

## 戦略とネットワークの共進化による協調の創発とAssortative mixing

谷本潤<sup>†</sup>, 相良博喜<sup>\*</sup>

Zimmermanら (2005), Tanimoto (2007) による戦略とネットワークの共進化モデルを検討した。戦略はネットワーク上の隣人から協調 (C) もしくは裏切り (D) をImitation Dynamicsによりコピーすることで、ネットワークは最低利得リンクを確率的に切断し、(1)ランダムに、(2)次数に応じたPreference Attachmentに基づき、(3)隣人の隣人中のエージェント集合からランダムに接続する適応を考慮した。まず、この共進化モデルでは互いにCを出し合うことで高利得を得るR互恵の創発は助長されるが、LeaderやHeroで有意となるST互恵はサポートされないことが確認された。また、PDでR互恵が創発する場合、進化するネットワークはNewman (2002) のAssortative係数が負値を取ること、かつクラスター係数が大きく、平均パス長が短いヘテロな構造を保つことが分かった。

Promotion of cooperation through co-evolution of networks and strategy in a  $2 \times 2$  game, and assortative mixing

Jun Tanimoto<sup>†</sup>, Hiroki Sagara<sup>‡</sup>

A  $2 \times 2$  game model implemented by co-evolution of both networks and strategies is established. An existing link between two agents is killed through network adaptation, which then establishes a new link to replace it. Strategy is defined as an offer of "cooperation" (C) or "defection" (D) by an agent. Both networks and strategies are synchronously renovated in each simulation time step. After killing the link with the most disadvantageous neighbor, we consider network adaptations that involve rewiring to (1) a randomly selected agent, (2) a proportionally selected agent (through a roulette selection process based on the degrees of respective agents), (3) an agent randomly selected among a set of neighbors of the neighbors, excluding the most disadvantageous neighbor. Several numerical experiments considering various  $2 \times 2$  game classes, including Prisoner's Dilemma (PD), Chicken, Leader, and Hero, reveal that the proposed co-evolution mechanism can solve dilemmas in the PD game class. The result of solving a dilemma is the development of mutual-cooperation reciprocity ( $R$  reciprocity), which arises through the emergence of several cooperative hub agents, which have many links in a heterogeneous and assortative social network. However, the co-evolution mechanism seems counterproductive in case of the Leader and Hero game classes, where alternating reciprocity (ST reciprocity) is more demanding. It is also suggested that the assortative and cluster coefficients of a network affect the emergence of cooperation for  $R$  reciprocity.

キーワード：共進化、ネットワーク、 $2 \times 2$ ゲーム、進化ゲーム、assortative係数

Key words: Co-evolution, Network,  $2 \times 2$  Game, Evolutionary game, Assortativity coefficient

### 1. 緒言

協調の創発は進化ゲーム理論により幾つかの説明が試みられてきた。Nowak<sup>①</sup>は、それらは血縁淘汰、直接互恵、間接互恵、ネットワーク互恵、群淘汰の5つの理論的枠組みで説明出来るとし、かつ、囚人のジレンマ (Prisoner's Dilemma, PD) の特殊形であるDonor-Recipient ゲームにあっては、これら5つの枠組みは、いずれも、所謂、Hamilton ルール<sup>②</sup>と相似な、きわめてシンプル且つ美しい構造を持つことを発見した。ネットワーク互恵とは、ゲーム対戦と戦略 (協調 (C) か裏切り (D) か) コピーの対象をネットワーク上の隣人に制限することで、well-mixed集団中 (換言すると one-shot ゲーム) では不可避免な匿名性を減少させるメカニズムであると云うことが出来る。

ネットワーク上の  $2 \times 2$  ゲームは多くの関心を呼び、ここ数年、あまたの研究が報告されている。要すれば、Masuda<sup>③</sup>が指摘したようにゲーム参加にコスト負担が伴うケースを除けば、次数に分布を有するへ

テロなネットワーク、就中、ハブ的な C エージェントが創発しやすい Scale-Free (SF)<sup>④</sup>では、協調はサポートされることが分かっている。

これらの固定ネットワーク上のゲームに対して、Zimmerman ら<sup>⑤</sup>は、戦略とネットワークを共進化させるモデルを提案し、D-D リンクをある一定の確率で切断し、ランダムなエージェントに繋ぎ変えるメカニズムを仮定すると、PDにおいて頑強な協調が創発することを発見した。その後、Tanimoto<sup>⑥</sup>は、リンク切断を D-D に限定せず、C-D (貪られた場合、後述の利得表上 S となった場合) リンクに拡張した場合や、新規リンクの接続法をより次数の高いエージェントに繋ぎに行く Preference Attachment に換えた場合を検討し、この共進化メカニズムにより、①次

Table 1. Payoff matrix for a  $2 \times 2$  game.

