自動メカニズムデザインによる架空名義入札に頑健な組合せオークションメカニズムの構築

大森　由総[†a)]　斎藤　恭昌[†]　岩崎　敦[†]　櫻井　祐子[†]
横尾　真[†]

Automated Mechanism Design for False-name-proof Combinatorial Auctions

Yoshifusa OMORI[†a)], Yasumasa SAITO[†], Atsushi IWASAKI[†], Yuko SAKURAI[†], and Makoto YOKOO[†]

Abstract. 本論文では，自動メカニズムデザインを用いて架空名義入札に頑健なオークションメカニズムを構築する新しい手法を提案する．インターネットオークションのような匿名性の高い環境では，架空名義入札と呼ばれる新しい不正行為の危険性が指摘されており，架空名義入札の影響を受けないオークションメカニズムがいくつか提案されているが，まだ決定版といわれるメカニズムは提案されていない．本論文では，最適化手法を用いて社会的に望ましい性質を満たすようメカニズムを自動設計する手法である自動メカニズムデザインを用いることで，新しい架空名義入札に頑健なオークションメカニズムを構築する．また，提案手法が構築したメカニズムと既存のオークションメカニズムを比較する．

Keywords. メカニズムデザイン，オークション，架空名義入札，自動メカニズムデザイン

1. 序　　論

インターネットオークションは電子商取引の重要な一分野であり，人工知能やエージェント技術の有効な適用領域であると考えられる．インターネットの利用により低コストで大規模なオークションが実行可能となった反面，不特定多数の人々が参加可能であることから，オークション方式（メカニズム）の設計にあたっては様々な不正行為に関する頑健性，オークション結果に関する何らかの理論的な裏付け等が重要となる．様々なオークションメカニズムに関して，これらの性質を解明しようとする研究は経済学の一分野となっており，特にメカニズムデザイン（制度設計）と呼ばれる．

メカニズムデザインとは複数の人間（エージェント）がなんらかの社会的決定をする場合に，社会的に望ましい結果をもたらすような相互作用のルールを設計することである．各エージェントは利己的であり，ルールを守ることは期待できないため，ルールを守ることが各エージェントの利益となり，その結果，社会的に望ましい結果が得られるように，ルールを設計することが要求される．メカニズムデザインはミクロ経済学／ゲーム理論の一分野として研究が行われており，近年，人工知能／エージェントの分野でも活発な研究が行われている．

メカニズムデザインに関連した研究の一つに，自動メカニズムデザイン (automated mechanism design, AMD) がある [1], [2]．自動メカニズムデザインとは，最適化手法を用いて，望ましい性質を満たすようにメカニズムを自動設計する手法である．自動メカニズムデザインでは，目的および設定に応じて最適なメカニズムを構築することが可能であり，従来のメカニズムより優れたメカニズム（社会的余剰の増加など）を設計できる．また，この手法を用いることで，メカニズム設計の労力を，従来の人間から機械へと移すことができる．

一方で，インターネットオークションに関連する研究の一つに組合せオークションがある [3]．従来のオークションでは一度に一つの財が販売されるが，組合せオークションでは価値に依存性（補完性や代替性）の

[†] 九州大学大学院システム情報科学学府，〒 812-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地
Graduate School of ISEE, Kyushu University
a) E-mail: omori@agent.is.kyushu-u.ac.jp

ある複数種類の財が同時に販売され，入札者は財の組合せ（バンドル）に対して入札する．入札者の補完的・代替的な選好を考慮することで，入札者の効用や主催者の利益を増加できる．インターネットは組合せオークションを行う上で非常に優れた環境を提供しているが，その匿名性により架空名義入札と呼ばれる新しい不正行為の可能性が指摘されている [4].

架空名義入札とは，ある入札者が複数の架空名義を使ってオークションに参加し，自分の利益を大きくしようとする不正行為である．インターネット環境において，参加者を識別することはほとんど不可能なため，架空名義入札を防ぐことは困難である．さらに従来の不正行為である共謀と比べて，架空名義入札は 1 人で行うことが可能なために実行が容易である．

既存の研究によって，組合せオークションに関して以下のことが知られている．

- 架空名義入札が可能でない場合において，個人合理性，パレート効率性，戦略的操作不可能性を満足する Vickrey-Clarke-Groves (VCG) メカニズム [5] は，架空名義入札に対して頑健でない [4].
- 架空名義入札が可能な場合には，個人合理性，パレート効率性，戦略的操作不可能性を同時に満足する組合せオークションメカニズムは存在しない [4].

このように，架空名義入札を許した組合せオークションにおいて，個人合理性，パレート効率性，戦略的操作不可能性を同時に満たすことはできないため，パレート効率性は必ずしも実現されないができるだけ効率的な割当てを実現しつつ，戦略的操作不可能性と個人合理性を満足するオークションメカニズムの研究が行われている [6].

