よりも低く入札すること (過少申告) によって効用が増加する可能性がある.

Yahoo!や Google のキーワード広告オークションでは, 広告の掲載数が固定されており, 最低入札額以上の入札者が掲載数以上存在すれば, その掲載数分の広告は必ず表示される. しかしながら, 掲載数が多い場合に比べて掲載数が少ない方が, 同じ掲載順位の広告がクリックされる率は高くなるため, 入札額に

A new keyword auction protocol for determining the appropriate number of slots

Yuko Sakurai, 九州大学大学院システム情報科学研究院,
日本学術振興会特別研究員 (RPD), Atushi Iwasaki,
Makoto Yokoo, 九州大学大学院システム情報科学研究院

じて掲載数を変動させた方が社会的に望ましいと考えられる。例えば、掲載数が10のとき、1人の入札者が非常に高い入札を行い、他の9の入札者が低い入札をしたとする。このとき、高い入札者の広告だけを表示した方が、その広告へのクリック率が上昇し、結果、社会的余剰が増加する可能性がある。従って、主催者と全ての広告主の効用の和である社会的余剰の観点から、入札額に応じて、柔軟に掲載数を決定するプロトコルは有用であると考えられる。そこで、本論文では、入札額に応じて掲載数を決定可能なオークションプロトコルの提案を行う。

掲載数を入札額に応じて可変にした場合、支払額の決定方法にGSPを適用すると、過少申告だけでなく、過大申告によって最大掲載数を変更することができ、効用を増加させる可能性が生じる。そのため、我々は、まず、Vickrey-Clarke-Groves (VCG) メカニズムを適用したプロトコルを提案する。VCGメカニズムを適用することで、主催者が入札額に応じて社会的余剰が最大化する掲載数と支払額を決定することが可能となる。さらに、入札者は真の評価値を申告することが最適な戦略となる、すなわち、誘因両立性が満たされることを示す。

さて、VCGに関して、これまでに理論的な研究が多数存在し、VCGは理論的に望ましい結果が得られるプロトコルであることが示されている。しかしながら、VCGは実際のオークションプロトコルとして適用されておらず、VCGが実用的ではない理由に関する議論と考察も行われている[3][9]。キーワード広告オークションをVCGに適用する場合も、実用上の課題が複数考えられる。特に、VCGは、GSPと比べて収入が少なくなる可能性あり、これは主催者に望ましくない性質である。また、入札者にとって、支払額の決定方法が煩雑であり、直感的に理解し難いことは望ましくない。

そこで、本論文では、GSPに基づき、適切な掲載数を決定するオークションプロトコルの提案を行う。先述の通り、掲載数を入札額に応じて可変にした場合、GSPでは入札者は過大/過少申告によって効用が増加する可能性がある。特に、最高入札額者が評価値よりも非常に高い入札を行うことで、自分の広告し

か掲載されないようにする、すなわち、最大掲載数を1とすることが深刻な問題となりえる。そのため、提案プロトコルでは最も高い評価値を持つ入札者にとって、評価値よりも非常に高い入札を行う誘因が生じないように価格設定を行う。さらに、提案プロトコルの理論的解析のため、ナッシュ均衡の検討を行う。

本論文では、まず、オークションのメカニズムデザインについて説明し(2章)、問題の定式化を行う(3章)。その後、既存プロトコルの説明(4章)、VCGメカニズムを適用した場合について紹介し(5章)、新しいプロトコルの提案を行う(6章)。

2 オークションのメカニズムデザイン

オークションのメカニズムデザインは、ミクロ経済学/ゲーム理論の主要分野の一つである[4][5]。メカニズムデザインとは、複数の利己的なエージェントが意思決定を行う場合に、不正行為の影響を受けない等、何らかの望ましい性質を満たすルールを設計することである[11]。

2.1 オークションプロトコルの望ましい性質

オークションプロトコルが理論的に望ましい結果を実現するために必要であると考えられている性質について述べる[7]。本論文では、簡単化のため、エージェントの評価値は個人価値(private value)とし、他のエージェントの評価値には依存しない。また、エージェントの効用を準線形(quasi-linear)とする。

