

道路交通のダイナミクス (II)

—交差点車列生成とショックウェーブの挙動—

高 木 相

(東北文化学園大学)

定期的に車両列が流れているとき、その中の1台が何らかの理由で速度の変化をおこしたとすると、後続車はその影響を受ける。これを時間的に把握するのにショックウェーブ理論がある。ショックウェーブは車両群の流れを時空間的に可視化するので理解しやすい。本文はいろいろな形のショックウェーブを数式的に記述し、全般的な性質を明らかにする。ついで、ひとつの交差点で渋滞がどのような時間経過で発生するかを明らかにする。

Road Traffic Dynamics(II)

-Behavioral Considerations of Shock Wave in a Traffic Flow at an Intersection-

Tasuku Takagi

(Tohoku Bunka Gakuen University)

When a car happened to change its speed for some reason, it may affect the traffic flow behind the car, and may cause some shock wave. The shock wave is very convenient to consider such a phenomenon in the traffic flow, because it is a two dimensional expression of a traffic flow. Here in this paper, we will formulate the possible types of the shock wave actually being observed. The congestion process at an intersection will be discussed from the formulations.

1. はじめに

前報告において、単一の交差点における車両列のダイナミクスをいくつかの測定値のパラメータを導入して考察し、交差点での青信号通過容量(スループット)を計算し、実測値とともに示した¹⁾。本文はまず、車両群の時間—距離特性($t-d$ 曲線)の群からなる、車両群の時空間特性(time-space characteristics)($t-s$ 曲線)から、交通流のダイナミクスを考察する。

巡航中の車両列の中の1台の速度が、何らかの理由で変化したとき、その影響は後続車列に波及する。この波及の時間経過はショックウェーブによってダイアグラムの理解できる²⁾。本文の課題は、ショックウェーブのいろいろなタイプについて、その伝搬方向と伝搬速度について定式化し、これを用いて、交差点で起こる車列の生成の時間経過を明らかにしようというものである。これによって、渋滞に至る時間経過が交通量との関係で明らかになる。

ショックウェーブの伝搬方向と速度に係るパラメータは

1) 車両の速度

2) 車両密度

である。この2つのパラメータの変化に対して、ショックウェーブがどのように変化するかをここで明らかにする。

この挙動が明らかになれば、交差点で起こる渋滞と信号との関係が明らかとなり、少なくとも

i) 渋滞に向かう時間経過

ii) 渋滞が解消する時間経過

が明らかになる。

本文で以上のことを全て記述するには紙面が足りないので、まず本文では、上記 i)、ii) と信号の関係を定性的に把握することを主眼にして、ショックウェーブの挙動を明らかにし、交通量と交差点信号との関係で車列がどのように変化するかを定性的に明らかにすることとする。

2. ショックウェーブ

2. 1 $t-s$ ダイアグラム上のショックウェーブ

図2. 1に一般的なショックウェーブをもつ $t-s$ ダイアグラムを示す。ここで注目すべきパラメータは、ショックウェーブ前後の車両密度と平均車速である。平均車両密度は平均車頭時間で表している。図2. 1で云えば、

T_0 : ショックウェーブ中および後の車頭時間

T_0' : ショックウェーブ前の車頭時間

である。平均速度は

V_L : ショックウェーブ前後の車速

V_L' : ショックウェーブ中の車速

である。ここでは

$$V_L' < V_L \quad (2.1)$$

の場合が示してある。

図2. 1では、高速度(V_L)進行している車両列(平均車頭時間 T_0)の先頭車両No.1(1と表示)が、何らかの理由で低速度(V_L')に変化したとき、この影響が図のように後続車列(2、3、・・・、 i 、・・・)に波及する様子が示されている。