架空名義入札に頑健なメカニズムは既にいくつか提案されているが，決定版と呼ばれるメカニズムは未だ存在しない．そこで，本論文では架空名義入札に頑健な組合せオークションメカニズムを新しく構築するための自動メカニズムデザインを実装する．これまで，自動メカニズムデザインを組合せオークションメカニズムの構築のために実装した研究はほとんど存在しないため，自然な組合せオークションを実現するための新たな制約条件や架空名義操作不可能性のための制約条件を定式化し，実装する．

本論文の構成を以下に示す．まず，自動メカニズムデザインおよび組合せオークションの実装について述べる（第 2 章）．次に，既存の組合せオークションメカニズムを概説する（第 3 章）．そして，実際に提案手法を用いて構築したメカニズムと既存メカニズムとを比較し（第 4 章），最後に結論を述べる（第 5 章）．

2. 組合せオークションに対する自動メカニズムデザイン

本章では，組合せオークションに対するメカニズムデザインを最適化問題としてモデル化し，メカニズムが満たすべき性質を制約条件として導入する．

2.1 モデル

n 人の入札者が m 種類の財を競り合う組合せオークションを考える．ここで，入札者 (名義) の集合を $N = \{1, 2, \ldots, n\}$，財の集合を $M = \{1, 2, \ldots, m\}$ とする．入札者 i は財の組合せ (バンドル) B $(\subseteq M)$ に対して評価値を持つ．この評価値は入札者が個人的に観察できるタイプと呼ばれるパラメータから決定される．入札者のとりうるタイプの集合を Θ とし，γ を Θ の要素に対する生起確率とする．入札者 i が任意のタイプ $\theta_i \in \Theta$ を持つ場合，バンドル B $(\subseteq M)$ に対する評価値は $v_i(\theta_i, B)$ と表す．また，オークションの結果，起こりうる財の割当ての集合を O とする．

さらに, メカニズムの設計者は目的関数を持ち，値の最大化を目指す．目的関数には，社会的余剰やオークション主催者の収入などを設定する．具体的には，目的関数は $g(o) + \sum_i \pi_i$ と表す．$g : O \to \mathfrak{R}$ はオークション結果に対する，メカニズムの設計者の選好を表す．また，π_i は入札者 i の支払額を表す．もし，どのような結果に対しても $g(o) = 0$ とした場合，構築されたメカニズムにおいて，オークション主催者の収入が最大化される．一方で，$g(o) = \sum_i (v_i - \pi_i)$ とした場合，社会的余剰，すなわちオークション主催者と入札者の効用の合計が最大化される．

以上の定義に加え，2.2 節で述べる制約式を用いて，メカニズムデザインを最適化問題としてモデル化する．メカニズムは最適化問題の解として構築され，割当て決定関数 $o : \Theta^n \to O$ および支払額決定関数 $\pi : \Theta^n \to \mathfrak{R}^n$ で構成される．具体的には，各入札者 $i \in N$ は自分のタイプを申告する（真のタイプを申告するとは限らない）．申告したタイプ $(\theta_1, \ldots, \theta_n) \in \Theta^n$ に対して，割当て決定関数を $o(\theta_1, \ldots, \theta_n) = (B_1, \ldots, B_n)$ と定義する．入札者 i に対する割当ては $o_i(\theta_1, \ldots, \theta_n) = B_i$ とする．一方で，支払額決定関数は $\pi(\theta_1, \ldots, \theta_n) = (\pi_1, \ldots, \pi_n)$ と定義する．入札者 i の支払額を $\pi_i(\theta_1, \ldots, \theta_n) \to \mathfrak{R}$ とする．

2.2 制約式

本節では，組合せオークションのための自動メカニズムデザインにおいて，メカニズムに課す制約条件を導入する．ここで，個人合理性および戦略的操作不可能性に関しては，すでに定義されている [2]．本論文では，新たな制約条件として，架空名義操作不可能性を導入することで，架空名義入札の影響を受けないメカニズムを設計する．加えて，自然な組合せオークションを実現するための制約条件として，準匿名性と入札額と財の対称性を導入する．これは，実際に組合せオークションメカニズムを構築する場合，上記の条件だけでは，各入札に対して不自然な支払額を課してしまう恐れがあるためである．

個人合理性 (individual rationality): オークションに参加することで得る効用が，オークションに参加しなかったときの効用より大きくなることを意味する．もし，これが保証されなければ入札者は損をする可能性が生じる．ここで，n 人の入札者が $(\theta_1, \ldots, \theta_n) \in \Theta^n$ を入札した場合を考える．メカニズムが個人合理性を満たすのは，任意の入札者 i および，任意の入札されたタイプのベクトル $(\theta_1, \ldots, \theta_n)$ に関して，

$$v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \ldots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \ldots, \theta_n) \geqq 0 \tag{1}$$

を満たす場合である．

戦略的操作不可能性 (strategy-proofness): 入札者が自分のタイプを偽ったときの効用が，真のタイプを申告したときの効用より常に小さくなければならないことを意味する．すなわち，正直に自身のタイプを入札することが支配戦略になることを意味する．ここで，n 人の入札者が $(\theta_1, \ldots, \theta_i, \ldots, \theta_n) \in \Theta^n$ を入札する場合を考える．$\theta_i \in \Theta$ を入札者 i の真のタイプ，$\hat{\theta}_i \in \Theta$ を i が実際に申告するタイプとする．ここで，メカニズムが戦略的操作不可能性を満たすのは，任意の入札者 i，真のタイプ $(\theta_1, \ldots, \theta_i, \ldots, \theta_n)$，および任意の入札されたタイプ $(\theta_1, \ldots, \hat{\theta}_i, \ldots, \theta_n)$ に関して，

$$\begin{aligned} &v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \ldots, \theta_i, \ldots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \ldots, \theta_i, \ldots, \theta_n) \\ &\geqq v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \ldots, \hat{\theta}_i, \ldots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \ldots, \hat{\theta}_i, \ldots, \theta_n) \end{aligned} \tag{2}$$

