

道路交通のダイナミクス (IV)

— t-s ダイアグラムの定量化の基礎考察—

高木 相 藤木 澄義 谷口 正成 鈴木 伸夫

東北文化学園大学

本研究は、交通問題でもっとも重要かつ関心事である交通渋滞の生成と解消の過程を明らかにし、交通信号制御の適正化を計るための交通シミュレータの開発を目的としている。本文では、交差点における車両群の挙動を、車両の時空間特性 (t-s ダイアグラム) で定式化する。一つの交差点に着目して、車両群の挙動を t-s ダイアグラムによりモデル化し、車両の挙動を規制するパラメータと交通流の関係をショックウエーブ論から導出する。交差点に入る車両群と出る車両群の入出力関係を定式化して、渋滞の生成、解消の時空間特性を明らかにする。シミュレータ開発のために必要なパラメータ群と必要な関係式を取りまとめて示す。

Road Traffic Dynamics(IV)-Quantification of the t-s Diagram- T.Takagi S.Fujiki M.Taniguchi N.Suzuki (Tohoku Bunkagakuen University)

A traffic congestion problem is one of the most annoying things in today's motorized society. However, since the traffic behaviors are so difficult to analyze, no adequate counter measures have yet been applied to solve it. In this paper, the authors show analytically the behaviors of vehicles passing through single intersecting point which is controlled by a traffic signal, for that the time-space (t-s) diagram is used as a model and the shock wave theory is applied. The results of the analytical formulations may become a base to a practical road traffic simulation.

1. はじめに

道路交通問題のうち、渋滞問題は交通管理における最重要課題である。渋滞緩和のための方策のひとつに交通信号のインテリジェント制御方式があげられる。しかし、道路交通の複雑さから、その最適化は難しい現状にある。筆者らの一連の研究は、都市交通流の最適化を得ることを目的に、まず交差点における交通流のダイナミクスを明らかにし、ついで、交通信号の面制御法を明かにしようとするものである。本文では、一交差点における交通流を表す車両の時空間ダイアグラム (t-s ダイアグラム) をショックウエーブの性質から定量化することを試みる。

2. これまでの報告の取りまとめ

2.1 交差点における車両の発進特性と青信号スループット¹⁾

青信号スループットとは、赤信号で出来た車列が十分長いき、次の青信号で通過出来る車両数 (通過容量) をいう。赤信号点灯時を $t=0$ とすると、青信号点灯時刻は $t-T_R$ である (ここでは黄信号は無視している)。そうすると、青信号点灯時から t 秒後の交差点通過車両数 n_t は、

$$n_t = \frac{V_L(t-t_B-T_R)+d_B}{V_L T_0 + L_0} + 1 \quad (2.1)$$

と書ける。ここで、 $t=T_G$ とおけば、青信号スループット n_{T_G} が得られる。ここで、

V_L : 車両の定常速度

T_R : 赤信号時間

T_G : 青信号時間

t_B : 車両発進時の加速時間

d_B : 車両発進時の加速距離 ($(1/2 \cdot \alpha t_B^2)$)

α : 加速度

T_0 : 発進車両群の平均車頭時間 (最短車頭時間)

L_0 : 停止車両の平均道路占有距離

である。これらの定数は測定値によって与えられる。

2.2 ショックウエーブの性質²⁾

図 2.1 は交差点における車両群の挙動を時間-距離特性として示したものである。この曲線群を時空間ダイアグラム (time-space diagram)、略して t-s ダイアグラムという。ここで T_0' は T_0' : 交差点へ進入する車両群の平均車頭時間である。