		Opponent	
		Cooperation (C)	Defect
Ego	Cooperation (C)	R	S
	Defect (D)	T	P

† 九州大学大学院総合理工学研究院・教授・工博

Prof., Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University, Dr.Eng.

‡ 九州大学大学院総合理学府・博士課程、日本学术振興会特別研究員・修士(工)

Research Fellow of JSPS, Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University, M.Eng.

数分布がべき則に従うヘテロネットワークが創発すること、②創発するハブエージェントが C に勝導されるため固定 SF 上のゲームよりロバストな協調が構築されること、③PD で有意となる R 互恵には有効だが、Leader や Hero で有意となる ST 互恵<sup>7)</sup>には機能しないこと等を報告している。

以上を背景に本稿では戦略とネットワークの共進化モデルを更に詳細に検討し、協調を創発させるネットワークの特性について考察するものである。

## 2. モデル

$N$  エージェントから成る集団における  $2 \times 2$  ゲームを考える利得表は Table1.

### 2.1 ゲーム構造

$2 \times 2$  ゲームのジレンマ性の有無は、ゲーム構造で決まるギャンブル性ジレンマ・ポテンシャル  $D_g = T - R$  とリスク回避性ジレンマ・ポテンシャル  $D_r = P - S$  で表される<sup>8)</sup>。本稿では(1)式でゲーム構造を規定し、2 パラメータを  $-2 \leq D_r \leq 1$ ,  $0 \leq D_g \leq 1$  で振ることで、PD, Chicken, Leader および Hero にゲームクラスを変化させる (Fig.1)。Leader と Hero では ST 互恵の基本要件  $S + T > 2R$  を満たすが、更に厳しい条件である  $S > R$  かつ  $T > R$  を満たせば、C と D を互いに出すことと S と T を互いに取り合う ST 互恵は有利になる。

$$P = -0.5, \quad (1-1)$$

$$R = 0.5, \quad (1-2)$$

$$S = P - D_r, \quad (1-3)$$

$$T = R + D_g. \quad (1-4).$$

### 2.2 エージェント

$N$  人のエージェントは平均次数  $\langle k \rangle$  のネットワークで接続されている。ネットワークで繋がれたエージェントは  $2 \times 2$  ゲームを行う。従って次数の高いエージェントほどより高い利得を得ることになる（結果に示す図の利得はリンク当たりの社会平均利得である）。

### 2.3 戦略の適応

エージェントは C か D かの手で規定される戦略を有し、対戦後、隣人中の最大利得エージェントの戦略をコピーする (Imitation Dynamics に従う)。戦略の更新はシンクロに行われる。

### 2.4 ネットワークの適応

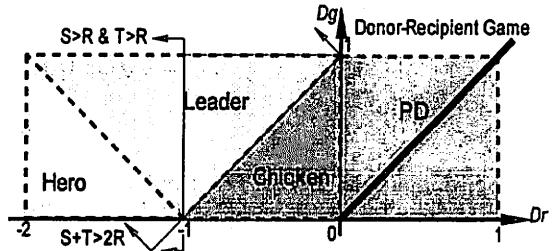


Fig.1  $2 \times 2$  game area used in experiment.  $R$  reciprocity is valid for PD and Chicken, while  $ST$  reciprocity is valid for Leader and Hero (in particular, Leader and Hero games for  $S > R$  and  $T > R$ ) because  $S + T > 2R$ . Thick black line indicates Donor-Recipient game, a special class of PD, being satisfied with  $D_r = D_g$ .