を満たす場合である．

架空名義操作不可能性 (false-name-proofness): 1 人の入札者が，2 つの架空名義を用いて入札したときの効用が，その入札者がただ 1 つの真の名義を用いて入札したときの効用より常に小さくなければならないことを意味する．ここで，n 人の入札者が $(\theta_1, \ldots, \theta_i, \ldots, \theta_n) \in \Theta^n$ を入札する場合を考える．タイプ θ_i をもつ入札者 i が 2 つの名義 i', i'' を利用してそれぞれ $\theta_{i'}, \theta_{i''}$ を入札する場合を考える．このとき，メカニズムが架空名義操作不可能性を満たすのは，任意の入札者 i および，任意の真のタイプ $(\theta_1, \ldots, \theta_i, \theta_0, \ldots, \theta_n)$，任意の入札されたタイプ $(\theta_1, \ldots, \theta_{i'}, \theta_{i''}, \ldots, \theta_n)$ に関して，

$$\begin{aligned} &v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \ldots, \theta_i, \theta_0, \ldots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \ldots, \theta_i, \theta_0, \ldots, \theta_n) \\ &\geqq v_i(\theta_i, o_{i'}(\theta_1, \ldots, \theta_{i'}, \theta_{i''}, \ldots, \theta_n) \cup o_{i''}(\theta_1, \ldots, \theta_{i'}, \theta_{i''}, \ldots, \theta_n)) \\ &-\pi_{i'}(\theta_1, \ldots, \theta_{i'}, \theta_{i''}, \ldots, \theta_n) - \pi_{i''}(\theta_1, \ldots, \theta_{i'}, \theta_{i''}, \ldots, \theta_n) \end{aligned} \tag{3}$$

を満たす場合である．ただし，θ_0 とは，すべての割当てに対して評価値が 0 となるタイプを表し，入札者が実質上は存在しないことを意味する．すなわち，架空名義を用いた入札 $\theta_{i'}, \theta_{i''}$ と真の名義を用いた入札 θ_i, θ_o を対応させている．これは，メカニズムデザインの問題を最適化問題に帰着する上で，申告されるタイプの数を等しくする必要があるためである．なお，入札者が 3 つ以上の架空名義を利用する場合も，この制約式を繰り返し適用することで，架空名義操作不可能性を保証できる．

準匿名性 (almost anonymous): 準匿名性とは，2 人の入札者が同じタイプを申告した際，その 2 人の効用は等しくなければならないことを意味する．これは，オークションにおいて，同じ入札をしている者に異なる結果（割当てと支払額）を与えるのを防ぐための条件である．メカニズムが準匿名性を満たすのは，任意の入札者 i,j がそれぞれ等しいタイプ θ_i, θ_j $(\theta_i = \theta_j)$ を入札するとき，

$$\begin{aligned} &v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \ldots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \ldots, \theta_n) \\ &= v_j(\theta_j, o_j(\theta_1, \ldots, \theta_n)) - \pi_j(\theta_1, \ldots, \theta_n) \end{aligned} \tag{4}$$

を満たす場合である．ただし，θ_{-i} は i 以外の入札者のタイプのベクトルを表す．例えば，3 人 1 財のオークションにおいて，入札者が財に対してそれぞれ 2, 3, 3 を入札したとき，3 を入札した者のうち，どちらかが財を獲得するとする．この際，3 を入札した者の効用を等しくするため，支払額は 3 とし，3 を入札した者の効用をともに 0 にしなければならない．

入札と財の対称性：入札と財の対称性とは，異なる 2 つの財 A, B に対して，同じ評価値を持つタイプ θ_i, θ_j が生じる確率が等しい場合，支払額を等しくすること

を意味する．より詳細には，$v_i(\theta_i,\{A\}) = v_j(\theta_j,\{B\})$ となるタイプ θ_i, θ_j の生起確率が等しい場合に，以下の制約を与える：(注1)

$$v_i(\theta_i,\{A\}) - \pi_i(\theta_1,\ldots,\theta_n) = v_j(\theta_j,\{B\}) - \pi_j(\theta_1,\ldots,\theta_n). \tag{5}$$

2.3 最適化問題

本論文では，モデル化した最適化問題を混合整数計画法で解くことで，式 1-5 の制約式を満足する割当て決定関数および支払額決定関数を求める．n 人の入札者が m 種類の財を競り合う組合せオークションに対して，n 人の入札者に等確率でタイプが与えられる場合の目的関数の期待を最大化する：

$$\begin{aligned}&\textit{Maximize} \sum_{(\theta_1,\ldots,\theta_n)} \gamma^n\{g(o(\theta_1,\ldots,\theta_n)) + \sum_i \pi_i(\theta_1,\ldots,\theta_n)\},\\ &\textit{subject to}\ \text{Eqs. } 1-5.\end{aligned}$$

この問題の実装には，混合整数計画問題を効率的に解くため，市販の最適化エンジンである ILOG CPLEX 10.1 を利用した．第 4 章では様々なタイプに対して求めた割当て決定関数および支払額決定関数について議論する．