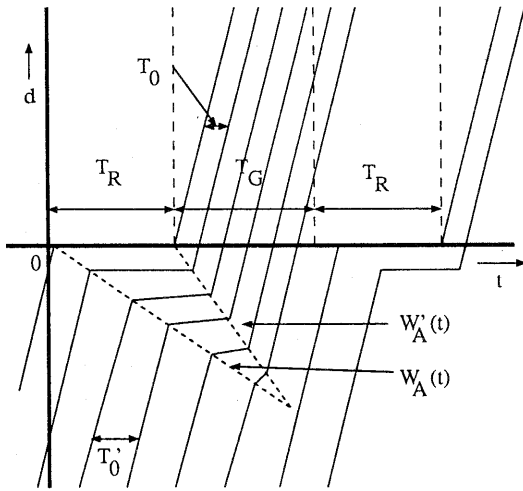


図 2.1 交差点で出来るショックウェーブ

ショックウェーブは図中 $W_A(t)$ と $W'_A(t)$ に囲まれた部分を指す。 $W_A(t)$ は波頭、 $W'_A(t)$ は波尾である。一般にこれらは直線ではないが、ここでは T'_0 と T_0 を一定(平均値)としているので、直線となる。それぞれは

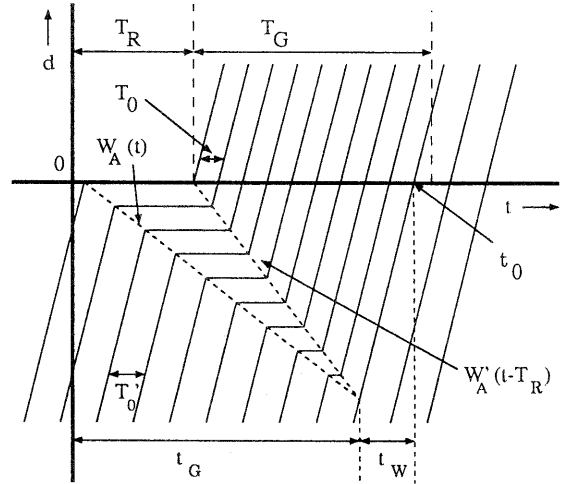
$$W_A(t) = \frac{-V_L L_0}{V_L T'_0 - L_0} t + h \quad (2.2)$$

$$W'_A(t) = \frac{-V_L L_0}{V_L T_0 - L_0} (t - T_R) \quad (2.3)$$

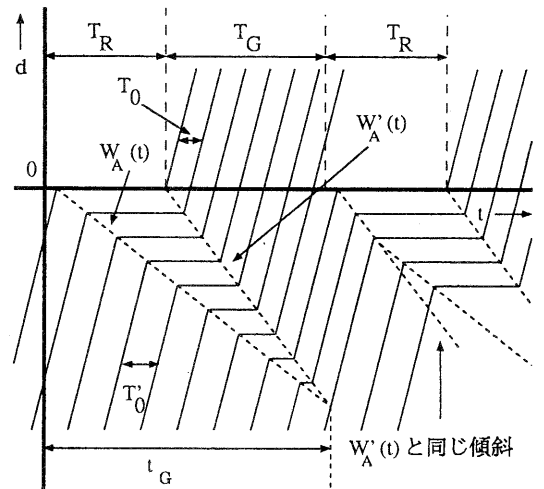
と書ける。ここで h は赤信号点灯時に先頭車が交差点の停止位置からどれだけの距離離れているかという値である。当然 h は確率的な量であるが、 $V_L T_0$ (最短車頭距離) より小さいのでここではこの値はここでは無視して、 $h=0$ として扱うこととする。渋滞のない状態では $T'_0 > T_0$ あるから、 $W_A(t)$ の傾斜は $W'_A(t)$ のそれより小さい。 $T'_0 = T_0$ となると (渋滞の極限状態)、 $W_A(t)$ と $W'_A(t)$ は平行となる。

2.3 交差点で生じる車列形成のダイナミクス

図 2.2 は T_0 なる平均時間で交差点に進入する車列が赤信号によって停止し、そこに出来た車両列が、以後の青信号によって変化する様子を $t-s$ ダイアグラムで示している。(a) は次の青信号時間内 (T_G 内) で車列が解消する場合、(b) は解消しない場合を示している。