シミュレーションエピソードの初期はランダムネットワークとする。ただし、リンクの 2 重接続は許容しない。ネットワークは有向グラフとして定義し、振り出し元（ベクトルの基点）のエージェントのみが以下に述べるネットワーク切断を行うことが出来る。このルールを考慮しないと、ジレンマが強い場合に、多くのエージェントが高い頻度でネットワーク切断を行い、 $N$  エージェント中、大半が誰とも接続されずにゲームを行い得ず、少数エージェントが互いに非常に高い次数のネットワークを形成して高い利得を得る状況に進化してしまう。現実の人間社会では、このように多数の Lonely と少数の高所得者が 2 層に分離した状況も想定出来るが、ネットワークの切断が両端の一方でしかコントロール出来ない片務的関係の存在も有り得ることから、本論では、後者の立場を探って、上記の仮定を描いた。

有効グラフ基点のエージェントは、 $p_k$  の確率で自らコントロール出来るリンクの切断を行う。切断リンクは、自分が有するリンク中で最低利得を獲得し、かつその利得が  $(P+R+S+T)/4$  以下であるリンクとする。

リンクを切断したエージェントは新規リンクを接続する。接続法は以下の 3 つを考える。

ランダム；集団中のランダムなエージェントに接続。  
Preference Attachment (PA) ; 高次数エージェントほど高い確率で接続先として選択する。

Barabashi-Albert<sup>9)</sup>アルゴリズムとの相似性から、このルールでは適応ネットワークは SF 性を有するものと推量される。

Neighbor's neighbors (NN) ; 切断したエージェントを除く隣人の隣人集合の中からランダムに接

続。このルールでは、適応ネットワークは高いクラスター係数を有するものと推量される。

### 3. 数値実験

初期の C 分布は 0.5,  $N = 3000$ ,  $\langle k \rangle = 12$ , and  $p_t = 0.05$  とする。6000 ステップ以降のステップ変動が十分小さくなつた状況を準均衡解とし、10 アンサンブル平均を取つた。

### 4. 結果及び考察

Fig.2 はランダム接続の場合の結果で、(A)が( $R-P$ )で正規化した（リンク当たり平均）利得、(B)Replicator Dynamics を解いて得られる解析解<sup>8)</sup>との利得の差異（すなわち共進化モデルによる互恵サポートの強さを意味する）、(C)ネットワーク中の最大次数、(D)クラスター係数、(E)平均パス長、(F)Assortative 係数<sup>10)</sup>である。Fig.3 と fig.4 は、夫々、PA 接続、NN 接続の場合、同様に示した結果である。