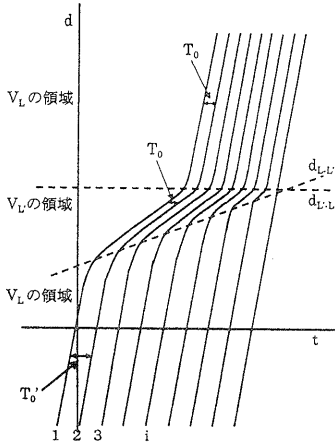


図2. 1 一般的なショックウェーブの $t-s$ ダイアグラム

このような場合、

$$T_0 < T_0' \quad (2.2)$$

のようになるものと考えられる。ここで T_0 は最短車頭時間（これ以上接近すると危険を感じるという限界で個人差がある（測定の一例は前報に示した）。 T_0 は平均的には2秒（巡航走行時）、3秒（発進時）である^{1) 3)}）。

V_L 、 V_L' 、 T_0 、 T_0' の関係にはいろいろな場合がある。以下の議論は次のことを前提としている。すなわち、

- 1) 高速度から低速度への変化 ($V_L \rightarrow V_L'$) に対して、高速領域 (V_L の領域) での車両密度 (車頭時間) T_0 は速領域 (V_L' の領域) では T_0 (最短車頭時間) となる ($T_0' \rightarrow T_0$)
- 2) 低速度から高速度への変化 ($V_L' \rightarrow V_L$) に対して、 V_L' の領域では車頭時間は最小値 T_0 をとり、 V_L の領域でも T_0 を維持する。

この2つの前提はモデル的には無理のないところと考えられる。

2. 2 ショックウェーブの解析

図2. 1に2本の点線が示してある ($d_{L-L'}$ 、 d_{L-L})。すなわち、

d_{L-L} : 先頭車両が高速から低速へ変化したときに ($V_L \rightarrow V_L'$) 後続車両への波及伝搬方向と伝搬速度

$d_{L-L'}$: 先頭車両が低速から高速へ変化したときに ($V_L' \rightarrow V_L$) 後続車両への波及伝搬方向と伝搬速度

である。いま、 T_0 、 T_0' 、 V_L 、 V_L' を平均値 (一定値) としているから、 d_{L-L} 、 $d_{L-L'}$ は直線となる。従って、ショックウェーブの挙動を調べるには、これらの直線を数式的に記述してそれを解釈すればよいこととなる。

2. 2. 1 d_{L-L} の決定

図2. 2は $V_L \rightarrow V_L'$ ($V_L' < V_L$) で生じるショックウェーブ d_{L-L} を示す。第 i 番目の車両 i と第 $i+1$ 番目の車両 $i+1$ の曲線を図2. 2に示すようにモデル化する。すなわち、 da 、 db となる2つの直線の交点 (A 点) と da' 、 db' となる2つの直線の交点 (B 点) とを結ぶ直線として d_{L-L} が求まる。

直線 da' は da より T_0' だけ時間がシフトしており、 db' は db より T_0 (最短車頭時間) だけシフトしているから

$$da = V_L t + Ca \quad (2.3)$$

と書くと、 da' は

$$da' = V_L (t - T_0') + Ca \quad (2.4)$$

と書ける。同様にして

$$db = V_L' t + Cb, \quad db' = V_L' (t - T_0) + Cb \quad (2.5)$$

と書ける。A点の座標を $A(t_A, d_A)$ 、B点の座標を $B(t_B, d_B)$ とすると式(2.1)、式(2.2)、式(2.3)より

$$t_A = \frac{Ca - Cb}{V_L - V_L'} \quad (2.6)$$

$$d_A = -\frac{V_L'(Ca - Cb)}{V_L - V_L'} + Ca \quad (2.7)$$

$$t_B = \frac{V_L T_0 - V_L' T_0 - Ca + Cb}{V_L - V_L'} \quad (2.8)$$

$$d_B = \frac{V_L V_L' (T_0 - T_0') + V_L' Cb - V_L' Ca}{V_L - V_L'} \quad (2.9)$$

