

解説

三面図を用いたソリッドモデルの構成

—主に多面体を対象として—†



伊 藤 潔 竹

1. はじめに

三面図 (orthographic views: 正・平・側面図 (front, top, side views) からなる) からソリッドモデル (solid model: SOLM と略記) を求める研究を概観する。

二つの方法に大きく分かれる。一つは、グラフィックス (CG) やタブレットを用いて対話的に人が三面図を描きながら、逐次的に SOLM を構成する 2. の方法である。もう一つは、作成済みの三面図情報を計算機で解釈して SOLM を自動合成する 3. の方法である。

対象となる物体を多面体として SOLM を合成する方法 (3.1) では、まず三面図からワイヤフレームモデル (wireframe model: WIRM と略記) やサーフィスマodel (surface model: SURM と略記) を自動的に合成する方法が通常採られる。この方法を候補物体要素列挙 (enumeration of candidates) とよぶ。この際に、所望の物体には存在しない虚物体要素 (ghost: 虚頂点, 虚稜線, 虚面 (ghost vertex/edge/surface)) も合成されることが多い。虚物体要素をもつ WIRM や SURM も初めに与えられた三面図に適合する。

虚物体要素を除去する方法として二つの方法 (3.2) がある。3.2.1 では、物体要素のつながりや幾何学的な情報の規則を手続きとして組み込んだ探索プログラムにより、真の SURM を求める。3.2.2 では、つながりや幾何学的な情報を代数的に定式化して立式し、これを汎用の代数解法で解く。

真の SURM が合成されると 3.3 で示す SOLM への変換が行われる。SURM の各面の向きを定める方

法と、SURM に適合する基本ソリッド要素を求める方法がある。

4. では、三面図からの合成法をより実用的なものとするためのさまざまなアプローチについて述べる。この中で、曲面物体を対象とする方法も簡単に述べる。

なお、本解説で使用する図は、断わらないかぎり本解説の筆者らが描いたものである。

2. 三面図を用いた SOLM の対話的な構成

三面図を対話的に入力し 3D 物体を計算機内部に構成する初期の方法として、タブレットで二つの面図から 3D 頂点を入力する Sutherland, I.E. の SKETCHPAD システム^[SUT74] や Thornton, E. の研究^[THO78] がある。

対話的な方法の最近の例として Kalay, Y.E. の Worldview システムがある^[KAL87]。Worldviewは、3D 物体と、それに対応する三つ以上の複数の面図—平行投影 (parallel projection) でも透視投影 (perspective projection) でもよい—を CG 上に表示する。3D 物体から任意の向きの面図が自動合成される。逆に、3D 物体を生成する際には、視点の異なる複数の面図上で物体の部分ごとに 2D 形状を逐次入力して、3D 頂点や 3D 稜線を逐次的に対話的に確定する。これは基本ソリッド要素を CG 上で組み合わせることで所望の物体を構成する constructive solid geometry とは異なる。

3. 三面図からの多面体 SOLM の自動合成

図-1 ブロック 1 の候補物体要素列挙では、まず、三面図から WIRM や SURM を自動合成する。この際に、たとえば図-2 に示すとおり、三面図には適合するが所望の物体には存在しない虚物体要素が合成されたり、虚ではないが、図-3 (c) の f_9 と f_{10} , f_{11} と f_{12} のおのおののように共に真になることはない非両立物体要素が合成される場合が多い。

† Construction of Solid Model by Orthographic Views—Case of Polyhedra— by Kiyoshi ITOH (Laboratory of Information Science, Natural Sciences Center, Faculty of Science and Technology, Sophia University).

竹 上智大学理工学部一般科学研究室情報科学

3.1 候補物体要素列挙

虚物体要素も含んだ候補物体要素列挙の方法は1972年の出澤論文^[IDE72,73]が先駆けである。多くの後続の研究^{[MAR80],[WES81],[ITO86,88],[NIS87,89],[SAS87,89]}ではこの

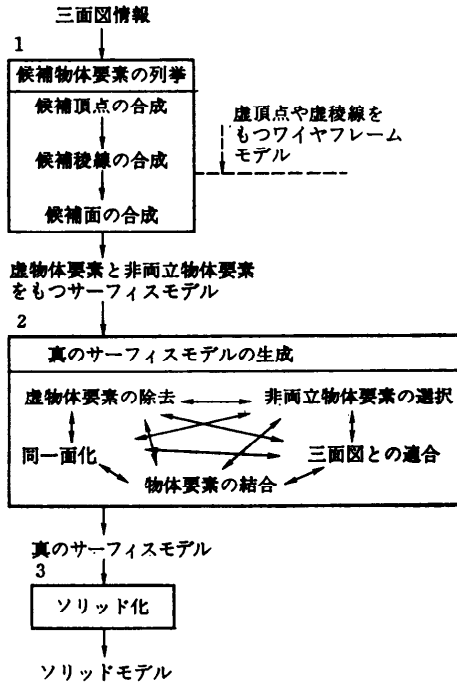


図-1 三面図からのソリッドモデルの自動合成手順

論文を参照・準拠した方法をとっている。

候補列挙は、(1)三面図データの入力 (2)候補頂点の合成 (3)候補稜線の合成 (4)候補面の合成、からなる。

3.1.1 三面図データの入力

三面図データは、端点の座標、線分の始点と終点、および隠れ線か否かの情報からなる。マウス、CG、スキャナなどで入力される。端点の座標値は、たとえば図-2 (a) に示す座標系で決定する。

3.1.2 候補頂点の合成^[ITO86,88]

3D空間上の全ての頂点の合成のために、ある面図の端点と他の面図の端点との対応とともに、他の面図の線分との対応もとる。図-4の頂点“a”のように、3D空間上のある種の頂点は、面図の端点としては現れていないが線分上に被覆されている可能性がある。