誘因両立性 (Incentive Compatibility) : オークションプロトコルが支配戦略(効用を最大化する戦略)において誘因両立的(dominant-strategy incentive compatible)とは、各エージェントにとって、真の評価値を申告することが支配戦略、すなわち他のエージェントの行動に関わらず最適な戦略となることである。また、誘因両立性は戦略操作不可能性(strategy proofness)と呼ばれる。

パレート効率性 (Pareto Efficiency) : パレート効率的な割当てでは、売手と買手を含めた参加者全員の効用の和、すなわち、社会的余剰(social surplus)が最大化される。

個人合理性 (Individual Rationality): オークションプロトコルが個人合理的であるとは、支配戦略均衡が存在し、各エージェントが支配戦略を用いた場合に、エージェントはオークションに参加したことにより、参加しない場合と比較して効用が減少することはない。

2.2 VCG メカニズム

本節では、Vickrey-Clarke-Groves (VCG) メカニズムについて説明する。Vickrey オークションの一般化としてよく知られている。

Vickrey オークション (第 2 価格秘密入札) は単一財を対象としたオークションプロトコルである。Vickrey オークションでは、入札者は入札額を主催者のみに申告し、最高入札額の入札者が落札できる。その支払額は自分の入札額ではなく、2 番目に高い入札額を支払う。Vickrey オークションは誘因両立性を満たす。

一方、VCG メカニズムは複数の財を対象とした、組合せオークションプロトコルとして適用できる。VCG メカニズムでは、各エージェントは主催者のみに入札額を申告する。割当ては、申告された入札に基づいて全ての入札額の和が最大にあるように割当てられる。財が割り当てられたエージェントの支払額は、そのエージェントが参加することによって生じる、他のエージェントの効用の和の減少分である。すなわち、一種の迷惑料を支払うことになる。このように、VCG メカニズムは他のエージェントの入札額によって支払額が決定され、Vickrey オークションと同様に誘因両立性を満たす。下記に、定式化を示す。

1. 各エージェントは任意の割当て G に対する (必ずしも真とは限らない) 評価関数 $v_i(G)$ を主催者に申告する。
2. 主催者はエージェントが申告した入札額の総和を最大化する最適な割当て G^* を決める。
3. エージェント i の支払額 p_i は以下で定義される。

$$p_i = \sum_{l \neq i} v_l(G_{\sim i}^*) - \sum_{l \neq i} v_l(G^*)$$

ここで、 $G_{\sim i}^*$ はエージェント i が入札しなかった場合の他のエージェントが申告した入札額の総和を最大化する割当てである。

3 問題の定式化

本論文における、キーワード広告オークションの問題の定式化を行う。

入札者は検索キーワードに対して、自分の広告が 1 クリックされる毎に支払ってよいと考える価格 (クリック単価) を入札する。入札者 i のクリック単価の評価値を v_i 、入札額を b_i とする。入札者数 N は掲載数を K としたとき、 $N \geq K$ とする。

Google や Yahoo! は掲載順位を入札者の入札額だけでなく、広告の品質 (検索キーワードとの関連性など) とクリック率も考慮して決定している。オークションの主催者が広告の品質やクリック率を決定する。これら広告の品質やクリック率を含めた値を、Google では品質スコア、Yahoo! では品質インデックス、と呼ばれている。品質スコア/品質インデックスを考慮することで、入札額が高くても、品質スコア/品質インデックスが低いとき、上位に掲載されない場合がある。

キーワード広告オークションの理論的な解析において、一般に、広告の品質は各入札者に依存し、クリック率は掲載順位に依存すると仮定している [2][6][10]。具体的には、入札者 i の広告の品質を q_i 、掲載数が K のとき、上位 j 番目のクリック率を $C_{K,j}$ とし、 $C_{K,j} > C_{K,j+1}$ を仮定する。クリック率とは、一般に Click-Through-Rate (CTR) と呼ばれ、検索キーワードが 1,000 回表示されたときにその広告が何回表示されるかを示す指標である。このときの品質スコア $\theta_i(K, j)$ は、

$$\theta_i(K, j) = C_{K,j} q_i$$

となる。本論文でも広告の品質とクリック率に関して同様の仮定をおく。

Google や Yahoo! では、最低入札額が設定されており、最低入札額以上の入札者が掲載できる権利を得る。特に、Google では、品質スコアによって、各入札者の最低入札額が異なる。つまり、高い品質スコアの入札者は、低い品質スコアの入札者より最低入札額は低くなる。本論文では、広告の品質を q_i と入札額 b_i の積 $q_i b_i$ に閾値 r を設定する。