となる。A点とB点を結ぶ直線ABが $d_{L-L'}$ のうちのAB部である。この直線を w とすると

$$w = d_{A-B} = ut + p \quad (2.10)$$

$$u = \frac{d_B - d_A}{t_B - t_A} \quad (2.11)$$

となる。 u が伝搬方向と速度を与える。

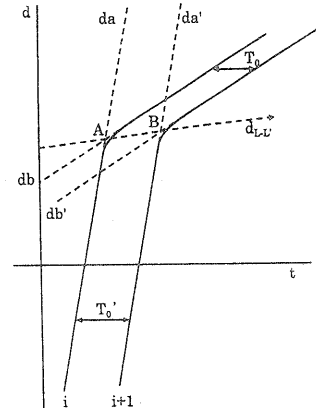


図2. 2 速度変化を伴う車両の軌跡のモデル(減速)

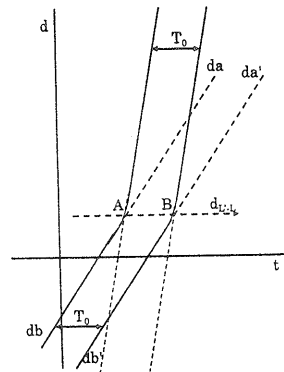


図2. 3 速度変化を伴う車両の軌跡のモデル(加速)

2. 2. 2 $d_L' \rightarrow L$ の決定

図 2. 3 にこの場合をモデル的に示す。速度 V_L' から V_L に変化しても車頭時間は速度が変化しても平均的には変わらず、平均 T_0 (最短) である。 d_{L-L} と同様にして、A 点 (t_A, d_A)、B 点 (t_B, d_B) の座標を求めると、

$$t_A = \frac{Ca - Cb}{V_L - V_L'} \quad (2. 12)$$

$$d_A = \frac{V_L Ca - V_L' Cb}{V_L - V_L'} \quad (2. 13)$$

$$t_B = T_0 + \frac{Ca - Cb}{V_L - V_L'} \quad (2. 14)$$

$$d_B = \frac{V_L Ca - V_L' Cb}{V_L - V_L'} \quad (2. 15)$$

伝搬方向と速度は式 (2. 11) で与えられる。

2. 3 ショックウェーブの伝搬特性

ショックウェーブの伝搬特性は u で表せる。 u は $t-s$ ダイアグラム上の速度 [m/s] であり、伝搬距離は ut [m] である。よって、ショックウェーブの伝搬特性は

- (1) $u > 0$ 前方伝搬形
- (2) $u = 0$ 停滞形
- (3) $u < 0$ 後方伝搬形

である。

2. 3. 1 前方伝搬形 ($u > 0$) と停滞形 ($u = 0$)

(a) $V_L \rightarrow V_L'$ の場合 (図 2. 4)

明かに $t_B > t_A$ である。式 (2. 12)、式 (2. 13)、式 (2. 14)、式 (2. 15) から、ショックウェーブの伝搬速度 u は一般的に

$$u = \frac{d_B - d_A}{t_B - t_A} = \frac{V_L V_L' (T_0' - T_0)}{V_L T_0' - V_L' T_0} \quad (2. 16)$$

である。この式から $T_0' > T_0$ で進行している車両列で速度の低下が起きたときのショックウェーブは常に前方伝搬形 ($u > 0$) である。

また、 $T_0' = T_0$ のときは $u = 0$ となり停滞形となる。すなわち、

1) $T_0' > T_0$ では $u > 0$ (前方伝搬形)

2) $T_0' = T_0$ では $u = 0$ (停滞形)

である。

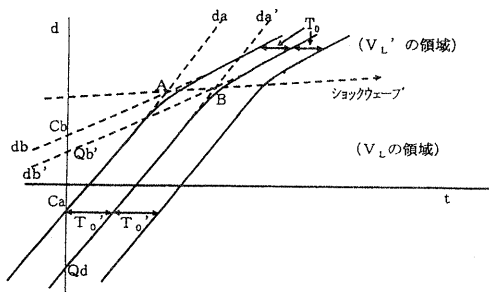


図 2. 4 ショックウェーブの生成と座標との関係 $V_L \rightarrow V_L'$

(b) $V_L' \rightarrow V_L$ の場合 (図 2. 5)

d_A 式 (2. 13) と d_B 式 (2. 15) は等しい。よって式 (2. 9) より、 $u = 0$ である。すなわち、ショックウェーブは停滞し、いつまでも継続することとなる。