(a) T_R で出来た車列が次の T_G 間で解消するとき



(b) T_R で出来た車列が次の T_G 間で解消しないとき

図 2.2 赤信号時間 (T_R) でできた車両列が次の青信号時間 (T_G) で解消する経過のモデル図

(b) の場合が継続すると渋滞に至る。ここで特徴的なことは次の赤信号時間内で $W'_A(t)$ と同じショックウェーブが発生することである。ショックウェーブの終息時間 t_G は(2.2)、(2.3)式から $W_A(t_G) = W'_A(t_G)$ より

$$t_G = T_R \frac{T_0' - L_0}{T_0' - T_0} \quad (2.4)$$

となる。

ショックウェーブの終息点 ($t_G, W_A(t_G)$) (または ($t_G, W_A'(t_G)$)) を通過する車両が交差点に達する時間 t_0 (図 2.2 (a)) が丁度青信号点灯時となるように青信号時間 T_G を決定すれば、局所的には最も合理的である。ただしこれは実用的には意味が薄い。何故なら、交差点の車の流れは 4 つ (順方向、逆方向、左右方向) あるからその中の特定のひとつを選んで最適化してもすぐに役立つとは考えられない。しかし一応この条件を求めておこう。

図 2.2 (a) で t_0 は t_G と t_w の和 ($t_0 = t_G + t_w$) である。 t_w は

$$t_w = \frac{|W_A(t_G)|}{V_L} (= \frac{|W_A'(t_G - T_R)|}{V_L}) \quad (2.5)$$

であるから、

$$t_0 = \frac{T_R \frac{L_0}{V_0}}{T_0' - T_0} \quad (2.6)$$

となる。ここで

$$t_0 = T_R + T_G \quad (2.7)$$

となれば局所的にはもっとも効率のよい条件となる。

(2.6)式で与えられる t_0 が信号の 1 周期 $T = T_R + T_G$ より短いとき、すなわち

$$t_0 < T_R + T_G \quad (2.8)$$

のとき、青信号点灯時 ($t = T_R$) から $t = t_0$ までの間に交差点を通過する車両数 n_{t_0} は

$$n_{t_0} = \frac{V_L(t_0 - t_B - T_R) + d_B + 1}{V_L T_0 + L_0} + 1 \quad (2.9)$$

$$(t > t_B + T_R)$$

である。

注) 文献 3 で T_D なる車両発進遅れ時間を導入して簡単化することを考えたがこれは有効な手段ではないことが分かったので本文ではこの考えは捨てている。一応どういふことかを記録に留めておくことにする。

式(2.7)となるようにしたとき、 T_D なる車両発進遅れ時間を導入して

$$t_G + t_w = T_R + T_G - T_D \quad (2.10)$$

としたとすると、

$$t_w = \frac{|W_A(t_G)|}{V_L} = \frac{|W_A'(t_G - T_R)|}{V_L} \quad (2.11)$$

であるから、(2.4)、(2.10)、(2.11) から

$$\frac{T_R + T_G - T_D}{T_0'} = \frac{T_G - T_D}{T_0} \quad (2.12)$$

が得られる。この式の右辺は青信号スループットを、左辺は交差点への進入車両数を与えているように見える。定性的にはこの両者が等しい時が直進方向に限って最適な信号関係である。

(2.12)式はしかし実際とは異なる。すなわち、 T_D は車両が発進して定常速度に達するまでの時間であるが、この値は定常速度 V_L が大きくなればなるほど大きくなり、(2.12)式の右辺(青信号スループット)の値は小さくなることになる。しかし実際は V_L が大きくなれば青信号スループットは大きくなる¹⁾ ことから (2.12)式は適用できない。

2. 4 まとめ

前報告までの結果を要約すると

- 1) 交差点で青信号点灯時から t 秒後の通過車両数を与えた ((2.1)式)
- 2) 交差点でできるショックウェーブの性質を記述した ((2.2)、(2.3)式)
- 3) 赤信号でできる車両待ち行列の生成と青信号でその車両列が解消して行く様子をショックウェーブ論から記述した (ショックウェーブの継続時間(終息時間)) ((2.4)式)