掲載数が k のとき、入札者 i が j 番目の掲載順位

になった場合、1 クリック毎に支払うクリック単価 $p_i(K, j)$ とする。そのときの期待利得 $u_i(K, j)$ は次の通りに定義する。

$$u_i(k, j) = C_{k,j}q_i(v_i - p_i(K, j))$$

さて、本論文では入札額に応じて掲載数を変更できるオークションプロトコルについて検討を行う。その検討のため、クリック率に次の仮定を適用する。最大掲載数が K のときのキーワード広告オークションを行う場合、掲載数が k のときの上位 j 番目の掲載順位のスロットへのクリック率 $C_{k,j}$ ($j \leq k$) とする。このとき、 $C_{k,j}$ は下記の条件を満たすと仮定する。

- $C_{k,j} \geq C_{k,j+1}$ for $\forall k, \forall j$
- $C_{k,j} > C_{k+1,j}$ for $\forall k, \forall j$
- $\sum_{j=1}^k C_{k,j} < \sum_{j=1}^{k+1} C_{k+1,j}$ for $\forall k$

最初の条件は、掲載位置が上位の方がクリック率は高いことを意味し、2 番目は、同じ掲載位置であれば、最大掲載数が少ない方がクリック率が高いことを意味する。最後は、最大掲載数が多い方がクリック率の総数が多いことを意味する。

4 一般化第二価格入札

Google や Yahoo! のキーワード広告オークションでは、一般化第二価格入札 (Generalized Second Price Auction, GSP) のプロトコルに基づいて支払額が決定される。

掲載数が K のときの GSP を考える。入札者 i のクリック単価の評価値を v_i 、入札額を b_i としたとき、品質スコア/品質インデックスと入札額の積 $\theta_i(K, j)b_i = C_{K,j}q_i b_i$ を降順に並べ替える。すなわち、 i 番目の広告の品質、入札額を $q_{(i)}$ 、 $b_{(i)}$ としたとき、

$$C_{K,1}q_{(1)}b_{(1)} \geq C_{K,2}q_{(2)}b_{(2)} \geq \dots$$

となる。クリック率 $C_{K,j}$ は入札者に依存しない値であるため、この降順は広告の品質と入札額の積 $q_{(i)}b_{(i)}$ の値によって決定されると考えることができる。

このとき、入札者 s が t 番目の掲載順位を獲得した場合、1 クリック毎に支払うクリック単価 $p_s(K, t)$ は

$$p_s(K, t) = q_{t+1}b_{t+1}/q_t$$

となる。 $p_s(K, t)$ は、掲載順位が 1 つ下の $t+1$ 番目の入札者が t 番目になるために必要な入札額と解釈で

きる。入札者 s の期待利得 $u_s(K, t)$ は次の通りに定義される。

$$\begin{aligned} u_s(K, t) &= C_{K,t}q_t(v_s - p_s(K, t)) \\ &= c_{K,t}q_t(v_s - q_{t+1}b_{t+1}/q_t) \end{aligned}$$

GSP の具体例を下記に示す。さらに、真の評価値よりも低く入札すること (過少申告) に脆弱であることもを示す。

例 1 掲載数が 2, GSP に 2 人の入札者が存在するとする。広告の品質は $q_1 = q_2 = 1$ とし、最低入札額は 100 とする。入札者の評価値はそれぞれ $v_1 = 300$ 、 $v_2 = 200$ とする。クリック率は $(C_{2,1}, C_{2,2}) = (0.5, 0.4)$ とする。