2. 3. 2 後方伝搬形ショックウェーブ

これには交差点で停止する場合と停止車両が発進する場合がある。

a) 走行車両が停止する場合 (図 2. 6)

上述の理論で $V_L' = 0$ となるときショックウェーブは A 点と B 点の座標を (t_A, d_A)、(t_B, d_B) とすると、

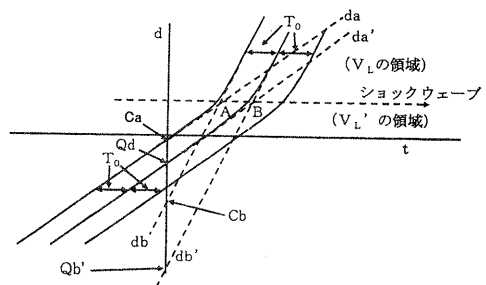


図 2. 5 ショックウェーブの生成と座標との関係

$(V_L' \rightarrow V_L)$

$$t_A = \frac{d_A - Ca}{V_L} \quad (2. 19)$$

$$d_A = V_L t_A + Ca \quad (2. 20)$$

$$t_B = T_0' - \frac{Ca + L_0 - d_A}{V_L} \quad (2. 21)$$

$$d_B = d_A - L_0 = V_L (t_B - T_0') + Ca \quad (2. 22)$$

から、

$$u = \frac{-V_L L_0}{V_L T_0' - L_0} \quad (2. 23)$$

となる。すなわち、この場合は後方伝搬形である。そして、この伝搬速度は $T_0' = T_0$ のとき、すなわち最短車頭時間のときもっとも速く伝搬する。

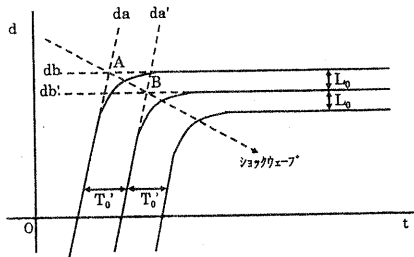


図 2. 6 $V_L' = 0$ のときの $t-s$ ダイアグラム

(b) 停止車両が発進する場合(図2. 7)

交差点で停止した車両列が青信号で解消して行く場合は、同様にして u を求めると

$$u = \frac{-V_L L_0}{V_L T_0 - L_0} \quad (2. 24)$$

となる。これは、式(2. 22)で $T_0' = T_0$ と置いたものと等しい。

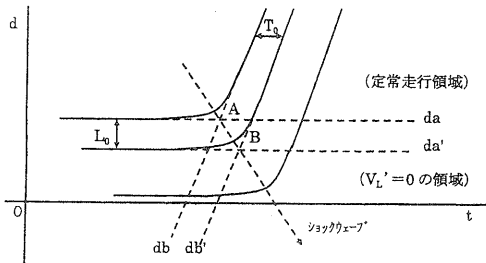


図2. 7 停止車両が発進するときの t - s ダイヤグラム

3. 交差点における車両待ち行列の生成

3. 1. 交差点で発生するショックウェーブ

交差点で赤信号によって車両は停止し、そこに待ち車両列が発生する。この現象は第2章で論じたように、 t - s ダイヤグラムで、ショックウェーブとして視覚的に把握することができる。ショックウェーブには、前進波、停滞波、後進波の3つのタイプがあるが、交差点で車両が停止することによって生じるショックウェーブは後進波である。