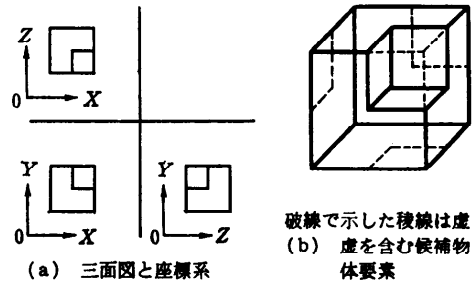


図-2 候補物体要素の列挙 —その1—

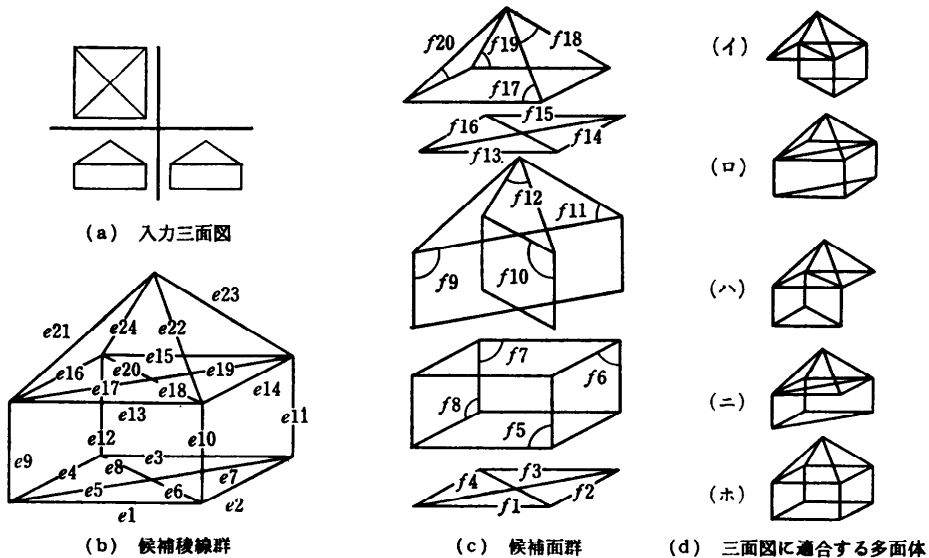


図-3 候補物体要素の列挙 —その2—

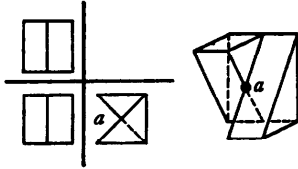


図-4 全ての面図には現れない頂点. 参考文献 [WES81] から引用. ただし, その論文では三面図上の破線は扱えず, 実線として現れている.

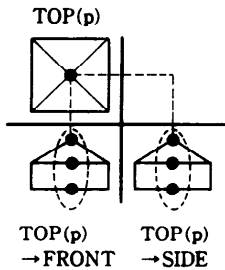


図-5 面図からの頂点の作成

平面図上の全ての端点 p について $V_{TOP} = \text{union}(V_{TOP(p)})$ をとる. ここで,

$$V_{TOP(p)} = \text{intersection}(V_{TOP(p)-FRONT}, V_{TOP(p)-SIDE})$$

であり, $V_{TOP(p)-FRONT}$ (あるいは $V_{TOP(p)-SIDE}$) は, 平面図上の端点 p と対応する, 正面図 (あるいは側面図) 上の端点あるいは被覆線分から求められる 3D 空間上の頂点の集合である. 同様に, 正・側面図から頂点集合 V_{FRONT}, V_{SIDE} を合成する. 図-5 の平面図の端点 p に対応する候補頂点は, 正・側面図のおおので端点として投影されている 1 個の頂点と被覆線分上の 2 個の頂点である.

$V_{CANDIDATE} = \text{union}(V_{FRONT}, V_{TOP}, V_{SIDE})$ は三面図から合成できる全ての候補頂点の集合である. $V_{CANDIDATE}$ の各要素は, 頂点の座標値および各面図での対応要素 (端点あるいは頂点を被覆する線分) を情報としてもつ. $V_{CANDIDATE}$ には虚頂点も含まれていることがある.

3.1.3 候補稜線の合成 [ITO84, 88]

3D 空間上の頂点 α と稜線を結ぶ可能性のある頂点 β は次の場合に見出される. α と β は $V_{CANDIDATE}$ の要素である.

(1) 頂点 α がある面図上で端点であり, 頂点 β が, その端点に重なって投影されている他の頂点の場合.

(2) 頂点 α がある面図上で端点あるいは被覆線分に投影されており, それらから出る線分やその線分に同一直線でつながる線分上で, 頂点 β が, 他の端点や被覆線分に投影されている頂点の場合.

正・平・側面図で, 以上の α と β を結んで合成された稜線をおのおの $E_{FRONT}, E_{TOP}, E_{SIDE}$ とする.

物体の稜線は, 正・平・側面図の全てにおいて, 端点または線分に投影されているから

$\text{intersection}(E_{FRONT}, E_{TOP}, E_{SIDE})$

をとると 3D 空間上の稜線の集合が得られる.

複数の長さの異なる collinear な稜線が重なって存在する場合がある. 各稜線の二つの頂点が同一直線上で隣り合うように稜線を作り換えて, 最小分割稜線集合 $E_{CANDIDATE}$ を求める.

図-2 (b) に示すとおり, $E_{CANDIDATE}$ には虚の稜線も含まれる. また, 図-3 (b) に示すとおり, 後の処理で一本となる可能性がある E_{17} と E_{19} も含まれる. 虚稜線も一本となる可能性のある二つの稜線も共に与えられた三面図に適合している. この段階までで虚物体要素も含む WIRM が合成される.

3.1.4 候補面の合成 [ITO84, 88]

coplanar な最小分割稜線で囲まれる面でその面の中に稜線を含まない面を最小分割面と呼び, それらの最小分割面の集合 $F_{CANDIDATE}$ を求める.

図-2 (b) の右手前の虚の稜線から構成される虚の面も $F_{CANDIDATE}$ も含まれる. また, 図-3 (c) の, $f_{13}, f_{14}, f_{15}, f_{16}$ は coplanar であり, このいくつかは後の処理で同一面となる可能性がある. 虚面も同一面となる可能性のある複数の面も共に与えられた三面図に適合している. この段階までで虚物体要素も含む SURM が合成される.

3.2 真の SURM の合成

3.2.1 探索プログラムによる方法

WIRM や SURM の物体要素のつながりや幾何学的な情報に関する規則を手続きとして組み込んだ探索プログラムにより, 真の SURM を合成する多くの方法がある.