以上 1)、2)、3) の結果は交差点を含む道路交通流を定量的に把握するための基礎を与えている。

3. $t-s$ ダイアグラムの定量化のため

のモデルの設定

信号周期(赤、青)(黄信号は無視する)の繰り返しによって、車両待ち行列は変化するが、次の 2 つの場合が重要と考えられる。すなわち、

- 1) 待ち行列長が増加して行く場合(渋滞に向かう場合)
- 2) 渋滞した待ち行列長が減少して行く場合(渋滞が解消に向かう場合)である。

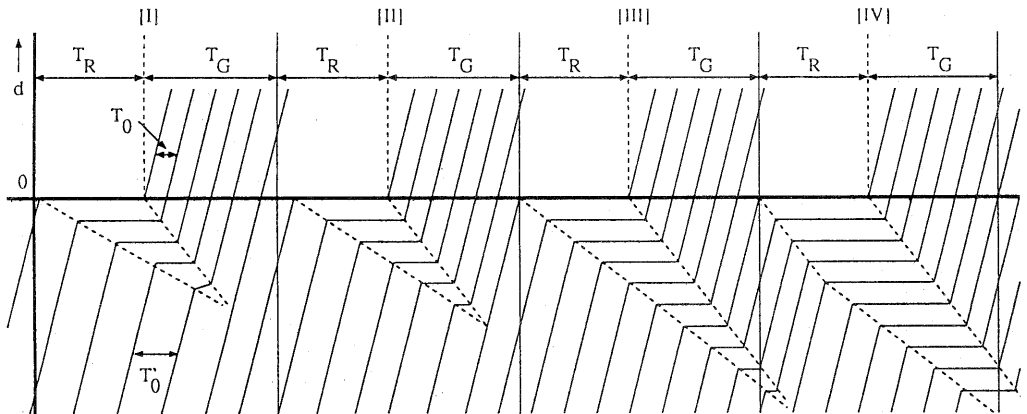


図 3.1 渋滞に向かうときの信号周期とショックウェーブの変化

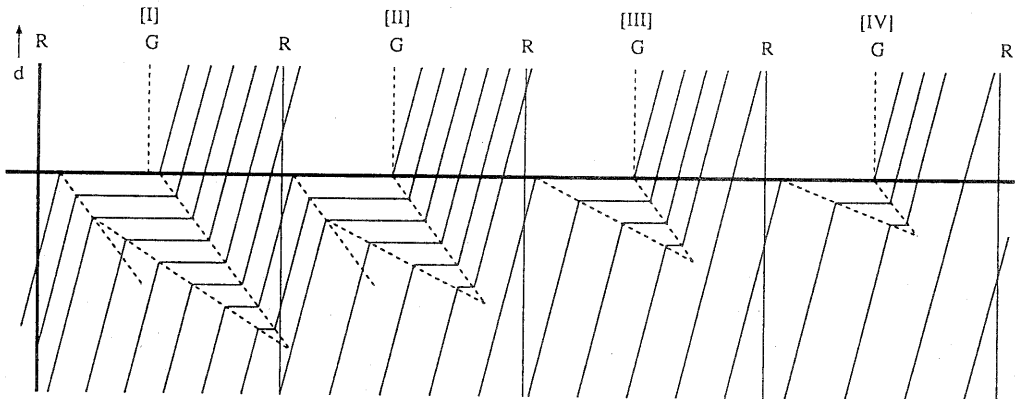


図 3.2 渋滞解消に向かうときのショックウェーブの変化

図 3.1 は 1) の場合の $t-s$ ダイアグラムを、図 3.2 は 2) の場合の $t-s$ ダイアグラムをそれぞれモデル的に示したものである。ともに注目すべきはショックウェーブの変化である。すなわち、渋滞に向かうときはショックウェーブが成長し、渋滞が解消に向かうときはそれが縮小する。

4. $t-s$ ダイアグラムの定量化表現

図 3.1、3.2 のようなショックウェーブを定量的に記述することを考える。このために、図 3.1 の [I], [II], [III], [IV] について考察し、これを基礎にして進めることとする。

4.1 赤信号でできる車列が次の青信号内で余裕をもって解消する場合 (図 3.1 の [I])

この場合の $t-s$ ダイアグラムを表現記号を含めて

図 4.1 に示す。

青信号点灯時 ($t = T_R$) から、ショックウェーブ終息点 $P (t_G, W_A' (t_G - T_R))$ を通過する車両

が交差点を通過する時間 $t = t_0$ までの通過車両数 n_{t_0} は (2.1) 式から (2.9) 式で与えられており、 t_G は (2.4) 式、 t_w は (2.5) 式で計算され、結局 t_0