前章で述べた有向グラフの仮定により、リンクの

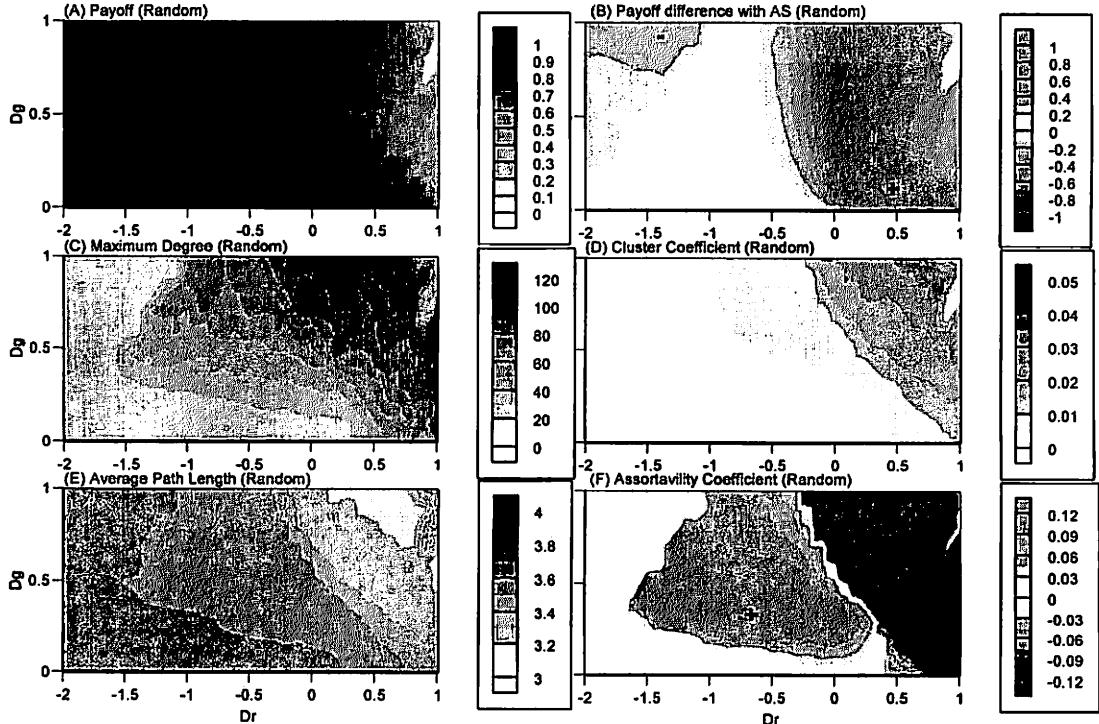


Fig. 2 Results of numerical experiments obtained within limits  $-2 \leq D_r \leq 1$  and  $0 \leq D_g \leq 1$  in case of random

connection;  $N = 3000$ ,  $\langle k \rangle = 12$ , and  $p_t = 0.05$ . (A) Average payoff normalized by ( $R - P$ ), (B) payoff difference using analytic solution with replicator dynamics, (C) maximum degree among agents, (D) averaged cluster coefficient, (E) averaged path length, and (F) assortative coefficient defined by Newman (2002).

ない lonely エージェントの生起数は 5 以下であった（既述したようにこの仮定を入れない場合、ジレンマが強いゲーム構造では  $N=3000$  に対して lonely エージェント数が 2800 を越えるようなケースが出現する）。

Fig.2～4(B)より、いずれの接続法に依っても、PD の範囲では解析解より利得が高くなつておる（勿論、あまりにジレンマが強い場合は共進化モデルをもつても協調は創発されない），協調が創発している。すなわち、本共進化モデルは接続法に依存せず、 $R$  互恵には有効なサポート法であると云える。3つの接続法を比較すると、NN 接続が最も広範なゲーム構造でその有効性を保持していることが分かる。また、Leader, Hero の範囲を観ると、いずれの接続法にあっても、利得は 1 (すなわち  $R$  ) を越えることはなく、 $S > R$  かつ  $T > R$  の範囲では明らかに解析解より低利得となつてゐる。このことから、共進化のメカニズムは、 $ST$  互恵には無効であり、利得が  $R$  に誘導されることで、 $S > R$  かつ  $T > R$  の範囲では却つて逆効

果となる（解析解では内部均衡解となるから  $P$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$  がある頻度で生起し、結果的に社会平均利得は  $R$  を上回る）。時間方向に固定的に  $C$  を出しておけばよい  $R$  互恵と異なり、 $ST$  互恵では対戦相手同士が  $C$  と  $D$  を互いに切り替えることが高利得を挙げる上で最も効率的となる（所謂 CAD 型  $ST$  互恵<sup>7)</sup>）。この点に関して、Tanimoto<sup>11)</sup>は 2 つの 4bit FSM を実装したライト点滅エージェントを用いて実験しており、Hero および Leader の領域で CAD 型  $ST$  互恵が創発することを報告している。このことからネットワークの適応と云うよりフレキシブルな枠組みを考慮したとて、 $ST$  互恵の創発には不十分であり、時間方向の切り替えを担保する、より複雑で高級な知的エージェントシステムが必要であることが示唆される。

Tanimoto<sup>11)</sup>は  $ST$  互恵とコミュニケーション進化の関連について論及している。

Fig.2～4 を比較しながら観ると、 $R$  互恵によりジレンマが解消された領域は、接続法を問わず、以下の特徴を有することが分かる。すなわち、 $R$  互恵を創発させたネットワークは、(1)Assortative 係数が負

値をとる、(2)他ゲーム領域と較べて大きなクラスター係数を持つ、(3)他ゲーム領域と較べて小さな平均パス長を持つ、(4)他ゲーム領域と較べてネットワーク中の最大次数は大きい傾向にある。このことから PD を緩解して  $R$  互恵を創発させるために、ヘテロ性のきわめて高いネットワークに共進化したことが分かる。Fig.5 は Fig.4(B)中に示した  $Dr = 0.7$ ,  $Dg = 1.0$  なるゲーム構造における次数分布である。D エージェントは比較的低い次数を持ち、C エージェントは比較的高い次数を持つ。C エージェントの高次数領域の分布は Scale-Free 的性質を示している。これは Tanimoto<sup>6)</sup>が報告しているように、ハブエージェントが C 戰略を探ることで安定した協調社会が維持されていることを意味している。