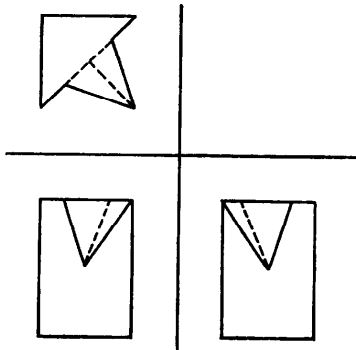
この方法では, (1) 虚物体要素を除去し, (2) 非同立物体要素を選択し, (3) 必要に応じて同一面化し, (4) 三面図との適合を調べ, (5) 物体要素を結合するという, 5つの探索 (図-1 ブロック 2) を試行錯誤に行っていると, 著者は分析する. (1)~(5) で用いる規則と (1)~(5) の組合せ手順は, 研究者ごとに微妙に異なっている. 組合せ手順は研究者ごとに独自で

あるが、個々の論文でその詳細が必ずしも明示されていない。このため、まず 3.2.1.1~3.2.1.5 で、(1)~(5)で用いられている代表的な規則について述べる。3.2.1.6 で筆者らの組合せ手順を簡単に述べる。

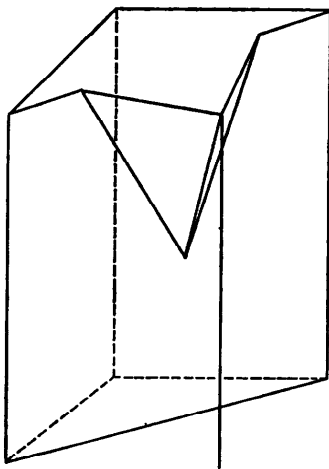
3.2.1.1 WIRM/SURM での虚物体要素の除去

虚物体要素を含む WIRM に適用する頂点と稜線のつながりに関する規則がある^[IDE72,73]。主なものを示す。

- (w 1) 孤立頂点は虚。
- (w 2) 1本の稜線のみからなる頂点は虚であり、その稜線も虚（ぶら下がり稜線、図-6）。
- (w 3) 二つの稜線のみからなる角点は虚でありそれらの稜線も虚。
- (w 4) 中間点は虚（図-7）。



(a) 三面図



(b) ぶら下がり稜線

図-6 虚頂点からの虚稜線

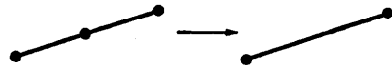


図-7 中間点=虚頂点

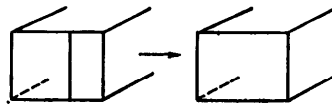
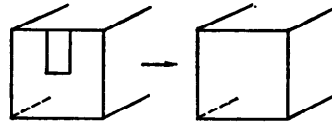


図-8 collinear な2本の稜線からなる虚頂点とそれに接続する collinear でない虚稜線

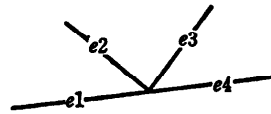


図-9 coplanar な4本の稜線

(w 5) 3本の稜線が出る頂点でいずれかの2本が collinear ならその頂点は虚で collinear でない稜線は虚（図-8）。

(w 6) 4本の稜線が出る頂点で、collinear である候補稜線の組が1組以下であり全ての稜線が coplanar であればその頂点は虚であり collinear でない稜線は虚（図-9）。

虚物体要素を含む SURM に対して適用する、面に関する規則がある^[ITO86,88]。

(s 1) 他の面を構成しない稜線をもつ面（ぶら下がり面）とその面を構成する稜線および頂点は虚。

(s 2) 虚となった稜線を構成する面群は虚。

(s 3) 三面図上の破線（隠れ線）によって合成された稜線のうち、破線が現れる面図の方向から、一番視点に近い面を構成している稜線があればその稜線は虚（図-10）。

(s 4) 図-11 に示すとおり、coplanar な面の包含関係で、一番外の面の中に境界をもつ面は虚である。虚面を構成していた頂点と稜線は、一番外の面を構成する頂点および稜線となる。これはある面にあけられた穴の輪郭（凸ループ）、面からの突起物の接合部（凹ループ）であり、一番外側の面にそれらがある場合のみ適用する。

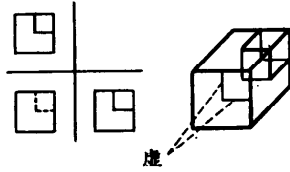


図-10 三面図の破線によって合成された虚稜線

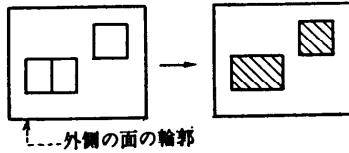
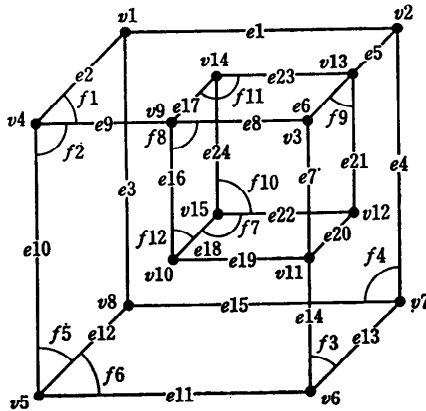


図-11 面の包含関係による面内の凸/凹ループの検出



f4, f5, f6 内の虚稜線は省略

図-12 図-2 の候補物体要素群に変数を割当て

3.2.1.2 非両立物体要素の選択規則

(m1) 多面体の面は互いに稜線でないところでは交差しない。すなわち候補列挙によって合成された面のうち、稜線でないところで交差する面は高々一つが真^[17086,88]。

図-3(c)の f9 と f10, f11 と f12 がこのような交差面の組合せ FINTERSECT の例である。

(m2) 視点に最も近く隣り合う2面が coplanar であるとき、高々一つが真^[1587,89]。

図-12 に (m2) を適用すると、f1 と f11, f2 と f8, f3 と f9 の各組で高々一つが真である。

3.2.1.3 同一面化

図-8 は coplanar な2枚の面のみで稜線が構成されている1例である。この虚稜線を除去して同一面とする。

3.2.1.4 三面図適合規則

(o1, o2) 各面図の線分(あるいは端点)は物体の少なくとも一つ以上の稜線(あるいは頂点)に対応。

3.2.1.5 物体要素の結合規則

真の SURM を求めるために次の物体要素の結合規則がある^[17086,88]。

(i1) 物体の頂点は三つ以上の稜線によって構成。

(i2) 物体の頂点は三つ以上の面によって構成。

(i3) 物体の稜線は二つの頂点によって構成。

(i4) 物体の稜線は二つの面によって構成。

(i5) 物体の面は三つ以上の頂点によって構成。

(i6) 物体の面は三つ以上の稜線によって構成。

このほかに、次の規則もある^[1587,89]。

(n1) 投影図に垂直な直線は面と偶数回交差。

(n2) 任意の稜線について、その稜線を共有する面の個数は2以上の偶数個。

(n3) 探索開始面: 視点に最も近い面に対応する領域が、各面図に少なくとも一つ以上存在。

3.2.1.6 試行錯誤的な探索の例^[17086,88]