($= t_G + t_w$) は (2.6) 式のように計算されている。

以上整理して必要な式を再記する。われわれの興味は交差点を通過する車両数 (台数) である。

$t = T_R$ (青信号点灯時) から $t = t_0$ までの間の通過車両数 n_{0t_0} は

$$n_{G0} = \frac{V_L(t_0 - t_B - T_R) + d_B + 1}{V_L T_0 + L_0} \quad (4.1)(2.9)$$

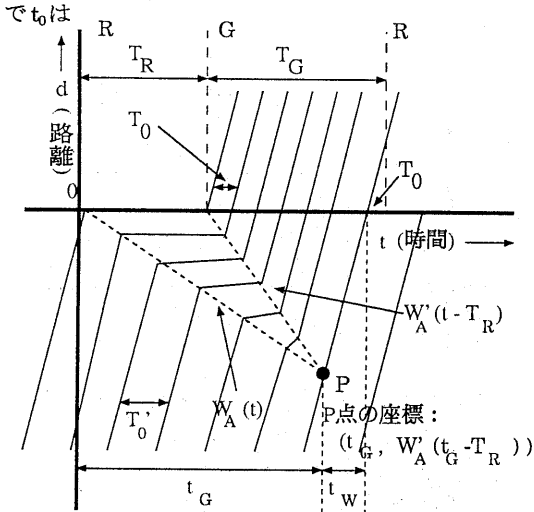


図 4.1 赤信号でできる車列が次の青信号時間内で余裕をもって解消するときの $t-s$ ダイアグラム

$$t_0 = \frac{T_R \frac{L_0}{V_L}}{T_0 - T_0} \quad (4.2)(2.6)$$

である。(4.1)式で小数点以下は切り上げて整数とするものとする。以下の計算も同様である。

青信号の残り時間 $T_R + T_G - t_0$ 間に通過する車両数 n_{TG-0} は

$$n_{TG-0} = \frac{T_R + T_G - t_0}{T_0} \quad (4.3)$$

である。

以上この場合の全通過車両数 n_I は

$$n_I = n_{G0} + n_{TG-0} \quad (4.4)$$

である。

4.2 $t_0 - T_R = T_G$ となる場合 (図 3. 1 の [II])

(4.1) 式から $t_0 = T_G + T_R$ と置けば(4.3)式から当然 $n_{TG-0} = 0$ であり、(4.1)式から

$$n_{G0} = n_{TG} = \frac{V_L(T_G - t_B) + d_B + 1}{V_L T_0 + L_0} \quad (4.5)$$

となり、これは青信号スループットである。

4.3 待ち車両が次の青信号時間内で全部通過できず取り残される場合 (図 3.1 の [III])

この場合の $t-s$ ダイアグラムを図 4.2 に示す。当然のことながら、この場合の通過車両数は青信号スループット((4.5)式)以上にはならない。取り残された車両は再び赤信号で車列を作る。この場合、取り残された車両は最短車頭時間 T_0 で発進するからショックウェーブは W'_A と平行なものとなる³⁾。

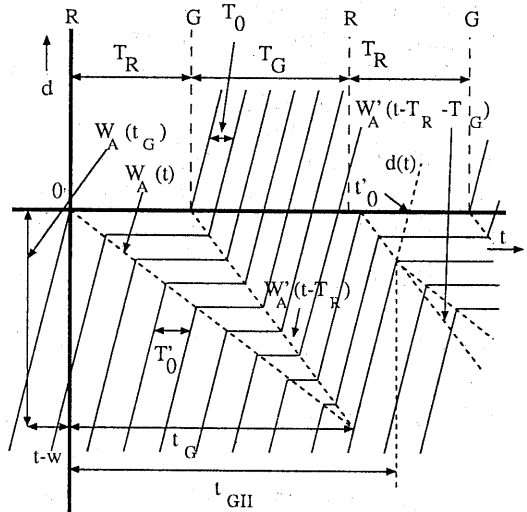


図 4.2 停止車列が次の青信号内で通過できず取り残される場合の $t-s$ ダイアグラム

ここで知りたい量は取り残される車両の数である。これは図 4.2 で $t_G + t_w$ の間に何台車両が進入したかを知り、これから青信号スループットを差し引いたものとして求まる。すなわち、取り残された車両数 n_{-TG} は