Newman<sup>10)</sup>は、Assortative 係数は定義上、ランダムグラフと B-A アルゴリズムによる SF ネットワークではゼロになり、物理学者の共著者ネットワーク、映画スターの友人ネットワークや企業経営者の知り合いネットワークでは正值、一方、インターネット、タンパク質相互作用の連鎖関係、生物界の食物連鎖

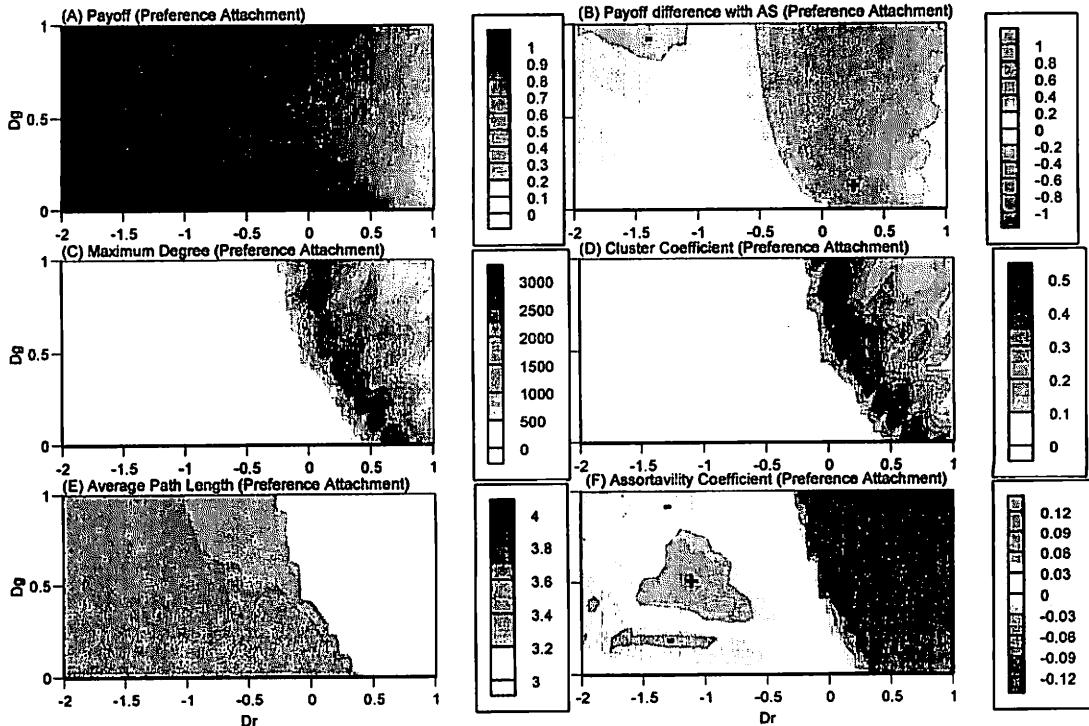


Fig. 3 Results of numerical experiments obtained within limits  $-2 \leq Dr \leq 1$  and  $0 \leq Dg \leq 1$  in case of preference attachment connection.  $N = 3000$ ,  $\langle k \rangle = 12$ , and  $p_1 = 0.05$ .

のネットワークでは負値になると報告している。概すれば、自然界のネットワークは負の Assortative mixing を、人間社会システムに観られるネットワークでは正のそれが観察されると云う。両者の差異は何であろうか？ここで仮説として以下のことが考えられないだろうか？すなわち、自然界のネットワークは単純に相互作用を規定する関係性だけを意味している。対して、人間の社会システムにおけるネットワークでは本質的な意味での情報の取り扱いが行われている。そこでは、ネットワークは前者の相互作用の関係性以上の機能を有している。本共進化モデルでは、ネットワークは、対戦関係と次手に C 出すべきか D 出すべきかの 1bit 情報として表される戦略コピーのパスを意味するだけから、前者のネットワークに近いと考えられないだろうか。だとすると、Assortative 係数が負値を取るように進化したネットワークが R 互恵を創発させ得たと云う結果は上記の仮説に整合的であると云える。