3.2.1.2 の FINTERSECT の各組(図-3 の f9 と f10, f11 と f12) から高々一つずつ面を選択する。この全ての組から求めた面の集合と、FINTERSECT に属さない面の集合とで和集合を作る。この和集合に対して探索を試行錯誤に行い、真の SURM を求める。このプロセスを FINTERSECT の各組から選ぶ面を変えて全ての組合せで行う。

図-13 に図-3 からの合成過程を示す。最初に規則(m1)より f9 を真とする(図-1 ブロック2の非両立物体要素の選択)と、規則(i6)により e9 も真となる(物体要素の結合)。e9 が真であれば、e9 を構成する面群 f5, f8, f9 のうち、規則(i4)により2枚の面が真となる。f9 はすでに真であるから f5 と f8 のいずれかに分岐する。図-13 の半ばで f20 と f16 の分岐がある。f16 を選んだ場合、面を構成する稜線の個数が全て2となるが、規則(o1, o2)との照合(三面図との適合)で、所望の SURM でない。図-13 の最下部中央で f13, f14, f15, f16 の同一面化を行っている。

3.2.2 佐々木・伊藤・鈴木の代数解法^[84887,89]

物体要素のつながりや幾何学的な情報を代数的に定式化して立式し、これを汎用の代数解法で解いて真の SURM を求める方法で擬似ブール代数を用いている。SURM まで候補物体要素を求めた後、前節とは

交差面の組合せのうち、
 f_{11} と f_{12} の両方を偽、
 f_9 を真、 f_{10} を偽としたと
 きの探索過程

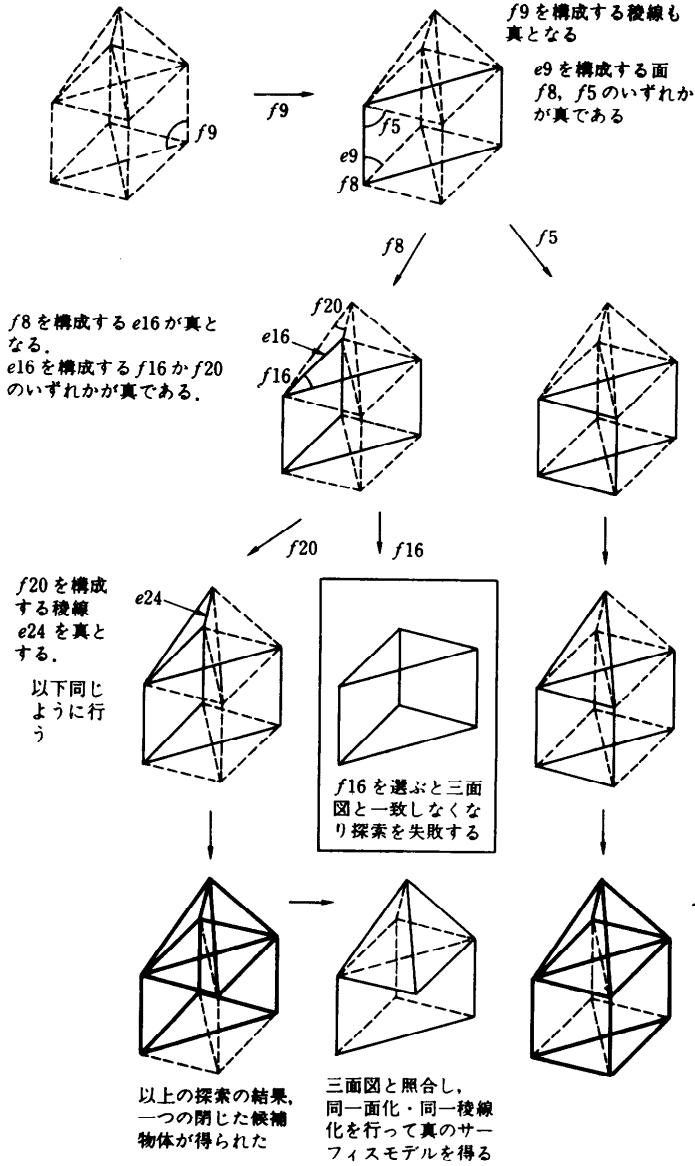


図-13 図-3 の三面図に対する真物体要素の探索

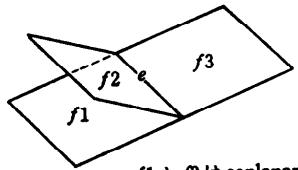
異なり図-1 ブロック 2 中の 5 つの仕事を分離せずに行うことに特徴がある。

稜線、面を表すために二値変数 e, f を使う。変数値 1 は対応する物体要素が真、0 は偽であることを表す。また、 E, F を、稜線の集合および面の集合とす

る。さらに、たとえば F_e は稜線 e を構成する面群を表す。

真の物体要素群が多面体を構成するための真偽決定規則は以下の二つである。

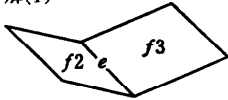
規則(1)は、3.2.1.3 と 3.2.1.5 (i4) を融合した



f1 と f3 は coplanar

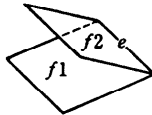
図-14 候補物体要素群

解(1)



e, f2, f3: 真
f1: 偽

解(2)

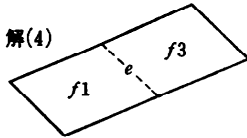


e, f1, f2: 真
f3: 偽

解(3) 空

e, f1, f2, f3: 偽

解(4)



f1, f3: 真
e, f2: 偽

図-15 図-14 の候補物体要素群に対する真偽の組合せ

規則である。すなわち、稜線 e が真ならば、 e を構成する面群 F_e のうち、coplanar でない二つの面が真である。稜線 e が偽ならば、 e を構成する面群 F_e のうち、全ての面が偽であるか、coplanar な2面が真である。

規則(2)は、3.2.1.2 の非両立物体要素の選択規則 (m 1) と同じである。

図-14 の候補物体要素群に対し、規則(1)を適用すると、物体要素の真偽の組合せとして、図-15 の4通りがある。

定式化の詳細なプロセスは参考文献 [SAS 89] に示す。規則(1)は、全ての $e \in E$ に対して、

$$\sum_{f \in F_e} f = 2 \cdot e + 2 \cdot \bar{e} \cdot \sum_{f_i, f_j \in F_e} (f_i \cdot f_j) \quad (1.1)$$