このとき、入札者は各々の評価値を入札したとすると、 $\theta_i(2, j)b_i$ について、

$$0.5 \times 300 > 0.4 \times 200$$

となり、入札者 1 が最上位、入札者 2 が 2 番目となる。各々の支払額は $p_1(2, 1) = 200$ 、 $p_2(2, 2) = 100$ 、効用は $u_1(2, 1) = 0.5(300 - 200) = 50$ 、 $u_2(2, 2) = 0.4(200 - 100) = 40$ となる。もし、ここで入札者 1 が 150 という過少申告をした場合、掲載順位が 2 番目となり、そのときの効用は、 $u_2(2, 2) = 0.4(300 - 100) = 80$ となる。従って、過少申告によって効用が増加するため、誘因両立性を満たさない。

次に、掲載数が入札額に応じて可変の場合の GSP の適用例と、さらに、真の評価値よりも高く入札すること (過大申告) に脆弱であることを示す。

例 2 例 1 と同じ状況を考える。ただし、クリック率は下記を仮定する。

- 掲載数が 1 つの場合： $C_{1,1} = 0.5$
- 掲載数が 2 つの場合： $(C_{2,1}, C_{2,2}) = (0.4, 0.2)$

このとき、掲載数毎の最大社会的余剰 S_k は

- $S_1 = 0.5 \times 300 = 150$
- $S_2 = 0.4 \times 300 + 0.2 \times 200 = 160$

となる。従って、社会的余剰が最適化されるのは掲載数が 2 の場合である。このとき、入札者 1 に最上位、入札者 2 に 2 番目が割り当てられる。支払額は $p_1(2, 1) = 200$ 、 $p_2(2, 2) = 100$ 、効用は $u_1(2, 1) = 0.4(300 - 200) = 40$ 、 $u_2(2, 2) = 0.2(200 - 100) = 20$ となる。

一方、入札者 1 が入札額を過大申告して 1,000 と

した場合,

- $S_1 = 0.5 \times 1000 = 500$
- $S_2 = 0.4 \times 1000 + 0.2 \times 300 = 460$

となり, $S_1 > S_2$ より掲載数が 1 となる. このとき, 入札者 1 の支払額は 200 のままであり, 効用は $0.5(300 - 200) = 50$ となる. 従って, 過大申告により効用が増加できることとなる.

5 掲載数が可変の場合における VCG メカニズムの適用

例 2 で示したように, 掲載数が入札額に応じて可変の場合に GSP を適用した場合, 過少申告だけでなく, 過大申告にも脆弱である. そこで, 本章では VCG メカニズムを適用した場合について検討を行う. さらに, VCG メカニズムを適用することで誘因両立性を満たすことを示す.

5.1 VCG メカニズム

割当ては下記の通りに決定する. まず, $x_{k,j}^i$ は掲載数が k のときのエージェント i へのスロット j に関する割当てを示すとする. すなわち, $x_{k,j}^i = 1$ は, 掲載数が k のとき, エージェント i にスロット j が割り当てられていることを意味する. 一方, $x_{k,j}^i = 0$ は, 掲載数が k のとき, エージェント i にスロット j が割り当てられていないことを示す. このとき, 掲載数 k のときの最大社会的余剰 S_k は次式で得られる.

$$\begin{aligned} S_k &= \max_{i,j} \sum_{1 \leq j \leq k} \sum_{i \in I} C_{k,j} q_i b_i x_{k,j}^i \\ \text{s.t. } & \sum_{i \in I} x_{k,j}^i \leq 1 \\ & \sum_{1 \leq j \leq k} x_{k,j}^i \leq 1 \\ & \sum_{i \in I} \sum_{1 \leq j \leq k} x_{k,j}^i = k \leq K \end{aligned}$$

全ての S_k において最大値となる k^* が最適な掲載数となり, 割当てが決定される.

$$k^* = \arg \max_{1 \leq k \leq K} S_k$$

スロット j を割り当てられたエージェント i の支払額は

$$p_i(k^*, j) = \frac{1}{C_{k^*,j} q_i} \{S_{k^*}^{-i} - (S_{k^*} - C_{k^*,j} q_i b_i)\}$$

となる. ここで, $S_{k^*}^{-i}$ はエージェント i が存在しない

場合の最大社会的余剰とする.

$$S_{k^*}^{-i} = \max_{i,j} \sum_{1 \leq j \leq k^*} \sum_{i' \in I \setminus i} C_{k^*,j} q_{i'} b_{i'} x_{k^*,j}^{i'}$$

例 3 例 2 と同様の状況を考える. このとき, 掲載数毎の最大社会的余剰 S_k は $S_1 = 0.5 \times 300 = 150$, $S_2 = 0.4 \times 300 + 0.2 \times 200 = 160$ より, $S_2 > S_1$ となる. 従って, 掲載数が 2 となり, 入札者 1 に最上位が割り当てられる.