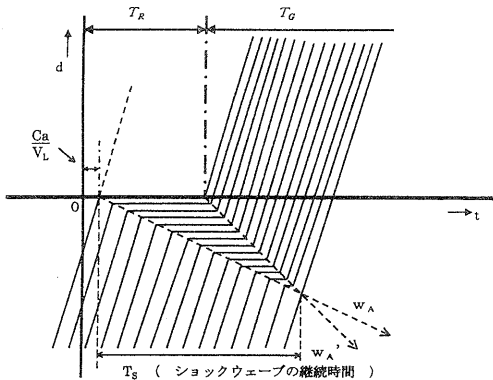


図3. 1 赤信号停止車両のショックウェーブ

図3. 1は赤信号停止時に生じるショックウェーブ w_A, w_A' を示している。これらがどのような直線でどのような時間関数として表されるかは第2章で明らかにした。ここでは更にこの問題を待ち行列の生成という実用的立場から、特に信号時間との関係を考察することとする。

第2章式(2. 10)

)に一般的な伝搬特性 w の式を示した。即ち、

$$w = ut + p \quad (2. 10)$$

である。ここで u は伝搬速度、 p は定数である。式(2. 10)を図3. 1にあてはめると

$$w_A = u_A t + p_A \quad (3. 1)$$

$$w_A' = u_A' t + p_A' \quad (3. 2)$$

となる。図3. 1のショックウェーブ特性 w_A, w_A' の伝搬速度 u_A, u_A' は

$$u_A = -V_L L_0 / (V_L T_0' - L_0) \quad (3. 3)$$

$$u_A' = -V_L L_0 / (V_L T_0 - L_0) \quad (3. 4)$$

である。式(3. 3)と式(3. 4)の違いは入力車両密度と出力車両密度の違い、即ち T_0' と T_0 の違いだけである。

3. 2ショックウェーブ伝搬特性の定式化

まず、式(3. 1)、(3. 2)で p_A と p_A' を決定する。

図5. 1のA点の座標 $A(t_A, 0)$ を通る直線 d_A を

$$d_A = V_L t + Ca \quad (Caは定数) \quad (3. 5)$$

とすると、 t_A で $d_A = 0$ であるから

$$t_A = -Ca / V_L \quad (3. 6)$$

である。いま、 $t = t_A$ で $w_A = 0$ であるから

$$p_A = -u_A Ca / V_L \quad (3. 7)$$

である。よって、A点を通るショックウェーブ w_A は

$$w_A = \frac{-V_L L_0}{V_L T_0' - L_0} \left(t - \frac{Ca}{V_L} \right) \quad (3. 8)$$

と決定される。次にA'点を通るショックウェーブ w_A' を求める。A'の座標 $(t_A', 0)$ において t_A' は

$$t_A' = T_R - t_A \quad (3. 9)$$

である。以下、 w_A と同様に求めると式(3. 2)は

$$w_A' = \frac{-V_L L_0}{V_L T_0 - L_0} \left(t - \frac{Ca}{V_L} - T_R \right) \quad (3. 10)$$

と決定される。

ショックウェーブの継続時間 T_S は、 w_A, w_A' の交わる時間である。即ち、 $t = T_S$ において、 $w_A(T_S) = w_A'(T_S)$ である。よって(3. 8)と(3. 10)の両式から T_S を求めると、

$$T_S = \frac{Ca}{V_L} + T_R \frac{V_L T_0' - L_0}{V_L (T_0' - T_0)} \quad (3. 11)$$

となる。式(3. 11)から、ショックウェーブ継続時間 T_S は赤信号時間 T_R に比例すると共に $T_0' - T_0$ に逆比例する。そして $T_0' = T_0$ の時、 $T_S = \infty$ となる。

図3. 2は赤信号時間 T_R と T_S の関係を数値計算したものである。簡単のため $Ca = 0$ とした。この結果から明らかなように、 T_S は T_0' に大きく依存する。

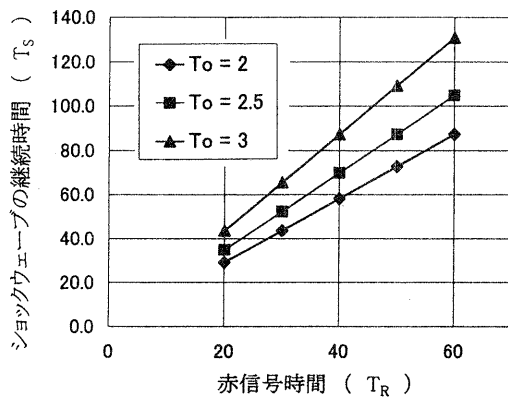


図3.2 車速40km/hでの赤信号時間(T_R)とショックウェーブの継続時間(T_S)の関係 ($T_0' = 5[s]$)