$\{f_i, f_j\}$ は coplanar

$$\sum_{f_i, f_j \in F_e} (f_i \cdot f_j) \leq \bar{e} \quad (1.2)$$

$\{f_i, f_j\}$ は coplanar

となる。規則(2)は、全ての $F_e \in F_{\text{INTERSECT}}$ に対して、

$$\sum_{f \in F_e} f \leq 1 \quad (2)$$

となる。ここで F_e は稜線なしで交差する面の組、 $F_{\text{INTERSECT}}$ は F_e の集合とする。

図-14 の候補物体要素群に対し、上式を適用すると、

式(1.1)より

$$f1 + f4 = 2 \cdot e1,$$

$$f4 + f5 = 2 \cdot e3,$$

...

$$f1 + f10 + f11$$

$$= 2 \cdot e23 + 2 \cdot e23 \cdot f1 \cdot f11$$

$$f10 + f12 = 2 \cdot e24.$$

式(1.2)より

$$f2 \cdot f8 \leq e16$$

$$f1 \cdot f11 \leq e17$$

$$f1 \cdot f11 \leq e23$$

$$f3 \cdot f9 \leq e21$$

$$f2 \cdot f8 \leq e19$$

$$f3 \cdot f9 \leq e20$$

式(2)は適用されない

図-16 図-12 に対する多面体構成規則の連立擬似ブール式による表現

解(1) すべて0

解(2) $e6=1, e7=1, e8=1, e16=1, e17=1,$

$e18=1, e19=1, e20=1, e21=1, e22=1,$

$e23=1, e24=1, f7=1, f8=1, f9=1,$

$f10=1, f11=1, f12=1,$ その他は0

解(3) $e1=1, e2=1, e3=1, e4=1, e5=1,$

$e9=1, e10=1, e11=1, e12=1, e13=1,$

$e14=1, e15=1, e16=1, e17=1, e18=1,$

$e19=1, e20=1, e21=1, e22=1, e23=1,$

$e24=1, f1=1, f2=1, f3=1, f4=1, f5=1,$

$f6=1, f7=1, f10=1, f12=1,$ その他は0

解(4) $e1=1, e2=1, e3=1, e4=1, e5=1,$

$e6=1, e7=1, e8=1, e9=1, e10=1, e11=1,$

$e12=1, e13=1, e14=1, e15=1, f1=1,$

$f2=1, f3=1, f4=1, f5=1, f6=1, f8=1,$

$f9=1, f11=1,$ その他は0

図-17 図-16 の連立擬似ブール式の解

解(1) 空

解(3)

解(4)

解(2)

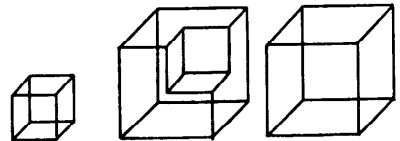


図-18 図-17 のワイヤフレーム表現

(1.1) より、 $f1 + f2 + f3 = 2 \cdot e + 2 \cdot \bar{e} \cdot f1 \cdot f3$, (1.2)

より、 $f1 \cdot f3 \leq \bar{e}$ となり、これを解くと、

解(1) $e = f2 = f3 = 1, f1 = 0,$

解(2) $e = f1 = f2 = 1, f3 = 0,$

解(3) $e = f1 = f2 = f3 = 0,$

解(4) $f1 = f3 = 1, e = f2 = 0$

の4つの解が得られる。この解は図-15 に対応する。

図-12 に対し多面体構成規則式を適用すると、図-16 の連立擬似ブール式が得られる。これを解けば、図-17 の4つの解、すなわち図-18 の物体が得られる。この解には、多面体を構成するが与えられた三面図に

適合しない解 (図-18 の解(1), 解(2), 解(4)) も含まれる。

SURM を三面図に適合させるために次の規則を用いる。これは3.2.1.4の規則をより精密にしたものである。

規則(3) ある面図上の同じ線分から得られた稜線はそのうち1本以上が真。

規則(4) 実線規則

(4-1) ある面図上の実線の線分から得られた稜線群のうち、最も投影面に近い稜線について、この稜線よりも投影面に近く、この稜線を覆い隠す面群中の全ての面は偽。

(4-2) ある面図上の実線の線分から得られた稜線群のうち、1本の稜線 α が偽で、かつこの稜線より前にある他の稜線も全て偽であるならば、 α を構成する全ての面が偽であり、かつ α と α の直後にある他の稜線の間にある、稜線を覆い隠す面も偽。

規則(5) 破線規則: ある面図上の破線の線分から得られた稜線が真であるならば、この稜線よりも投影面に近く、この稜線を覆い隠す面群中の一つ以上の面が真。

以上の規則(3)~(5)の定式化は参考文献[SAS 89]に示す。

図-12 に対し三面図適合規則式(3), (4), (5)を適用した立式が図-19である。これを、多面体構成規則式を適用した立式(図-16)と連立させて解けば、その解は図-18の解(3)のみとなり、所望の多面体が得られる。

式(3)より
 正面図に対して

$$e7 + e21 + e4 \geq 1,$$

$$e14 + e4 \geq 1,$$
 ...

$$e11 + e15 \geq 1.$$
 平面図に対して
 ...
 側面図に対して,
 ...
 式(4.1)は適用されない。
 式(4.2)より

$$e7 \cdot f8 \cdot f9 = e7,$$

$$e7 \cdot e21 \cdot f3 \cdot f9$$

$$- f10 = e7 \cdot e21,$$

$$e14 \cdot f2 \cdot f3 = e14,$$
 ...

$$e11 \cdot f2 \cdot f6 = e11.$$
 式(5)は適用されない。

図-19 図-12 に対する三面図合致規則の連立擬似ブール式による表現

3.2.3 その他の方法

Lafue, G. は、虚を除去するヒューリスティックな手続きを示した[LAF76]が、複数の解が存在する場合には不十分である。Preiss, K. は、三面図から可視面だけをまず合成し、可視面の組合せで他の面を求める方法の可能性を示した[PRE81]。Haralick, R. M. は整合ラベリング法(たとえば参考文献[HARL 79], [NIS 90])を用いて三面図からの多面体の合成を行った[HARL82]。しかし、可視面についてしか解は得られていない。西原らは、この整合ラベリング法で非可視面を含む解を得た[NIS87]。

3.3 SURM から SOLM への変換

本節では図-1 ブロック 3 について述べる。

3.3.1 面の向きを求める方法[IDE 72, 73], [SAS 89]

多面体の SURM において、ある1面を構成する稜線群を反時計回りにたどって面の向きを定める。この面 α に隣接する面 β については、 α と共有する稜線でなぞる向きを逆にすれば、 β を構成する稜線群も反時計回りにたどることができる。このようにして順次面の向きを定める方法が一般に知られている(たとえば文献[OKI 82])。面の穴や面からの突起物の場合には、穴のふたや突起物の中敷を想定し、ふたや中敷の向きをそれらを含む面の向きと逆にする。