入札者 1 の支払額は, 入札者 1 がいないときの社会的余剰を考えると,

$$\bullet S_1 = 0.5 \times 200 = 100$$

$$\bullet S_2 = 0.4 \times 200 + 0.2 \times 100 = 100$$

となる. よって, $p_1(2, 1) = (100 - 40)/0.4 = 150$, $u_1(2, 1) = 0.4(300 - 150) = 60$ となる. 同様に, 入札者 2 については $p_2(2, 2) = (150 - 120)/0.2 = 150$, $u_2(2, 2) = 0.2(200 - 150) = 25$ となる.

5.2 誘因両立性

本節では, VCG メカニズムを適用した場合, 誘因両立性を満たすことを示す.

定理 1 掲載数が可変のときのキーワード広告オークションに VCG メカニズムを適用した場合, 誘因両立性を満たす.

証明 1 評価値 v_i をもつ入札者が正直に入札をする場合の, 最適な掲載数を k^* , 割り当てられるスロット j に対する品質スコアは $C_{k^*,j}$ で与えられるとする. 一方, 自分以外の入札 $\{v_j\}_{j \neq i}$ と仮定し, エージェント i の入札を \hat{v}_i とする. このときの最適な掲載数を \hat{k} とし, エージェント i がスロット \hat{j} を獲得したときの支払額を $p_i(\hat{k}, \hat{j})$ とする. 入札者 i の効用は

$$\begin{aligned} & C_{\hat{k},\hat{j}} q_i (v_i - p_i(\hat{k}, \hat{j})) \\ &= C_{\hat{k},\hat{j}} q_i v_i - \{S_{\hat{k}}^{-i} - (S_{\hat{k}} - C_{\hat{k},\hat{j}} q_i \hat{v}_i)\} \\ &= C_{\hat{k},\hat{j}} q_i v_i + S_{\hat{k}} - C_{\hat{k},\hat{j}} q_i \hat{v}_i - S_{\hat{k}}^{-i} \\ &\leq \max_{k,j} \{C_{k,j} v_i + S_k - C_{k,j} \hat{v}_i\} - S_{\hat{k}}^{-i} \\ &= C_{k^*,j} q_i v_i - \{S_{k^*}^{-i} - (S_{k^*} - C_{k^*,j} q_i v_i)\} \\ &= C_{k^*,j} q_i (v_i - p_i(k^*, j)) \end{aligned}$$

となる. すなわち, エージェント i は v_i を入札することによって効用を最大化することができることとなり, 真の評価値を入札することが最適な戦略となる. 従って, 誘因両立性が満たされる.

6 新しいプロトコルの提案

掲載数が可変の場合、VCG を適用すれば誘因両立性は保証される。しかしながら、VCG は GSP と比べて収入が少なくなる可能性がある点と、支払額の決定方法が煩雑なため、入札者に直感的に理解し難いという点が実用上の主な課題として生じる。そこで、本章では、GSP を基に、より容易に支払額を決定できるプロトコルの提案を行う。GSP をそのまま適用した場合、例 2 で示したとおり、過大申告によって、掲載数を減少させ、自分のクリック率を上昇しようとする。特に、最高入札額は評価値よりも非常に高い入札を行うことで、自分の広告しか掲載されないようにする、すなわち、最大掲載数を 1 とする誘因が生じる。これは深刻な問題となりえる可能性がある。そこで、我々はこの最高入札額に関する問題に着目し、この問題を回避できるプロトコルを検討する。具体的には、掲載数を 1 か K の場合を対象としたプロトコルの提案を行う。