3. 既存の組合せオークションメカニズム

本章では，4 つの既存の組合せオークションメカニズムを概説する．これらのメカニズムはすべて戦略的操作不可能性を満足するため，以降では入札者 i は常に真のタイプを申告すると仮定する．また，メカニズムの記述を簡単にするため，V^* を導入する．任意の入札者の集合 $S \subseteqq N$ とバンドル B および S に属する入札者のタイプ θ_S に関して，バンドル B を S 中の入札者に最適に割り当てた場合の効用の総和を $V^*(B,\Theta_S)$ とする．より正確には，任意の入札者 $i \neq i'$ について

$$o = \{(B_1, B_2, \ldots) \mid \bigcup_{i\in S} B_i \subseteqq B, B_i \cap B_{i'} = \emptyset\} \tag{6}$$

を可能な財の割当てとして，$V^*(\theta_S, B)$ を $\max_o \sum_{i\in S} v(\theta_i, B_i)$ で定義する．

3.1 VCG メカニズム

VCG は代表的な組合せオークションメカニズムの一つであり，架空名義入札が不可能な状況なら個人合理性，パレート効率性，戦略的操作不可能性の 3 つを同時に満足するメカニズムである．VCG は社会的余剰が最大化するような割当てを以下のように選択する：

$$o = \arg\max_o \sum_{i\in N} v_i(\theta_i, B_i).$$

また，入札者 $i \in N$ に対するバンドル $B \in M$ の支払額を以下で決定する：

$$\pi_i(\theta_1,\ldots,\theta_n) = V^*(\theta_{N\setminus\{i\}}, M) - V^*(\theta_{N\setminus\{i\}}, M \setminus B).$$

3.2 最小バンドルメカニズム [6]

最小バンドル (minimal bundle, MB) メカニズムは架空名義入札に頑健なメカニズムの 1 つである．MB は個人合理性，戦略的操作不可能性，架空名義操作不可能性を同時に満たす．MB はまず最小バンドルを定義する．

［定義 1］ 最小バンドル (minimal bundle)

あるバンドル B が入札者 i の最小バンドルになる条件は，すべてのバンドル $B' \subset B$ かつ $B' \neq B$ に対して $v(B',\theta_i) < v(B,\theta_i)$ が成立するときである．

MB はある財（バンドル）を含む最小バンドルの中で，最も高い申告額を提示した入札者に割り当てられるように o を決定する．さらに，入札者 i があるバンドル B を獲得したときの支払額を

$$\pi_i(\theta_1,\ldots,\theta_n) = \max_{B' \subseteqq M, j\neq i} v(B',\theta_j)$$

とする．ただし，$B \cap B' \neq \emptyset$ および B' を入札者 j の最小バンドルとする．

3.3 劣モジュラ関数近似を用いた Groves メカニズム [7]

劣モジュラ関数近似を用いた Groves メカニズム (Groves Mechanism with SubModular Approximation, GM-SMA) も架空名義入札に頑健なメカニズムの 1 つである．性質としては，MB と同様，個人合理性，戦略的操作不可能性，架空名義操作不可能性を同時に満たす．また，GM-SMA は入札者が申告したタイプ，すなわち財やバンドルに対する評価値を劣モジュラ関数近似して，支払額の決定に利用する．

劣モジュラ関数近似とは V^* の近似関数 $U^*(\theta_S, B')$ であり，以下で定義する．割当て o を式 6 で与えるとき，$U^*(\theta_S, B)$ を $\max_o \sum_{i\in S} v'_i(\theta_i, B_i)$ で定義する．ここで，v'_i はすべての i, B に対して $v'_i(B,\theta_i) \geqq v(B,\theta_i)$ を満足し，v'_i を U^* が劣モジュラとなるように選択する．すなわち，v'_i はすべての $S \subseteqq N, B', B'' \in M$ に対して以

(注1)：本来，この制約条件は異なる m 種類の財に対して，定義すべきであるが，本論文では二種類の財に関するオークションに限定しているため，簡単のため，異なる二種類の財に対して，この制約条件を定義している．

下の条件を満足する：

$$U^*(B',\theta_S)+U^*(B'',\theta_S)$$
$$\geq U^*(B'\cup B'',\theta_S)+U^*(B'\cap B'',\theta_S).$$

GM-SMA はすべてのバンドル B を獲得できる入札者 i への支払額を U^* を用いて決定する：

$$\pi_i(\theta_1,\ldots,\theta_n)=\begin{cases}0 & \text{if } B=\emptyset,\\ U^*(\theta_{N\setminus\{i\}},M)-V^*(\theta_{N\setminus\{i\}},M\setminus B) & \text{otherwise.}\end{cases}$$

GM-SMA が定義する支払額は $B=\emptyset$ の場合を除くと，VCG のそれと非常によく似ている．しかし，入札者の評価値の近似である U^* は第一項にのみ適用され，第二項は V^* のままとなる．このため，支払額はが入札者の評価値を越える場合が生じる．そこで，GM-SMA が決定する割当ては，VCG と同じように社会的余剰が最大化するような割当てを選択した後，個人合理性が満たされるように支払額が入札者の効用が負にする場合，その入札者に何も与えないように調整する．

3.4 レベル付き分割セットメカニズム [8]

レベル付き分割セット (leveled division set, LDS) メカニズムも架空名義入札に頑健なメカニズムの 1 つである．性質としては，MB および GM-SMA と同様，個人合理性，戦略的操作不可能性，架空名義操作不可能性を同時に満たす．

LDS メカニズムでは，主催者は留保価格と，ある財の集合としてレベル付き分割セット [8] (leveled division set) を事前に設定する．ここで，留保価格とは財もしくはバンドルに対する価格が留保価格より小さい場合，主催者は財を販売しないという価格であり，主催者は個々の財 $x\in M$ に対して留保価格 r_x を設定する．したがって，バンドル B に対する留保価格は B に含まれるすべての財の留保価格の総和である $r_B=\sum_{x\in B}r_x$ と定義する．