$$n_{-TG} = \frac{t_G + t_w}{T_0} - n_{TG} \quad (4.6)$$

である。 t_w は図 4.1 の t_w と同様に計算すると(2.5)式と同様で、結局

$$t_G + t_w = \frac{T_R T'_0}{T_0 - T_0} \quad (4.7)$$

となる。よって、取り残される車両数 n_{-TG} ((4.6)式) は

$$n_{-RG} = \frac{T_R}{T'_0 - T_0} n_G = \frac{t_G}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} n_G \quad (4.8)$$

となる。 $t_G \leq n_G(T'_0 - \frac{L_0}{V_L})$ なら取り残される車両は

ない。

さて、(4.8)式の n_{-RG} は次の赤信号で車列を作る。この車列が作るショックウェーブは $W'_A(t - T_R)$ と平行である³⁾。時間のシフトを考慮すると $W'_A(t - T_R - T_G)$ である。このショックウェーブの継続時間を t_{GN} としてこれを求める。

図 4.2 で t_G で終わるショックウェーブの終息点を通る車両軌跡 $d(t)$ が $d(t) = 0$ となる時間を t'_0 とすると、この時刻は(4.8)式の取り残された車両が、もし赤信号でなければ通過した時刻となる。そうすると

$$\frac{t'_0 - T_R - T_G}{T_0} = n_{-G} \quad (4.9)$$

が成立する。そして、 $d(t) = V_L t + U$ を一般式として、

$$d(t'_0) = V_L t'_0 + U = 0 \quad (4.10)$$

一方、

$$W'_A(t_{GN} - T_R - T_G) = V_L t_{GN} + U \quad (4.11)$$

が成立する。(4.9)式より、

$$t'_0 = n_{-G} T_0 + T_R + T_G \quad (4.12)$$

である。よって(4.10)、(4.11)から t_{GN} は

$$t_{GN} = n_{-G} T_0 \frac{L_0}{V_L} + T_R + T_G \quad (4.13)$$

となる。

4.4 ショックウェーブが2つに分かれる場合の $t-s$ ダイアグラム (図 3.1 の [IV])

青信号で取り残された車両群は次の赤信号で再び停止して待ち行列を作る。そして、赤信号が点灯してから t_{GN} までのショックウェーブは W'_A である。 t_{GN} を過ぎるとそこに出来るショックウェーブは W_A に変わる。このときの $t-s$ ダイアグラムをモデル的に図 4.3 に示す。

ここでの課題は、 $W'_A(t)$ から $W_A(t)$ へ変化したときの $W_A(t)$ を決定して t_G を求めることである。 $W_A(t)$ は $W'_A(t)$ と $t = t_G$ で交わる。よって、

$$W'_A(t) = -\frac{V_L L_0}{V_L T'_0 - L_0} t \quad (4.14)$$

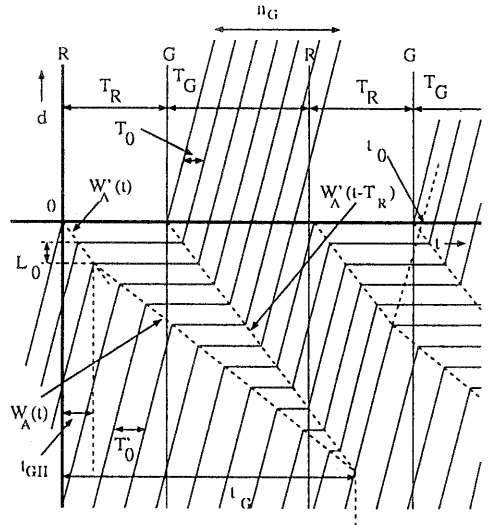


図 4.3 ショックウェーブが2つに分かれるときの $t-s$ ダイアグラム

であるから、 $W_A(t)$ を

$$W_A(t) = -\frac{V_L L_0}{V_L T'_0 - L_0} t + K \quad (4.15)$$

と置いて、 $W'_A(t) = W_A(t)$ ($t = t_{GN}$) から K を求めて(4.15)式を求めると

$$W_A(t) = -\frac{L_0}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} \left(t + \frac{T'_0 - T_0}{T_0 - \frac{L_0}{V_L}} t_{GN} \right) \quad (t \leq t_{GN}) \quad (4.16)$$