三面図中の任意の1面と SURM の面との対応をとる。対応する SURM の面が1面しかなければその面を、対応する面が複数あれば、最も投影面に近い面を選ぶ。この面の、投影面の反対側が内部である。これで一面の向きが定まる。図-20 のとおり順次面の向きを定める。

3.3.2 カットング稜線による方法[WES 81], [MAR 82]

Wesley, M. A. と Markowsky, G. は、SURM に

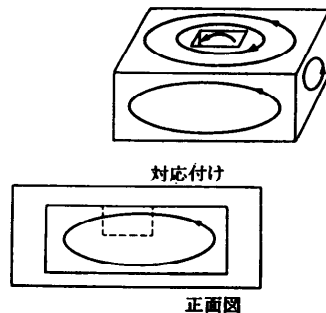


図-20 三面図との対応によるソリッド化

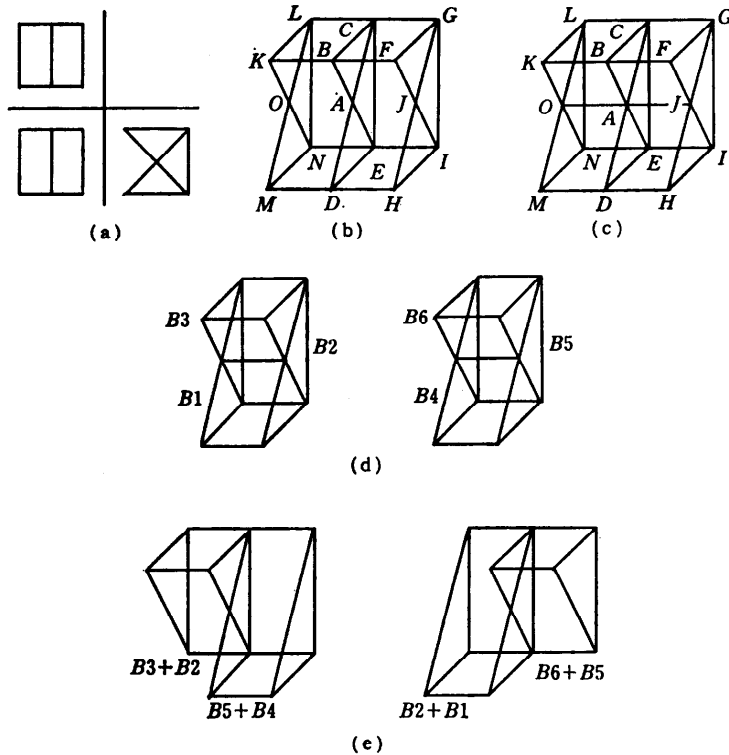


図-21 カutting線線の導入、参考文献 [WES 81] から引用、一部修正

適合する四角柱や三角柱などの基本ソリッド要素を求め、これらの組合せのうち、三面図に適合した多面体を構成するものを探索的に求めた。SURMの合成までは、3.1の方法とほぼ同じである。違いは次のように基本ソリッド要素を求める点にある。

図-21 (b) の SURM で、19枚の面 KLO , LON , MON , ABC , ACE , ADE , FGJ , GIJ , HIJ , $KLCB$, $NLCE$, $MNED$, $BCGF$, $ECGI$, $DEIH$, $MOLCAD$, $KONEAB$, $DACGJH$, $BAEIJF$ がある。この中で本解説で非両立物体要素と名付けた不正な面の交わり、 $MOLCAD$ と $KONEAB$, $DACGJH$ と $BAEIJF$, がある。

図-21 (c) に示すとおり、Cutting線線 \overline{OA} , \overline{AJ} によって $MOAD$, $OLCA$, $KOAB$, $ONEA$, $DAJH$, $ACGJ$, $BAJF$, $AEIJ$ という面に分割する。求められた基本ソリッド要素は、図-21 (d) に示すとおり以下のものである。

- B_1 : ($MONEAD$) B_2 : ($NOLCAE$)
- B_3 : ($LOKBAC$) B_4 : ($DAEIJH$)
- B_5 : ($EACGJI$) B_6 : ($BACGJF$)

各基本ソリッド要素をソリッドまたは穴として、そ

これらの要素を接合し、三面図と照合して、所望の多面体を求める。接合時にCutting線線を消去する。

4. 実用化に向けて

実用化に向けていくつかの試みが行われている。

4.1 省略された図面からの合成

Yoshiura, H. らの方法は、たとえば次の省略のある実用的な図面から合成可能である [YOS84]。

(a) 二つの面図で十分に3D形状を表しており、第3の面図でそれが破線で表される場合、その第3の面図の破線の記述は省略してもよい。

(b) ある面図で、たとえば穴を表す補助的な記号やコメントが書かれているとき、他の面図でその穴に対応する形状の記

述は省略してよい。

基本ソリッド要素による穴の3D形状や投影したときの、各面図における2D形状などを入れるフレームを前もって用意する。(a)では、二つの面図に表された2D形状に適合する3D形状のフレームを見つけて、第3の面図での2D形状を自動的に決定する。(b)では、面図内の記号やコメントにより対応するフレームを見つけて、面図における2D形状を表すパラメータ群を自動的に決定する。

4.2 少ない面図からの合成

原田らは、三面全ての入力では誤りが多くなる危険性を指摘し、正・側面図のみを入力し多面体を合成し、さらに、この多面体から平面図を合成した人がこの平面図を修正する方法を考察している [HARD87]。

4.3 曖昧な三面図からの一意的な合成

ある三面図に適合する多面体の全てを列挙する方法に対し、人が想起しやすい多面体のみを合成して実用化を図ろうとする試みがある。

三面図に適合する多面体が複数存在するとき、その三面図を曖昧な三面図と呼ぶ。曖昧な三面図に適合する複数の多面体の中で、人が想像しやすい多面体を、

その三面図に対する常識的な多面体と呼ぶ。図-3(a)に示す三面図は、図-3(d)に示す5つの多面体を合成する曖昧な三面図であり、図-3(d)(ホ)が常識的な多面体である。

藤生らは、常識的な多面体を合成するためのヒューリスティクスを明らかにしてこれを手続きのプログラムとして作成した^[FUJ86]。伊藤らは、このヒューリスティクスを汎用的な擬似ブール代数解法で定式化して作成した^[ITO89]。