一方でレベル付き分割セットの 3 財 (a, b, c) に対する例を表 1 に示す．レベル付き分割セットには $1,2,\ldots,max\_level$ の各レベルがある．レベル 1 を最上位のレベル，レベル max_level を最下位のレベルとすると，各レベルに分割セットが存在する．例えば，level 2 の分割セットは $\{\{(a,b)\},\{(a,c)\},\{(b,c)\}\}$ となる．また，各分割セットは複数のバンドルの集合である分割から構成される．例えば，level 2 の分割の 1 つは $\{(a,b)\}$ となる．さらに，レベル 1 の分割セットはすべての財を含む一つの分割より構成される．また，あるレベルの分割に含まれる複数のバンドルは，下位のレベルの分割を含む．例えば，表 1 の level 3 の分割 $\{(a),(b),(c)\}$ に含まれる各バンドルの集合は $\{(a,b)\}$, $\{(a,b,c)\}$ などの上位レベルの分割に出現する．

表 1　レベル付き分割セットの例

level 1	$\{(a,b,c)\}$
level 2	$\{\{(a,b)\},\{(a,c)\},\{(b,c)\}\}$
level 3	$\{(a),(b),(c)\}$

LDS は以上で述べた留保価格とレベル付き分割セットから割当ておよび支払額を決定する．LDS はまず，最上位であるレベル 1 の分割，すなわちすべての財を含むバンドルを販売することを考える．このとき，以下の 3 通りの場合が考えられる．(1) すべての財の留保価格の和 r_M 以上の入札額の入札者が存在しない場合，レベル 2 へ進む．(2) r_M 以上の入札額の入札者が複数存在する場合は VCG により支払額を決定し，LDS は終了する．(3) r_M 以上の入札額の入札者が一人の場合は支払額は留保価格となる．しかしながら，ここでこの入札者は，レベル 1 でのバンドルを得たときと，レベル 2 以降でのバンドルを得たときについて効用を比較し，最大化するバンドルを選択することができる．このとき，他の入札者に財を割り当てることはない．また，(1) の場合，レベル 2 のバンドルについて，留保価格をそのバンドルに含まれるすべての財の留保価格の和として，上記の手順と同様のことを行い，最終的には最下位レベルまで再帰的に行う．

上記のように LDS は支払額決定の一部で VCG を用いる．しかし，上位レベルの財から優先的に落札されるため，入札者は架空名義を使って利得を増加することができない．

4. 社会的余剰最大化によるメカニズム構築

本章では，自動メカニズムデザインにより，メカニズム設計者の選好を，社会的余剰最大化を目的 $(g(o)=\sum_i(v_i-\pi_i))$ としてメカニズムを構築し，既存のメカニズムと比較する．

4.1 実験設定および出力結果

ここで，3 人 $(N=\{1,2,3\})$ 2 財 $(M=\{\mathrm{A},\mathrm{B}\})$ の組合せオークションを考える．ある入札者 i に与えられるタイプ $\theta_i\in\Theta$ を，バンドル {A}, {B} および {AB} に対する評価値で表す．例えば，タイプ $(4,0,4)$ は，それぞれ ({A}, {B}, {AB}) に対する評価値を表す．

本章では，入札者のタイプを単一バンドル指向 (single-minded) に限定する．単一バンドル指向とは入札者のタイプが，複数のバンドルのうち，ただ 1 つ

のバンドルのみを獲得しようとすることである．すなわち，あるバンドル B' を含む任意のバンドル B に対して，$v_i(\theta_i, B) = v_i(\theta_i, B')$ となり，B' を含まない任意のバンドルに対して，$v_i(\theta_i, B) = 0$ となるようなタイプを表す．以上を踏まえ，入札者に与えられうるタイプの全体集合 Θ を以下で定義する：

$$\begin{aligned}\Theta = \quad & \{(0,0,0),(4,0,4),(0,4,4),(5,0,5),\\ & (0,5,5),(0,0,7.5),(0,0,8),\\ & (0,0,8.5),(0,0,9),(0,0,10)\}.\end{aligned}$$

ここで，財 A あるいは財 B のみを求めるタイプには 2 段階，すなわち，低い評価値 (4) もしくは高い評価値 (5) を設定する．また，財 A および B の組合せのみを求めるタイプを 5 段階で設定する．すなわち，低い評価値の 2 倍 (8) より若干小さい値から，低い評価値と高い評価知の合計 (9) を通して，高い評価値の 2 倍 (10) を設定する．これらのタイプは財 A および B の組合せに対して補完性をもつという．つまり，ある入札者の財に関する評価値の間に依存関係が存在することをいう．すなわち，財 A もしくは B を単独で獲得するよりもまとめて獲得した方が評価値が高くなることを意味する．

このように，現実の入札者がもつタイプと比べて，AMD に与えられるタイプの全体集合は限られてしまう．しかし，あとに述べるように本設定はメカニズムの特徴を取り出すには十分な大きさといえる．実際，1 財を求めるタイプの評価値を 3 段階とした場合も，本質的に変わらないメカニズムが得られた．