3.3 信号周期とショックウェーブ

信号周期は赤、黄、青それぞれの時間を加えたものである。ここでは黄信号を無視して簡単に信号周期は $T = T_R + T_G$ とする。ここで T_R は赤信号時間、 T_G は青信号時間である。

図3.1のモデル図で、ショックウェーブが青信号時間内で解消すれば交通流はスムーズに流れることになる。すなわち

$$T_S < T_R + T_G \quad (3.12)$$

が渋滞を起こさない為の条件となる(但し交差点前方が空いていて全ての車両が定常走行可能な時に限る)。

$T_S > T_R + T_G$ となると図3.3に示すようになる。入力車両の平均車頭時間 T_0' が T_0 より大きい場合 ($T_0' > T_0$) で示してある。この図から明らかに、 $T_S > T_R + T_G$ となると、ショックウェーブの伝搬特性が2つに分かれる。いまPhase1で初めて式(5.12)が成立しなくなり

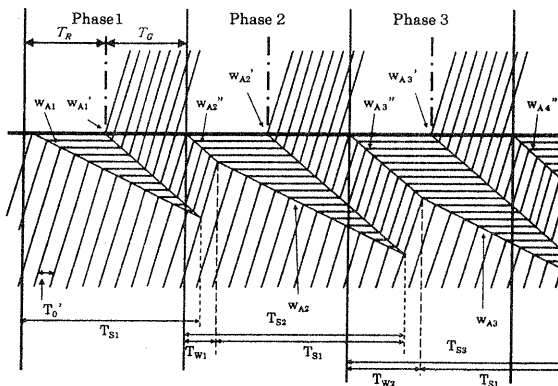


図3.3 $T_S > T_R + T_G$ の条件での $t-s$ ダイアグラム

$$T_{S1} > T_{R1} + T_{G1} \quad (3.13)$$

となったとすると、Phase2では、ショックウェーブの伝搬が w_{A2} に従うものと w_{A2}' に従うものに分かれる。信号の時間と入力車両密度 ($1/T_0'$) が変化しなければこの状態が続くことになる。

さて、 w_{A2}' の伝搬速度は w_{A1}' のそれに等しく u_A' (式(3.4))である。つまり伝搬速度 u_A' は $T_0' = T_0$ では $T_S = \infty$ となってショックウェーブは消滅しない。つまり、 w_{A2}' と w_{A2} は平行である。以下図のごとく w_{A3}' は w_{A3} と平行である。また、 w_{A2} 、 w_{A3} は w_{A1} と共に全て同じ傾斜をもち、これらは互いに平行である。

4. 渋滞へ向かう過程の考察

入力車両の車頭時間 T_0' が小さくなるにつれて、ショックウェーブの継続時間が長くなることを前節までで明らかにした。いま式(3.13)がある一定の条件で不変であると考えて (T_S 、 T_R 、 T_G が一定で $T_S > T_R + T_G$ の場合)、信号のサイクルが進むにつれてショックウェーブの消滅時間 T_S が長くなる様子を図3.3で概念的に示している。これを定量化する。

図5.4でPhase1で初めて $T_S > T_R + T_G$ となったと仮定する。青信号通過容量は既に求められており、 n とする。

T_{S1} で入車する車両数 n_{S1} は

$$n_{S1} = T_{S1} / T_0' \quad (4.1)$$

である。ここで小数点を切り上げることとする。

青信号で通過できない車両数 $n_{S1} - n$ 台である。 $n_{S1} - n$ 台が通過する時のショックウェーブ特性線は w_{A2}' で w_{A2}' と平行である。これが全て通過した後は w_{A2} 特性に従ってショックウェーブが消滅する方向に動くが、これに要する時間は T_{S1} に等しい。