6.1 新しいプロトコルの概要

入札者 i は入札額 b_i を入札する。掲載数は 1 か K のどちらかを選択できるとする。社会的余剰を比較する。

- $S_1 > S_K$ ならば掲載数は 1
- $S_K \geq S_1$ ならば掲載数は K

支払額は次の通りに決定する。ここで、 $b_{(j)}$ 、 $q_{(j)}$ を、 $\theta_i(k, j)b_i$ が j 番目に高い値をとる入札額と広告の品質とする。

- 掲載数が K のときは GSP によって決定する。

$$p_{(j)}(K, j) = q_{(j+1)}b_{(j+1)}/q_{(j)}$$

- 掲載数が 1 のときは次の通りに決定する。

$$\frac{1}{C_{1,1}q_{(1)}}(C_{K,1}q_{(2)}b_{(2)} + \sum_{j=2}^K C_{K,j}q_{(j)}b_{(j)})$$

定理 2 提案プロトコルでは、最高入札額は過大申告/過少申告をして掲載数を変更しても効用を増加させることはできない。

証明 2 議論の簡単化のため、全ての入札者 i について $q_i = 1$ とする。

最高入札額者が真の評価値を申告し、 $S_K \geq S_1$ と

なるとき、過大申告をして $S_1 > S_K$ とし、掲載数を 1 にしても効用は増加しないことを示す。

$$\begin{aligned} & u_{(1)}(1, 1) \\ &= C_{1,1}(v_1 - \frac{1}{C_{1,1}}(C_{K,1}b_{(2)} + \sum_{j=2}^K C_{K,j}b_{(j)})) \\ &< C_{K,1}v_1 + \sum_{j=2}^K C_{K,j}b_{(j)} \\ &\quad - (C_{K,1}b_{(2)} + \sum_{j=2}^K C_{K,j}b_{(j)}) \\ &= C_{K,1}(v_1 - b_{(2)}) \\ &= u_{(1)}(K, 1) \end{aligned}$$

同様に、最高入札額者が真の評価値を申告し、 $S_1 > S_K$ となるとき、過少申告をして $S_K \geq S_1$ とし、掲載数を K にしても効用は増加しないことも示すことができる。

次に、提案プロトコルの適用例を示す。

例 4 例 2 と同じ状況を考える。このとき、掲載数が 2 となり、入札者 1 に最上位、入札者 2 に 2 番目が割り当てられる。支払額は GSP で決定されるため、例 2 と同じ結果となる。

一方、入札者 1 が入札額を 1,000 とした場合、掲載数が 1 となる。このとき、入札者 1 の支払額は $(C_{2,1} + C_{2,2})b_{(2)}/C_{1,1} = (0.4 + 0.2)200/0.5 = 240$ となる。効用は $0.5(300 - 240) = 30$ となり、掲載数 2 のときの効用 40 よりも低くなり、過大申告により効用を増加させることができない。

6.2 ナッシュ均衡

提案プロトコルが理論的にどのような性質を有するかを解析するために、本章では、新プロトコルのナッシュ均衡と、ナッシュ均衡での主催者の収入について検討する。

ナッシュ均衡とは、他のプレーヤーが各々の戦略から逸脱しないことが所与とされるとき、どのプレーヤーも自分の戦略から逸脱する誘因を持たない戦略の組のことである [8]。

6.2.1 ナッシュ均衡

議論の簡単化のため、下記を仮定する。掲載数は 1 か 2 とし、2 人の入札者が入札を行う。広告の品質 q_i ($i = 1, 2$) は全ての i に対して $q_i = 1$ とする。

最低入札額は 0 とする。入札者 $i \in \{1, 2\}$ の評価値を v_i とする。評価値 $v_1 > v_2$ 、および、クリック率 $C_{1,1}, C_{2,1}, C_{2,2}$ はどのエージェントも知っているとする。