この Θ に対して，架空名義操作不可能性の制約式を除いた場合，出力されるメカニズムは割当に関しては VCG と等価になる．一方で，架空名義操作不可能性の制約式を追加した場合，出力されるメカニズム (AMD) および既存メカニズム (VCG, MB, GM-SMA, LDS) による割当てと支払額（の一部）を表 2 に示す．また，AMD と LDS に関して表 3 に示す．ここで，出力したメカニズムを表す部分のみを示しているのは，メカニズム全てを表記するには 13^3 通りのタイプを表記する必要があるためである．

同様の理由から出力したメカニズムが与えるルールを一般化した形で示すことは非常に困難である．次節以降に示す記述をわかりやすくするため，出力されたメカニズムが割当てと支払額を決定するためのおおよそのルールを述べる：

1) 架空名義操作が問題にならないタイプの組合せの場合，パレート効率的な割当てになる．2) 架空名義操作が問題になる組合せの場合，2a) もし架空名義不可能性と割当てのパレート効率性を両立できるなら，財を個々に販売する際の支払額を増加するよう支払額のみを調整し，架空名義操作の誘因を除去する，2b) もし両立できないなら，財を組み合わせて販売することを優先しつつ，割当ておよび支払額の両方を調整することで，架空名義操作の誘因を除去する．

次節以降で，AMD と既存メカニズムをさらに詳しく比較する．

4.2 留保価格が不要な既存メカニズムとの比較

本節では，AMD と留保価格が不要な既存メカニズム (VCG, MB, GM-SMA) を比較する．構築したメカニズム (AMD) の架空名義操作不可能性を説明するために，2 人の入札者が $(0,0,8.5), (0,0,10)$ を入札する場合を考える．この場合，メカニズムへの入力は $(0,0,0)$, $(0,0,8.5), (0,0,10)$ となり，表 2 に示すように，VCG による割当ては $(\emptyset,\emptyset,AB)$ となり，入札者 3 が AB を獲得し，支払額は 8.5 となる．次に入札者 3 が $(0,0,10)$ の入札を 2 つの名義にわけて，$(5,0,5), (0,5,5)$ を入札する場合を考える．このとき，メカニズムへの入力は $(5,0,5), (0,5,5), (0,0,8.5)$ となり，VCG の割当ては $(A,B,\emptyset)$ となり，入札者 1 に A を，入札者 2 に B を割り当て，その支払額は 3.5 ずつとなる．したがって，支払額の合計は 7 となり，真の名義を用いた場合の支払額 8.5 よりも低くできる．

AMD では，入力 $(0,0,0), (0,0,8.5), (0,0,10)$ に対する割当ては $(\emptyset,\emptyset,AB)$，支払額は $(0,0,8.5)$ となり，VCG と等しくなる．一方で，入力 $(5,0,5), (0,5,5), (0,0,8.5)$ に対する割当ては $(A,B,\emptyset)$ になり，これも VCG と等しいが，その支払額は $(4.25,4.25,0)$ となるため，支払額の合計は，8.5 となる．

このように，AMD が構築したメカニズムでは，単一の財への複数の入札に架空名義操作の可能性があるとき，その支払額を増加させることで，架空名義操作の誘因を取り除く．また，この場合 GM-SMA と同様の割当てと支払額を選択している．

次に，AMD が決定する割当てと支払額が，GM-SMA より高い社会的余剰を実現する例を示す．ここで，3 人の入札者が $(4,0,4), (0,5,5), (0,0,8.5)$ を入札する場合を考える．このとき，GM-SMA は $(0,5,5)$ を申告した入札者に財 B のみを割り当て，支払額を 4.5 とする．これは GM-SMA が架空名義操作不可能性と個人合理性を同時に満足させるために，あえて財 A を割り当て

表 2　構築したメカニズム (AMD) と既存メカニズム (VCG, MB, GM-SMA) が決定する割当てと支払額の一部：タイプの組合せを $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ に対して，割当ては左から順に入札者 1, 2, 3 への割当てを表し，A, B, AB, ∅ のいずれかをとる．同様に，支払額も左から順に入札者 1, 2, 3 の支払額を表す．なお，LDS の留保価格 (r_A, r_B, r_{AB}) は (3.5, 3.5, 7.0) とする．また，結果の太字は AMD と同じ割当ておよび支払額となっていることを示す．

入札者のタイプ	入札者 1, 2, 3	(0,0,0),(0,0,8.5),(0,0,10)	(5,0,5),(0,5,5),(0,0,8.5)	(4,0,4),(0,5,5),(0,0,8)	(4,0,4),(0,5,5),(0,0,8.5)
AMD	割当て　支払額	(∅,∅,AB)　(0,0,8.5)	(A,B,∅)　(4.25,4.25,0)	(A,B,∅)　(4,4,0)	(∅,∅,AB)　(0,0,8)
VCG	割当て　支払額	**(∅,∅,AB)　(0,0,8.5)**	(A,B,∅)　(3.5,3.5,0)	(A,B,∅)　(3,4,0)	(A,B,∅)　(3.5,4.5,0)
MB	割当て　支払額	**(∅,∅,AB)　(0,0,8.5)**	(∅,∅,AB)　(0,0,5)	(∅,∅,AB)　(0,0,5)	(∅,∅,AB)　(0,0,5)
GM-SMA	割当て　支払額	**(∅,∅,AB)　(0,0,8.5)**	**(A,B,∅)　(4.25,4.25,0)**	**(A,B,∅)　(4,4,0)**	(∅,B,∅)　(0,4.5,0)
LDS	割当て　支払額	**(∅,∅,AB)　(0,0,8.5)**	(∅,∅,AB)　(0,0,7)	(∅,∅,AB)　(0,0,7)	(∅,∅,AB)　(0,0,7)