を得る。

次にショックウェーブ終息時間 t_G を求める。

$W'_A(t) = W_A(t - T_R)$ ($t = t_G$) から t_G を求めると t_{GN}

$$t_G = t_{GN} + \frac{T_R(T'_0 - \frac{L_0}{V_L})}{T'_0 - T_0} \quad (4.17)$$

が得られる。ここに t_{GH} は(4.13)式であるが原点の取り方で T_R+T_G の何倍かの座標シフトがある。

(4.17)式は図 4.3 に示すように、同じ信号サイクルにおける t_{GH} からそのサイクルの t_G を求める式であるが実際的には前の信号サイクルでの $t_G (=t_G')$ とする) から次のサイクルの t_{GH} を求める式が必要である。すなわち、図 4.4 に示すように、前のサイクルの $t_G (=t_G')$ が分かっているものとして、次のサイクルにかかる t_{GH} を求める。図 4.4 で

$$W'_A(t-T_R-T_G) = \frac{V_L L_0}{V_L T_0 - L_0} (t-T_R-T_G) \quad (4.18)$$

$$W'_A(t-T_R) = \frac{V_L L_0}{V_L T_0 - L_0} (t-T_R) \quad (4.19)$$

$$d(t) = V_L t + U \quad (4.20)$$

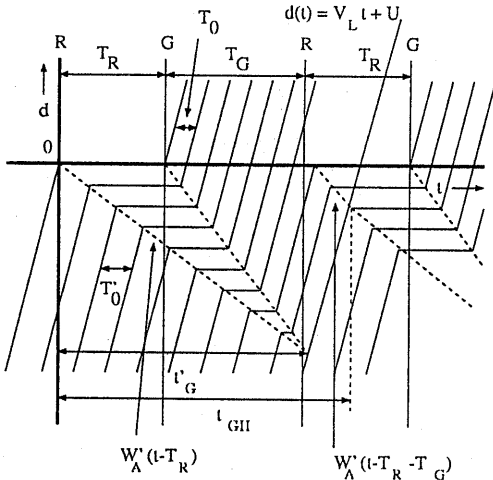


図 4.4 前のサイクルの $t_G (=t_G')$ と次のサイクルにかかる t_{GH} の関係

から、(4.20)式は t_G を通り、 t_G で(4.19)式と交わること、また、(4.20)式は(4.18)式と t_{GH} で交わることから、

$$t_{GH} = t_G' + \frac{L_0 T_G}{V_L T_0} \quad (4.21)$$

と求まる。ここで求まった t_{GH} を(4.17)に代入すると、

$$t_G = t_G' + \frac{L_0 T_G}{V_L T_0} + \frac{T_R(T_0 - \frac{L_0}{V_L})}{T_0 - T_0} \quad (4.22)$$

が得られ、前のサイクルのショックウェーブ終息時間 t_G' を与えて現サイクルのショックウェーブの終息時間 t_G を知ることが出来る。

なお、 $t = t_G$ の時点での待ち車両数 n_{tG} は容易に分かるように

$$n_{tG} = \frac{W'_A(t_G - T_R)}{L_0} = \frac{t_G}{T_0 - \frac{L_0}{V_L}} \quad (4.23)$$

である。ここに L_0 は停車中の車両が占有する道路長である。

4.5 交差点における車列形成

交差点で車両の取り残しが無いときは簡単であるが、長い車両列が出来ているときはショックウェーブの継続時間 t_G (または n_{tG}) を自動的に測定することは難しい。しかし、交差点から離れた場所に設置したカウンタによって進入する車両の平均車間時間 T_0 を測定して、計算によって推定することが出来る。いま、観測時間を T_M とすると、