まず、掲載数が 1 の場合も GSP を適用したときのナッシュ均衡を考える。次の条件を満たす戦略 (b_1^*, b_2^*) を考える。

- 社会的余剰に関して、入札者 2 は掲載数が 2 の場合しか、効用を得られないため、もし掲載数が 1 の場合、過大申告し、掲載数を 2 に変更する誘因がある。従って、均衡においては $S_2 \geq S_1$ が成り立つ必要がある。

$$C_{2,1}b_1^* + C_{2,2}b_2^* \geq C_{1,1}b_1^*$$

- 入札者 1 の期待効用について、掲載数が 1 のときよりも掲載数が 2 のときの方が大きくなければならない。

$$C_{2,1}(v_1 - b_2^*) \geq C_{1,1}(v_1 - b_2^*)$$

クリック率について $C_{k,j} > C_{k+1,j}$ より、入札者 1 の期待効用に関して掲載数が 1 の方が厳密に大きくなる。従って、掲載数が可変の場合の GSP においてナッシュ均衡は存在しない。

次に、提案プロトコルにおけるナッシュ均衡を考える。下記の条件を満たす戦略 (b_1^*, b_2^*) を求める。

- 社会的余剰に関して、 $S_2 \geq S_1$ 、すなわち、

$$C_{2,1}b_1^* + C_{2,2}b_2^* \geq C_{1,1}b_1^*$$

- 入札者 1 の期待効用について、

$$C_{2,1}(v_1 - b_2^*) \geq C_{2,2}v_1$$

$S_2 \geq S_1$ より $b_2 \geq (C_{1,1} - C_{2,1})b_1/C_{2,2}$ 、 $C_{2,1}(v_1 - b_2) > C_{2,2}v_1$ より $b_2 < (C_{2,1} - C_{2,2})v_1/C_{2,1}$ となる。従って、ナッシュ均衡 (b_1^*, b_2^*) として

$$\left(v_1, \frac{C_{1,1} - C_{2,1}}{C_{2,2}}v_1\right)$$

が存在する。

例 5 これまでの例と同様の状況を考える。クリック率は次の通りとする。

- $C_{1,1} = 1.0$
- $(C_{2,1}, C_{2,2}) = (0.9, 0.2)$

上述の通り、ナッシュ均衡の存在条件を計算すると、ナッシュ均衡は図 1 のグレー部分に存在することとなる。結果、 $(v_1, v_1/2)$ がナッシュ均衡の 1 つとして考えられることが可能である。

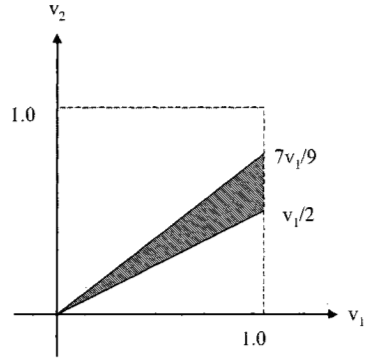


図 1 ナッシュ均衡の存在領域

6.2.2 ナッシュ均衡における主催者の収入

掲載数が 2 つ、入札者が 2 人のキーワード広告オークションにおいて、前節で得られたナッシュ均衡における主催者の期待収入について検討する。

- 提案プロトコルの期待収入

ナッシュ均衡では掲載数が 2 つとなり、このとき、GSP によって支払額が決定される。

$$C_{2,1} \frac{v_1}{2} + C_{2,2} \frac{v_1}{2}$$

- VCG の期待収入

$$(C_{1,1} - C_{2,2}) \frac{v_1}{2} + (C_{1,1} - C_{2,1})v_1$$

提案プロトコルと VCG での収入を比較すると、クリック率について、

$$\frac{C_{2,1} + C_{2,2} - C_{1,1}}{C_{1,1} - C_{2,1}} \geq \frac{1}{2}$$

を満たすならば、提案プロトコルの収入の方が多い。例 5 のクリック率ではこの条件を満たす。この不等式は直感的には、クリック率の和の差分が小さく、最上位のクリック率の差分が大きいほど、VCG の方が期待収入が多いことを示している。

6.3 考察

まず、掲載数が 1 のときの支払額に関して、提案プロトコルよりも単純なプロトコルの提案が可能かどうかについて考察を行う。より単純なプロトコルとして、次の案が考えられる。しかしながら、これらの支払額は、過大申告をして掲載数を変更しても効用は増加しないが、過少申告をして掲載数を変更することで効用が増加する可能性が残る。ただし、GSP も過少