ヒューリスティクスとして次の5つを用いた。

heuristics 1: 線分連続性 面図上で実線 AB と破線 BC が一直線上にあるとき、別々ではなく一つの稜線であると人は感じる (図-22)。図-22(b)(イ)が常識的な多面体となる。

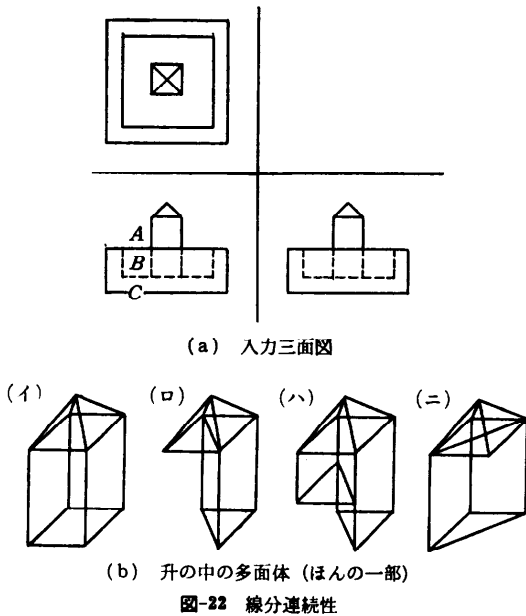


図-22 線分連続性

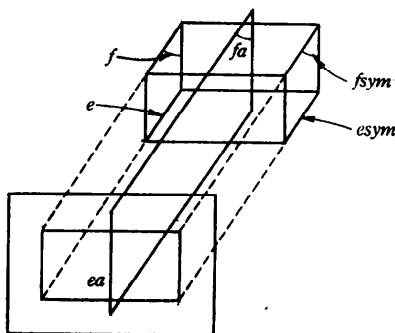


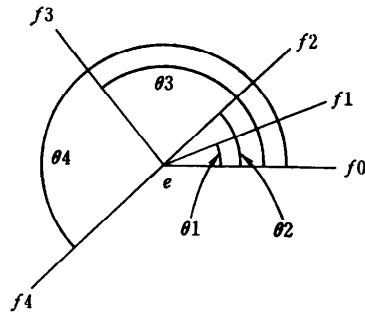
図-23 対称性

heuristics 2: 対称性 ある面図 θ が線対称のとき、その対称軸 ea を通り θ に垂直な面を fa とする。任意の面 f (稜線 e) と fa について対称な面 $fsym$ (稜線 $esym$) の真偽は一致することが多いと人は感じる (図-23)。

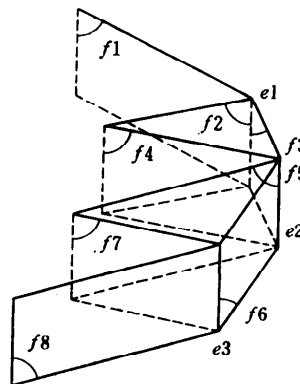
heuristics 3: 平行垂直多 面図に平行あるいは垂直な稜線や面を考えやすいため「面図に平行あるいは垂直な稜線や面は真となることが多い。」

heuristics 4: 凹凸少 凹凸の少ない物体を考えやすいため「1本の稜線が三つ以上の面から構成されているとき、同じ向きで全ての二つの面のなす角をとり、どの二つの面のなす角も π を越えないとき (全てが π を越えるときには向きを反対にする)、角が最大である二つの面は真となることが多い (図-24)。」

heuristics 5: 交線となる稜線なしで交差する面群は偽であることが多い。 これは非両立物体要素を両方と



(a) $f4(\theta4 > \pi)$ がなければ $f0$ と $f3$ が真となることが多い。 $f4$ があれば「真となることが多い」とは言わない



(b) $e1$ については $f1$ と $f3$ が真となることが多い。 $e2$ については $f3$ と $f6$ が真となることが多い。 $e3$ については $f6$ と $f8$ が真となることが多い

図-24 凹凸少

も、選ばないことを意味する。

常識的な多面体を合成する方法の擬似ブール代数による定式化は、次の非線形整数計画問題で表現される。

maximize (ヒューリスティクスに基づく目的関数)

subject to (3.2.2 の多面体構成規則と三面図適合規則の立式からなる制約式)

この定式化によると、この計画問題の全ての許容解は、三面図に適合する全ての真の多面体に対応し、最適解は、常識的な多面体のみに対応する。

たとえば、ヒューリスティクス4をこの計画問題の目的関数として次のように表す。

凹凸少の条件に適合する面の集合を F_{convex} とすると、

$$\text{maximize } \sum_{f \in F_{convex}} f$$

たとえば、図-24(b)に対する目的関数は、

$$\text{maximize } (f1+f3+f6+f8)$$

となる。

図-3 に対して適用すると、 F_{convex} は、

$e9: f5$ と $f8$, $e10: f5$ と $f6$, $e11: f6$ と $f7$,
 $e12: f7$ と $f8$, $e13: f5$ と $f17$, $e14: f6$ と $f18$,
 $e15: f7$ と $f19$, $e16: f8$ と $f20$, $e21: f20$ と
 $f17$, $e22: f17$ と $f18$, $e23: f18$ と $f19$, $e24:$
 $f19$ と $f20$

となり、これにより目的関数は

$$\text{maximize } (f5+f6+f7+f8+f17+f18 \\ +f19+f20)$$

となり、図-3(d)(ホ)のみが求まる。

4.4 探索の効率化

西原らは、3.2.1.5 で示した彼らの規則のほかに、むだな組合せ探索を排除するため、局所部分に着目した面の真偽判定の次の規則を用いた^[NIS89]。

(nn 1) 投影図の各面図において、外形線を形成する線分を含む領域に対応する面は2以上偶数個が真。特に、対応する面が2個のときは、そのいずれもが真。

(nn 2) 真の面に接続する面が唯一の場合、その面は真。

(nn 3) 偽の面に接続する面が唯一の場合、その面は偽。

4.5 曲面物体への拡張

三面図からの曲面物体の合成法を簡単に示す。

Sakurai, H. らは、次の性質を満たす曲面をもつ SOLM の三面図からの合成法を研究した^[SAK83]。

1. 面は、平面 (planar surface), 円筒面 (cylindri-

cal surface), 球面 (spherical surface), 円錐面 (conical surface), 円環面 (torus surface) のいずれかである。これらの回転軸は座標軸の一つと平行とする。

2. 稜線は、3D 上の直線分と円弧とする。円弧の軸は一つの座標軸と平行とする。

Gu, K. らは、円筒の軸が一つの座標軸ではなく一つの投影面に平行で、この円筒を円筒面を横切って切断したときにできる楕円弧の長軸と短軸を含む切断面が一つの投影面に垂直な場合に、物体を合成可能とした^[GU86]。