ないよう支払額を決定しているためである．

一方で，AMD では (0, 0, 8.5) を入札した者に AB をまとめて割り当て，その支払額を 8 としている．この結果は GM-SMA だけでなく，VCG とも異なり，パレート効率的な割当てである (A,B,∅) ではなく，(∅,∅,AB) を選択している．これは，もし (A,B,∅) で割り当ててしまうと，(4, 0, 4) と (0, 5, 5) が架空名義による入札であった場合，どのように支払額を調整しても，架空名義操作不可能性を満たせないためである．

このように AMD では，GM-SMA と同様，パレート効率的な割当てを犠牲にして，架空名義を利用する誘因が生じないようにしている．しかしこの場合，GM-SMA が財 B のみを割り当てて社会的余剰が 5 であるのに対し，AMD では割当て (∅,∅,AB) を選ぶことで社会的余剰は 8.5 となり，GM-SMA より社会的余剰の高い割当てを実現している．

ここでの (∅,∅,AB) という割当ては，MB と同様の割当てとなっている．しかし，AMD での支払額は MB での 5 より高い 8 となっている．これは，AMD のメカニズムが戦略的操作不可能性を満足させるためである．具体的には，AMD では (4, 0, 4), (0, 5, 5), (0, 0, 8) という入札に対して，(0, 0, 8) の入札者が財を獲得できないような割当て (A,B,∅) としている．このため，この入札者が嘘の申告 (0, 0, 8.5) をしても，利得が増加しないよう支払額を調整している．一方，MB では (4, 0, 4), (0, 5, 5), (0, 0, 8) の入札に対しても，(4, 0, 4), (0, 5, 5), (0, 0, 8.5) の入札のときと同じ割当ておよび支払額としているため，低い支払額を可能としている．ここの結果は次節で述べる LDS と共通している．

以上のように，AMD は入札の組合せに応じて既存のメカニズムを適切に使い分けるようなメカニズムを構築し，より高い社会的余剰を実現している．

4.3　留保価格付きメカニズムとの比較

本節では AMD が構築したメカニズムと留保価格付きメカニズム LDS を比較する．ここで，各入札者のタイプが Θ より等確率に与えられるもとで（社会的余剰が最大となるように）LDS の留保価格を設定する．この場合の最適な留保価格はそれぞれ，$r_A = 3.5$, $r_B = 3.5$, $r_{AB} = 7$ となる．留保価格 r_{AB} 以上の入札があるとき，LDS は財 AB の組合せへの入札に対して優先的に財を割り当て，架空名義操作の誘因を除去する．しかし，表 3 に示すように LDS の割当ておよび支払額は事前に設定する留保価格によって大きく変化する．

留保価格の不要なメカニズムと比べて LDS は AMD とよく似た結果を与えている．言いかえると，AMD は，申告された入札に応じて留保価格を設定し，その上で，LDS にもとづいて割当ておよび支払額を決定しているような結果を与えている．

本設定の場合，v^*_A, v^*_B を，それぞれ財 A, B 単独に対する入札の中で最大の評価値とする．ここで，財 AB の組合せに対する留保価格を $r_{AB} = 2 \cdot \min(v^*_A, v^*_B)$ とした上で LDS を適用しているといえる．例えば，AMD では，(4, 0, 4), (0, 5, 5), (0, 0, 8) という入札に対し，割当てをパレート効率的な (A,B,∅)，支払額を (4, 4, 0) としている．また，(4, 0, 4), (0, 5, 5), (0, 0, 8.5) という入札に対しては，割当てを (∅,∅,AB)，支払額を (0, 0, 8) としており，財 AB の組合せに対する入札を優先し，財の組合せを割り当てている．このように AMD では架空名義入札を防ぐため，8 の入札を境に割当てを調整している．これは，財 AB の組合せに対して 8 より大きい入札があればその組合せを割り当て，8 以下の入札しかなければ，財を単独で割り当てるメカニズムになっていると言える．このため，財 AB への留保価格を $r_{AB} = 8$ とした LDS とほぼ等価な結果を与える．ただし，(4, 0, 4), (0, 5, 5), (0, 0, 8) という入札に対しては LDS と異なる結果を与える．これは AMD において，LDS と同じ割当て (∅,∅,AB) を与えた場合にも各種制約を満足できるが，割当てを (A,B,∅) とした場合も

表 3　構築したメカニズム (AMD) と留保価格付きメカニズム (LDS) が決定する割当てと支払額の一部：タイプの組合せを $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ に対して，割当ては左から順に入札者 1, 2, 3 への割当てを表し，A, B, AB, $\emptyset$ のいずれかをとる．同様に，支払額も左から順に入札者 1, 2, 3 の支払額を表す．ただし，LDS の留保価格は (r_A, r_B, r_{AB}) はそれぞれ (3.5, 3.5, 7.0), (4, 4, 8), (5, 5, 10) とする．また，LDS 結果の太字は AMD と同じ割当ておよび支払額となっていることを示す．