申告には脆弱であるにも関わらず、実際に利用されていることより、過少申告への脆弱性は実用上許容可能であろう。

- 案 1: 支払額の期待値を掲載数が K での支払額の期待値の K 倍とする。

$$\frac{KC_{K,1}q_{(2)}b_{(2)}}{C_{1,1}q_{(1)}}$$

- 案 2: 支払額の期待値を掲載数が K のときのクリック率の総和と $q_{(2)}b_{(2)}$ の積とする。

$$\frac{\sum_{j=1}^K C_{K,j}q_{(2)}b_{(2)}}{C_{1,1}q_{(1)}}$$

$C_{K,j} = \alpha^{j-1}C_{K,1}$ としたとき、これは $(1 - \alpha^K)C_{K,1}q_{(2)}b_{(2)}/(1 - \alpha)C_{1,1}q_{(1)}$ となる。

次に、提案プロトコルは最高入札額者にとって掲載数を変更する誘因が生じないプロトコルであるが、他の入札者における過大申告の誘因について考察する。2 番目以降の入札者について、各掲載順位がそのまま割当てられる入札額の上限は 1 つ上の入札額よりわずかに低い値となる。例えば、2 番目に高い入札者であれば、最高入札額よりわずかに低い入札をする限り、2 番目の掲載位置が割当てられる。このような過大申告をすることで掲載数 K の社会的余剰を上昇させ、掲載数を操作させることが可能となる。掲載数が 1 のときも GSP を適用した場合も同様の問題は生じる。しかしながら、提案プロトコルは、最高入札額者にとって掲載数を変更する誘因が生じない点で、GSP より安定したプロトコルである。従って、GSP と比較して、2 番目以降の入札者に関する過大申告の可能性を軽減可能と考えることができる。

7 おわりに

本論文では、近年、注目されているキーワード広告オークションを対象とし、入札額に応じて最適な掲載数を決定するオークションプロトコルの提案を行った。

Vickrey-Clarke-Groves (VCG) メカニズムを適用した方式を提案し、誘因両立性が満たされることを理

論的に示した。しかしながら、VCG は入札者にとって、支払額の決定方法が煩雑であるため、直感的に理解し難いことは望ましくない。そこで、我々は、GSP に基づき、適切な掲載数を決定するオークションプロトコルの提案を行った。さらに、提案プロトコルに関してナッシュ均衡戦略を求め、理論的な解析を行った。

今後の課題として、提案プロトコルの有用性を示すために、収入に関する計算機実験を行うとともに、任意の掲載数を割当て可能な、GSP ベースのプロトコルを提案することである。

参考文献

- [1] Aggarwal, G., Goel, A., and Motwani, R.: Truthful auctions for pricing search keywords, *Proceedings of the 7th ACM conference on Electronic commerce (EC'06)*, 2006, pp. 1-7.
- [2] Cary, M., Das, A., Edelman, B., Giotis, I., Heimerl, K., Karlin, A. R., Mathieu, C., and Schwarz, M.: Greedy bidding strategies for keyword auctions., *ACM Conference on Electronic Commerce*, 2007, pp. 262-271.
- [3] Cramton, P., Shoham, Y., and Steinberg, R.(eds.): *Combinatorial Auctions*, MIT Press, 2006.
- [4] 梶井厚志, 松井彰彦: ミクロ経済学: 戦略的アプローチ, 日本評論社, 2000.
- [5] Krishna, V.: *Auction Theory*, Academic Press, 2002.
- [6] Lahaie, S. and Pennock, D. M.: Revenue analysis of a family of ranking rules for keyword auctions., *ACM Conference on Electronic Commerce*, 2007, pp. 50-56.
- [7] Mas-Colell, A., Whinston, M. D., and Green, J. R.: *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995.
- [8] エリック・ラスムセン: ゲームと情報の経済分析 I, 九州大学出版会, 1990.
- [9] Rothkopf, M. H.: Thirteen Reasons Why the Vickrey-Clarke-Groves Process Is Not Practical, *Operations Research*, Vol. 55, No. 2(2007), pp. 191-197.
- [10] Varian, H. R.: Position Auctions, *International Journal of Industrial Organization*, (2006). To appear.
- [11] 横尾真: オークション理論の基礎, 東京電機大学出版会, 2006.