Phase2で $n_{S1} - n$ 台が通過する時間 T_{w1} は

$$T_{w1} = T_0' (n_{S1} - n - 1) \quad (4.2)$$

である。これから、ショックウェーブが消滅する時間 T_{S2} は

$$T_{S2} = T_{w1} + T_{S1} \quad (4.3)$$

となる。Phase2で T_{S2} で入車する車両数 n_{S2} は

$$n_{S2} = T_{S2} / T_0' \quad (4.4)$$

である。

Phase3では $n_{S2} - n$ 台の車を取り残されることになる。以下同様に考えて、一般にPhase h のショックウェーブ消滅時間 T_{Sh} は

$$T_{Sh} = T_{wh-1} + T_{S1} \quad (4.5)$$

である。 T_{Sh} の時間内に入車する車両数 n_{Sh} は

$$n_{Sh} = T_{Sh} / T_0' \quad (4.6)$$

である。そして次のPhase $h+1$ で $n_{Sh} - n$ 台が通過する。この通過時間 T_{wh} は

$$T_{wh} = T_0' (n_{Sh} - n - 1) \quad (4.7)$$

である。

図4.1は信号のサイクルPhase h とそのPhaseで通過できず取り残される車の台数 $n_{Sh} - n$ の関係を計算した例である。ここで T_{wh} が青信号時間を超えると交差点を通過するのに何回も信号待ちをする状態になる。すなわち、 m を整数として

$$T_{wh} = m T_R + (m-1) T_G + T_a \quad (4.8)$$

と書くと、 m は信号待ちの回数である。

社)である。ここに本研究に携わった多くの学生諸君とともに、厚く感謝の意を捧げる。

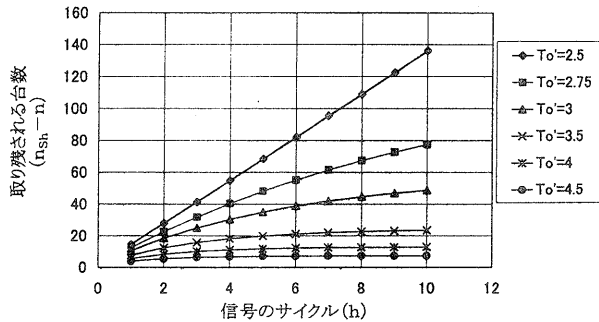


図4. 1 青信号で取り残される車の台数($n_{sh} - n$)と信号のサイクル(h)

5. おわりに

本研究で明らかになった結果を要約すると、

- 1) 車速が減少するときのショックウェーブは車両密度($1/T_0'$)が最大密度($1/T_0$)より小さいときは前方伝搬形(前進波)となる。
- 2) $T_0' = T_0$ では停滞形(停滞波)となる。
- 3) 車両停止によって生じるショックウェーブは後進波となる。
- 4) 信号周期内でショックウェーブが消滅しない時はショックウェーブ伝搬特性が2つの直線になる。

以上のように、交差点で生じる待ち車両列の生長と信号サイクルの関係が進入車の車頭時間 T_0' との関係で明らかになった

文献

- 1) 高木相：“道路交通のダイナミクス (I) —車両の発進特性と交差点スループット—”，情報処理学会、情報研報 Vol.99, No. 1 T S-4, p p. 25-32 (2000年3月3日)
- 2) 例えば Adolf D. May: “Traffic Flow Fundamentals”, Prentice Hall (1990)
- 3) 日本道路交通協会：“道路の交通容量”(昭和59年9月初版第1刷、平成10年第9刷発行)

謝辞

本研究は平成8年度から平成10年度まで、日本大学工学部情報工学科において、卒業研究として行った研究の一部である。本文の前半は平成10年度学生、五十嵐功君、後半は岡野雄一郎君の研究である。さらに、全般にわたってデータの整理してくれたのは、大学院学生、植野文高君(現クラリオン株式会社)