入札者のタイプ			AMD		LDS (r_{AB} = 7.0)		LDS (r_{AB} = 8.0)		LDS (r_{AB} = 10)	
入札者 1	入札者 2	入札者 3	割当て	支払額	割当て	支払額	割当て	支払額	割当て	支払額
(4,0,4)	(0,5,5)	(0,0,7.5)	(A,B,∅)	(3.75,4,0)	(∅,∅,AB)	(0,0,7)	(A,B,∅)	(4,4,0)	(∅,B,∅)	(0,5,0)
(4,0,4)	(0,5,5)	(0,0,8.0)	(A,B,∅)	(4,4,0)	(∅,∅,AB)	(0,0,7)	(∅,∅,AB)	(0,0,8)	(∅,B,∅)	(0,5,0)
(4,0,4)	(0,5,5)	(0,0,8.5)	(∅,∅,AB)	(0,0,8)	(∅,∅,AB)	(0,0,7)	**(∅,∅,AB)**	**(0,0,8)**	(∅,B,∅)	(0,5,0)
(4,0,4)	(0,5,5)	(0,0,9.0)	(∅,∅,AB)	(0,0,8)	(∅,∅,AB)	(0,0,7)	**(∅,∅,AB)**	**(0,0,8)**	(∅,B,∅)	(0,5,0)
(4,0,4)	(0,5,5)	(0,0,10)	(∅,∅,AB)	(0,0,8)	(∅,∅,AB)	(0,0,7)	**(∅,∅,AB)**	**(0,0,8)**	(∅,∅,AB)	(0,0,10)
(5,0,5)	(0,5,5)	(0,0,9.0)	(A,B,∅)	(5,5,0)	(∅,∅,AB)	(0,0,7)	(∅,∅,AB)	(0,0,8)	**(A,B,∅)**	**(5,5,0)**
(5,0,5)	(0,5,5)	(0,0,10)	(∅,∅,AB)	(0,0,10)	(∅,∅,AB)	(0,0,7)	(∅,∅,AB)	(0,0,8)	**(∅,∅,AB)**	**(0,0,10)**

各種制約を満足できるため，より高い社会的余剰が得られる割当て (A,B,∅) を選択したものと思われる．また，(4, 0, 4), (0, 5, 5), (0, 0, 7.5) という入札に対しても，AMD では LDS と異なる結果を与えるが，LDS と同じ結果とした場合にも各種制約は満足する．

同様に，AMD は (5, 0, 5), (0, 5, 5), (0, 0, 8.5) の入札に対しては，財 AB への留保価格を $r_{AB} = 10$ とした LDS と等価な結果を与えている．このとき，AMD の割当ては (A,B,∅) となる一方で，(5, 0, 5), (0, 5, 5), (0, 0, 10) の入札に対しては (∅,∅,AB) となっている．これは，財 AB の組合せに対して 10 以上の入札があれば組合せを割り当て，10 以下の入札しかなければ，財を単独で割り当てるメカニズムになっている．

以上のように限られたタイプの全体集合 Θ に対する結果ではあるが，AMD の構築したメカニズムは，入札の組合せに応じて適切な留保価格を自動的に設定する LDS メカニズムになっているといえる．

5. 結　　論

本論文は，自動メカニズムデザインを導入し，組合せオークション特有の制約条件および架空名義操作不可能性の制約条件を定式化，実装した．その結果，従来より社会的余剰の高い割当てを実現する組合せオークションメカニズムを構築した．これは，10 タイプに対する 3 人 2 財の組合せオークションに限定しているため，一般的な環境への適用を保証するメカニズムにはなっていない．しかし，本論文は自動メカニズムデザインを組合せオークションメカニズムの構築に実際に適用した世界初の試みであり，手動でのメカニズム設計が困難な領域への応用が期待される．

今後の課題として，今回得られたメカニズムの一般化を進めるとともに，参加者数やタイプの種類，財の数などの要素を増やした場合のメカニズム構築が考えられる．しかし，これらを増やした場合，その計算量は指数的に増加するため，入札者のタイプの対称性などから計算量を削減し，現実的な計算時間でメカニズムを構築する手法を提案していきたい．

文　　献

[1] Vincent Conitzer and Tuomas Sandholm. Automated mechanism design: complexity results stemming from the single-agent setting. In *Proceedings of the 5th international conference on Electronic commerce*, pp. 17–24, 2003.

[2] Tuomas Sandholm. Automated mechanism design: A new application area for search algorithms. In *Proceedings of the International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, pp. 19–36, 2003.

[3] Sven de Vries and Rakesh V. Vohra. Combinatorial auctions: A survey. *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 15, No. 3, pp. 284–309, 2003.

[4] Makoto Yokoo, Yuko Sakurai, and Shigeo Matsubara. The effect of false-name bids in combinatorial auctions: New fraud in internet auctions. *Games and Economic Behavior*, Vol. 46, No. 1, pp. 174–188, 2004.

[5] Hal R. Varian. Economic mechanism design for computerized agents. In *1st Usenix Workshop on Electronic Commerce*, July 1995.

[6] Makoto Yokoo. Characterization of strategy/false-name proof combinatorial auction protocols: Price-oriented, rationing-free protocol. In *Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 733–739, 2003.

[7] Makoto Yokoo, Toshihiro Matsutani, and Atsushi Iwasaki. False-name-proof combinatorial auction protocol: Groves mechanism with submodular approximation. In *Proceedings of the fifth international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems*, pp. 1135–1142, 2006.

[8] Makoto Yokoo, Yuko Sakurai, and Shigeo Matsubara. Robust combinatorial auction protocol against false-name bids. *Artificial Intelligence*, Vol. 130, No. 2, pp. 167–181, 2001.