$$T \text{ 秒間に進入する車両数} = \frac{T_M}{T_0} \quad (4.24)$$

である。 T_M を十分大きくとり、例えば信号 M サイクル分とすると、交差点を出て行く車両数は Mn_G である。よって、

信号 M サイクル間に取り残される車両数

$$= \frac{MT}{T_0} - Mn_G = M\left(\frac{T}{T_0} - n_G\right) \quad (4.25)$$

である。ここに $T=T_R+T_G$ (信号周期) である。

(4.25)式で表される車両数は図 4.4 の $W'_A(t)$ の部分の車両数である。これから(4.13)式によって、 t_{GH} が求まる。(4.17)式から t_G が、これを t_G' としして次のサイクルの t_G が (4.22) から求まる。そして、この時点での待ち車両数 n_{tG} が(4.23)式で求められる。このようにして時点、時点における交通状態が把握できることとなる。

5. あとがき

以上でひとつの交差点で直進方向のみを考え、信

号が赤と青（黄信号を無視）の場合について、交差点における車両群の時空間特性（ $t-s$ ダイアグラム）から車両待ち行列のダイナミクスを定量的に記述する式を導出した。

文献

- 1) 高木 相：“道路交通のダイナミック（I-車両の発進特性と交差点スループット-” 情報研報

Vol. ITS-4 (2000-03)

- 2) 高木 相：“同（II）-交差点車両生成とショックウエーブの挙動-” 情報処理学会、ITS研究会（1-13）（2000-05）
 3) 高木 相、藤木澄義、谷口正成、鈴木伸夫：“同-交差点で生じる車列形成のダイナミクス-” 同上、（2-6）、（2000-09）

表 5.1 車両の挙動を記述するための記号等

V_L : 定常走行時の車両速度[m・s ⁻¹]; 測定値	T_G : 青信号時間[s]
d_B : 加速終了時の走行距離[m]	T_R : 赤信号時間[s]
T_0 : 最短車頭時間の平均値[s]; 2~3秒 (測定値)	L_0 : 車両停止時の平均道路占有距離[m]; 約7m (測定値)
T_0' : 自由走行時の平均車頭時間[s]; 測定値	T : 信号周期 ($T_R + T_G$)
	t_B : 車両発進時の加速時間[s]

表 5.2 交差点における車両の挙動を記述するための計算式

<p>待ち行列の青信号発進特性 ($t = T_G$で青信号スループットとなる)</p> $n_t = \frac{V_L(t - t_B - T_R) + d_B + 1}{V_L T_0 + L_0}$ <p>ショックウエーブの継続時間 (前の信号で) 取り残しが無いとき ($t = 0$は赤信号点灯時)</p> $t_G = T_R \frac{T_0' - \frac{L_0}{V_L}}{T_0' - T_0}$ <p>(前の信号で) 取り残しがあるとき</p> $t_G = t_{GH} + \frac{T_R(T_0' - \frac{L_0}{V_L})}{T_0' - T_0}$ <p>$t_{GH} = t_G + \frac{L_0 T_0}{V_L T_0}$ (前の信号で取り残された車両が作るショックウエーブ長) (t_G'は前の信号の t_G)</p> <p>$t = t_G$の時点での待ち車両の数</p> $n_{tG} = \frac{t_G}{T_0 - \frac{L_0}{V_L}}$

<p>信号Mサイクルで取り残される車両数</p> $n_{-M} = M \left(\frac{T}{T_0} - n_G \right)$ <p>取り残された車両数が次の赤信号で作るショックウエーブ長 ($t = 0$は当該信号サイクルの赤信号点灯時)</p> $t_{GH} = n_{-M} \left(T_0 - \frac{L_0}{V_L} \right)$ <p>当該信号サイクルのショックウエーブ継続時間</p> $t_{GH} = n_{-M} \left(T_0 - \frac{L_0}{V_L} \right)$ <p>当該信号サイクルのショックウエーブ継続時間</p> $t_G = t_{GH} + \frac{T_R \left(T_0' - \frac{L_0}{V_L} \right)}{T_0' - T_0}$ <p>待ち車両 (n台) が通過出来る信号待ち回数M</p> $M = \frac{n}{n_G}$ <p>(少数以下切り上げ)</p> <p>待ち車両 (n台) が通過出来る時間</p> $T_M = T \frac{n}{n_G}$