大村らは、多面体・円柱面・球面で構成される SOLM の三面図からの合成法を検討した^[OHM87]。厚さが一定の形状や回転体の形状で、正面図だけで解釈できるものは、平・側面図で省略できる。

5. おわりに

本解説で紹介した筆者らの多面体レベルの合成法は、MS-DOS 系のパソコン上で実現された。このレベルはパソコンで十分実現できる。4.5 で述べた他研究機関の曲面を含んだ合成法は、大型機や EWS 上で実現された。

物体をできるだけ投影面に対して平行に置いて三面図を描くことが慣習であるため、稜線や面が重なったりすることが多い。これが三面図からの自動合成を難しくしている。しかし、三面図の膨大な蓄積を計算機の中に入れて再利用するためにも、また、人間のもつ図面認識の過程を分析するためにも、三面図を対象とする自動合成の研究は重要である。

謝辞 理化学研究所の出澤正徳氏の論文を初めとして多くの方々の論文を参照させていただきました。分野を概観して統一性を保つ上で、本解説での用語は必ずしも原論文の用語ではないこと、必要に応じて図を付加・修正したこと、おのおのの方法の解釈や位置づけにご異論もあるかもしれないことなどについてここで断りします。

共同研究者である上智大学理工学部機械工学科の鈴木誠道教授、大学院生の石川雅朗氏 (現、三菱電機 (株)), 藤生崇則氏 (現、NTT (株)), 佐々木康仁氏 (現、(株)東芝) に感謝します。また、研究交流で貴重な情報をいただいた筑波大学電子・情報工学系の西原清一助教授に感謝します。

参 考 文 献

- [FUJ 86] 藤生, 三角, 伊藤, 鈴木: 三面図からの物体自動合成におけるヒューリスティクスの利用法, 1986 ニコグラフ論文集 (Nov. 1986).
- [GU 86] Gu, K. et al.: Reconstruction of 3D Objects from Orthographic Projections, CG Forum, 5, pp. 317-324 (1986).
- [HAM 68] Hammer, P. L. et al.: Boolean Methods in Operations Research, Springer-Verlag (1968).
- [HARL 79] Haralick, R. M. et al.: The Consistent Labeling Problem, IEEE Tr. PAMI, 2, 3, pp. 173-184 (1979).
- [HARL 82] Haralick, R. M. et al.: Understanding Engineering Drawings, CG & Image Processing, 20, pp. 244-258 (1982).
- [HARD 87] 原田, 木村: 3面図入力を基本にした3次元形状入力システムの試作, IPSJ, WGGR, 28-2 (Aug. 1987).
- [IDE 72] 出澤: 三面図から物体形成のためのシステム, JSME 論文集, 38, 310, pp. 1267-1276 (June 1972).
- [IDE 73] Idesawa, M.: A System to Generate a Solid Figure from Three View, Bulletin of JSME, 16, pp. 216-225 (Feb. 1973).
- [ITO 86] Itoh, K., Ishikawa, M., Fujiu, T. and Suzuki S.: A Method for Solid Construction from Engineering Draft in Orthographic View, Proc. of JSST Conference on Recent Advances in Simulation of Complex Systems (July 1986).
- [ITO 88] 伊藤, 石川, 藤生, 鈴木: サーフィスマodelの成立規則を用いた三面図からの物体自動合成法, シミュレーション, 7, 2, pp. 109-116 (June 1988).
- [ITO 89] 伊藤, 佐々木, 鈴木: 曖昧さをもつ三面図からの物体の一意的合成に対する擬似ブール代数解法の適用, IEICE「画像理解の高度化と高速化」シンポジウム (Apr. 1989).
- [KAL 87] Kalay, Y. E.: Worldview: An Integrated Geometric Modeling/Drafting System, IEEE CG & A, pp. 36-46 (Feb. 1987).
- [LAF 76] Lafue, G.: Recognition of Three Dimensional Objects from Orthographic Views, CG, 10, 2 (1976).
- [MAR 80] Markowsky, M. A. et al.: Fleshing Out Wire Frame, IBM J.R.D., 24, 5, pp. 582-592 (Sep. 1980).
- [NIS 87] 西原, 渡辺, 池田: 面図間の局所的拘束関係をを用いた三面図解釈, 情報処理学会論文誌, Vol. 28, No. 5, pp. 534-537 (May 1987).
- [NIS 89] 西田, 西原, 張: 面の組合せ探索による三面図の解釈, JSAI 全国大会, pp. 437-440 (July 1989).
- [NIS 90] 西原: 整合ラベリング問題と応用, 情報処理学会誌, Vol. 31, No. 4 (Apr. 1990).
- [OKI 82] 沖野: 自動設計の方法論, 養賢堂 (1982).
- [OHM 87] 大村, 戸田: 中小企業向け設計者用ワークステーション技術の研究開発, IPA (June 1987).
- [PRE 81] Preiss, K.: Constructing the 3-D Representation of a Plane-Faced Objects from a Digitized Engineering Drawings, Computing in Industry, Vol. 2, No. 2 (June 1981).
- [SAK 83] Sakurai, H. et al.: Solid Model Input through Orthographic Views, CG, 17, 3, pp. 243-252 (July 1983).
- [SAS 87] 佐々木, 伊藤, 鈴木: 三面図からの物体自動合成のための線形擬似ブール代数解法, 情報処理学会論文誌, Vol. 28, No. 12, pp. 1288-1297 (Dec. 1987).
- [SAS 89] 佐々木, 伊藤, 鈴木: 非線形擬似ブール代数解法による三面図からの物体自動合成, 情報処理学会論文誌, Vol. 30, No. 6, pp. 699-708 (June 1987).
- [SUT 74] Sutherland, I. E.: Three-Dimensional Data Input by Tablet, Proc. IEEE, Special Issue on CG, 62, 4 (1974).
- [THO 78] Thornton, R. W.: Interactive Modeling in Three Dimensions through Two-Dimensional Windows, Proc. CAD 78 (Mar. 1978).
- [WES 81] Wesley, M. A. et al.: Fleshing Out Projections, IBM J.R.D., 25, 6, pp. 934-954 (Nov. 1981).
- [YOS 84] Yoshiura, H. et al.: Top-Down Construction of 3-D Mechanical Object Shapes from Engineering Drawings, IEEE Computer, pp. 32-40 (Dec. 1984).

(平成元年 10月 25日 受付)