高利得エージェントほど高い確率でネットワーク

適応が行えるとの制約を設ける (fig.2-4 ではネットワーク適応の生起確率に利得による差異をつけていない) ことで、正の Assortative 係数に進化する可能性があるか？様々検討してみたが、利得による制約条件を課さない場合 (すなわち fig.2-4) と大きな差は認められなかった (図には示していない)。

## 5. 結論

戦略とネットワークの共進化モデルを構築した。ネットワーク適応におけるリンク切断後の接続法としては、(1) ランダム接続、(2) 次数に応じた Preference Attachment に基づく接続、(3) 隣人の隣人中のエージェント集合からランダムに接続する方法を考慮した。一連の数値実験の決壊化のことが分かった。

(1) 共進化のメカニズムは PD に有効、すなわち R 互恵のサポートしてジレンマを解消する手法として有効である。特に隣人の隣人に接続する方法が、最も R 互恵創発に頑強で

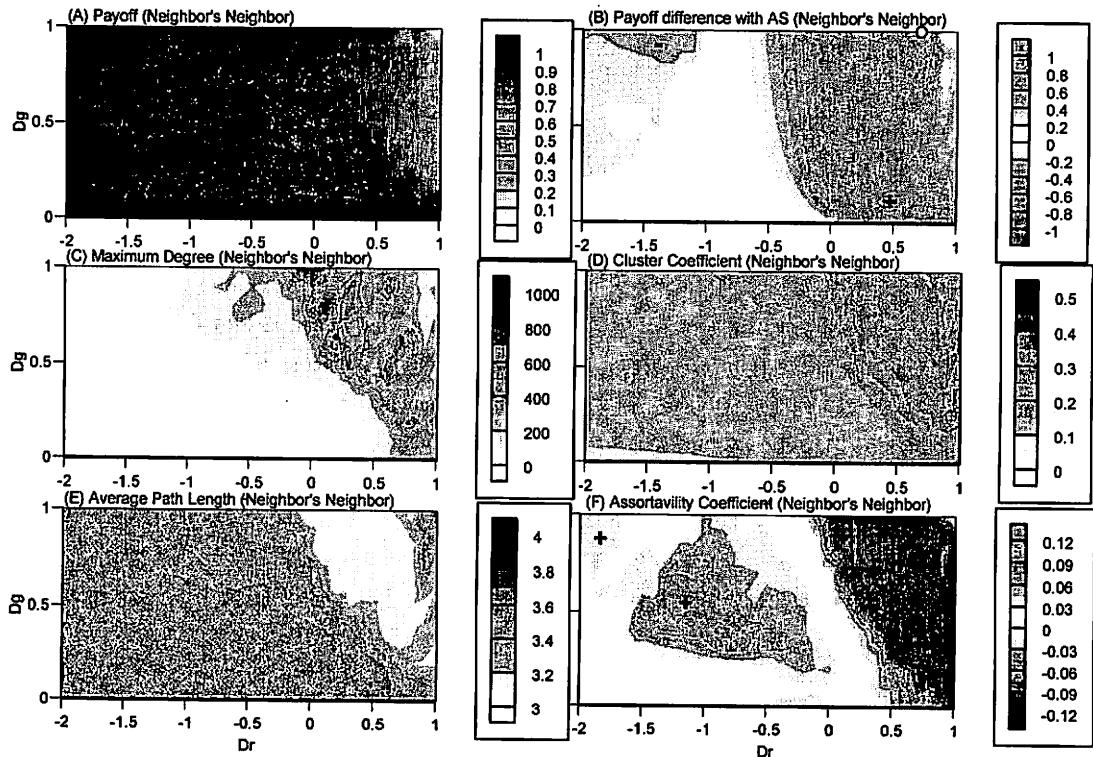


Fig. 4 Results of numerical experiments obtained within limits  $-2 \leq D_r \leq 1$  and  $0 \leq D_g \leq 1$  in case of neighbor's neighbor connection.  $N = 3000$ ,  $\langle k \rangle = 12$ , and  $p_t = 0.05$ . Open circle in (B) indicates conditions of  $D_r = 0.7$ ,  $D_g = 1.0$ , for which degree distributions are shown in Fig. 5.

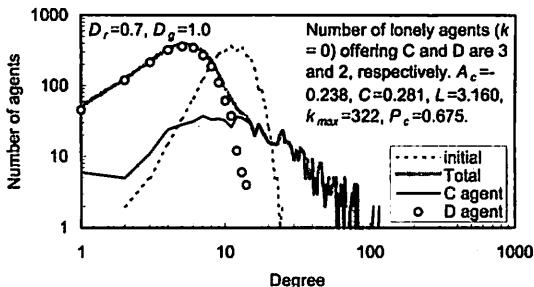


Fig. 5 Degree distribution in case of *neighbor's neighbor* connection for  $D_r = 0.7$ ,  $D_g = 1.0$  (see Fig. 4 (B)). Dotted line indicates initial distribution of all agents. Thick gray line, thin black line, and open-circle plot indicate distributions of all agents, C-agents, and D-agents in equilibrium, respectively. Distribution is for only one of the ten trials. Three C-agents and two D-agents are lonely ( $k = 0$ ). Values of assortative coefficient ( $A_c$ ), cluster coefficient ( $C$ ), average path length ( $L$ ), maximum degree ( $k_{max}$ ), and cooperation fraction ( $P_c$ ) at equilibrium are also listed.

あった。

- (2) 共進化のメカニズムは *ST* 互恵には無効である。
- (3) *R* 互恵を創発させジレンマを解消するばかり、進化したネットワークは、Assortative 係数が負値、相対的にはクラスター係数が大きく平均パス長が小さい、ヘテロ性が大きいとの性質を有する。

#### 注記

\*1 人間の社会システムでは富める者ほど自らの周辺状況をアクティブに改善することが出来る場合が多く、このことが正の Assortative mixing を生じさせている可能性が有り得ると考えた。論文共著者ネットワークを考えた場合、多くの共著者リストを有する者ほど、不適切な共著候補者を伐り捨て、代わって適切な共著者を模索する可能性が高い、とは十分に有り得る仮定であろう。しかし、本文にも述べた通り、本ゲームの枠組みにこのような制約を課しても人間社会ネットワークに観察されるような正の Assortative 係数に進化しながら強いジレンマを克服して協調を創発させるような現象はみられなかった。

#### 参考文献

- 1) Nowak, M. A.; Five rules for the evolution of cooperation, *Science* 314, 1560–1563, (2006).
- 2) HamiltonW.D.; The genetical evolution of social behaviour. I, *Journal of Theoretical Biology* 7, 1-16, (1964).

3) Masuda, N.; Participation costs dismiss the advantage of heterogeneous networks in evolution of cooperation, *Proceedings of the Royal Society B* 274, 1815–1821, (2007).

4) 例えば、Santos, F., Rodrigues, J. Pacheco, J.; Graph topology plays a determinant role in the evolution of cooperation, *Proceedings of the Royal Society B* 273, 51–55, (2006).

5) Zimmermann, M. G., Eguiluz, V. M.; Cooperation, social networks, and the emergence of leadership in a prisoner's dilemma with adaptive local interactions, *Physical Review E* 72, #056118, (2005).

6) Tanimoto, J.; Dilemma-solving effects by the coevolution of both networks and strategy in a  $2 \times 2$  game, *Physical Review E* 76, #021126, (2007).

7) Tanimoto, J., Sagara, H.; A study on emergence of Coordinated Alternating Reciprocity in a  $2 \times 2$  game with 2-memory length strategy, *BioSystems* 90 (3), 728–737, (2007).

8) Tanimoto, J., Sagara, H.; Relationship between dilemma occurrence and the existence of a weakly dominant strategy in a two-player symmetric game, *BioSystems* 90 (1), 105–114, (2007).

9) Albert, R., Barabasi, A.-L.; Statistical mechanics of complex networks, *Review of Modern Physics* 74, 47–97, (2002).

10) Newman, M. E. J.; Assortative mixing in networks, *Physical Review Letters* 89 (20), #208701, (2002).

11) Tanimoto, J.; Emergence of Cooperation Supported by Communication in a One-Shot  $2 \times 2$  Game, 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 1374–1381, (2007).