解　説

2. 諸科学に見られる不動点論の散策

2.2 力学モデルにおける時間

――力学系の基礎をなす時間概念の非絶対性について†――

佐　藤　文　隆††

1. 力学系の時間

「不動点」という概念は力学系の問題として重要なものであり，その発端はその名が示すように物理学的運動論にあった．したがって物理学の立場から，今回の統一テーマについて発言するにはぼう大な知見をふまえて行わねばならないのかも知れない．しかし，私自身はこの方面の専門家でもないし，その記述はあまりにも“まとも”なものになってしまうであろう．このような“いい訳”のもとにここではやや変わった話題について書くことにする．

確かに $\dfrac{\mathrm{d}X^i}{\mathrm{d}t}=f^i(X^j)$

という力学系の方程式はハミルトン形式による力学の変数 (q_a, p_a) を座標とする位相空間 (Phase Space) 内での解曲線を与える方程式の考察から出発したようである[1]．しかし，今日，この型の方程式は自然，社会に広くみられる現象を記述することが知られている．そして多くの場合，この式に現れる t は時間である．X^i が力学で記述される変数でなくても，t が時間であるのなら，やはり変数 X^i に関するダイナミクスを扱うわけであり，それをほん訳すればやはり“力学”となる．時間とともに変化する量に関する理論が力学系となる．

ところが空間 X^i に与えられるベクトル場 $f^i(X^j)$ は流れの場を決めるから，ある点 X^i_0 を決めれば，過去・未来においてそれと連なっている X^i の一つの解曲線が定まる．そうすれば X^1 がいくらのときは X^3 はいくらだといったことが分かる．（もちろん，不動点とか特異点とかいう点に解曲線が連なっておれば問題は複雑になるがしばらくそのような点はないと仮定しておく.）すなわち変数間の相関が与えられるわけである．そして関心のある変数 X^i 間の相関を問題にしているなら，これで十分であり時間 t の顔の出す場面はなくなる．

もちろん，初期値 X^i_I が最終値 X^i_F にいたるまでの時間というものにも関心があるのだといい出す人がおるであろう．この人の関心を「相関」の概念で表現するなら，(X^i_I, t_I) を初期値としてする解曲線上で X^i_F と相関している t_F は何か？ということになる．この表現に徹するならわれわれは変数 X^i $(i=1,\cdots,n)$ に追加して時間 $X^{n+1}=t$ を加え

$$\frac{\mathrm{d}X^i}{\mathrm{d}t}=f^i \quad (i=1,\cdots,n)$$
$$\frac{\mathrm{d}X^{n+1}}{\mathrm{d}t}=1 \tag{1.1}$$

とすればよいことが分かる．あるいは，解曲線に沿ったパラメータ λ を導入して

$$\frac{\mathrm{d}X^i}{\mathrm{d}\lambda}=g^i \quad (i=1,\cdots,n+1) \tag{1.2}$$

と定義し直してもよい．

このようにして「関心のある量」は全て変数として扱い，それらの間の相関に着目するという方針に首尾一貫したほうが話はすっきりする．元の式はこの方針に反していた．時間にも変数並に関心があるのに，それだけをママ子扱いにしていたのである．時間というのは一見そういう妙な変数なのである．

2. 量子力学における時間

しばらく物理学の話しをする．量子力学の基本方程式はシュレーディンガ方程式，

† Time in Dynamical Model by Humitaka SATO (Kyoto University, Department of Physics).

†† 京都大学理学部物理教室

$$-i\frac{\partial}{\partial t}\psi = H(p_a, q_a)\psi, \tag{2.1}$$

である．ここでハミルトニアン H はオペレータで正準共役変数 p_a, q_a は次のような交換関数を満たす

$$[p_a, q_a] = -i\hbar.$$

普通は q_a 表示を用いて $p_a = (\hbar/i)\partial/\partial q_a$ とおいて，シュレーディンガ方程式は波動関数 ψ についての微分方程式となり，

$$\psi = \psi(q_a, t)$$

といった一つの状態を決める波動関数が定まる．

これをどう使うかというと，時間 t における q_a の分布は

$$|\psi(q_a, t)|^2 dq_1 dq_2 \cdots dq_a \tag{2.2}$$

で与えられる，といった確率の計算に用いられる．q_1, q_2 のある範囲を指定したときに q_3 はどんな値をとる確率が高いか？ といった推定に役立つわけである．時刻 t が変化すれば確率の高い q_3 の値も時間的に変化していく．

ψ が q_a と t の関数だからといって両者を同じ資格の変数とみなすことはできない．すなわち，q_a の組を指定したときに最も確率の高い t は何時か？ という問いかけは意味をなさないからである．なぜなら ψ は普通は

$$\int \cdots \int |\psi(q_a, t)|^2 dq_1 \cdots dq_a dt = \infty \tag{2.3}$$

となって規格化できないからである．すなわち，t は明らかに他の物理変数と同一とはみなせないのである．

それなら観測不可能な量なのかというとそうでもないのである．量子力学で観測量はオペレータとして扱わねばならないのに時間はそのようには扱われていない．しかし，観測可能な物理量だという，まったく裏口入学的な資格で登場しているのである．要するに時間というのはここでも実は得体の知れない存在なのである．

3. 外部時間と内部時間

これまで述べてきたことを少し一般化していうと，時間という変数をいま考えている系の内部変数に含めるのか，それともいま問題にしている系に含まれない外部変数とみなすかという選択であるといえる．シュレーディンガ方程式の時間 t は明らかに外部変数であって，これを内部変数扱いにする方法はすぐには見当つかない．それに対し古典的な力学系ではいずれの見方にも変換可能なように思える．

内部変数とみなすということは他の変数と同質のものとみなすということである．力学でいえばそれはまさに時間を物質化した時計という概念に当たる．われわれが現実にやっていることはまさに時計変数と他の変数との相関をみることである．時計変数まで含めて，関心のある変数を全て対等に扱うことにして，そのような変数で張られる空間を導入すればよいのである．

さていままでは外部変数としてあった時間を内部変数に取り込む発想について述べたが，今度は逆に，内部変数の組の中から時計変数にふさわしいものを選び出すことはできないか？という問題を考えてみよう．ここで“時計変数にふさわしい”とはどういうことかが問題になる．

いま図-1 のように変数 X^1 と X^2 が相関していたとする．X^1 を決めれば X^2 は決まるが，X^2 を決めても X^1 は決まらない．いずれが時計変数にふさわしいかといえばだれでも X^1 のほうであるというであろう．なぜなら，X^1 のある値に対して他の変数の値が一意的に決まるからである．$t = X^1$ として他の X^i が全て $X^i(t)$ と書ければ，まさに t は時間と呼ぶにふさわしい．多次元空間 X^i $(i=2, \cdots, n)$ を X^1＝一定の面でスライスして見たときに解曲線がこの面を一回しか横切らなければよいのである．(図-1(b)) X^1＝一定の面を同時刻面とみなせる．

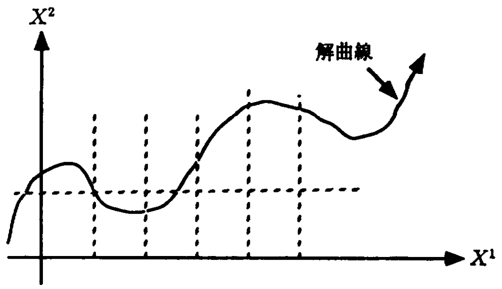
このような面は多分いろいろ取れるであろう．同じ解曲線を

$$x^\alpha = g^\alpha(X^i), \quad \alpha = 1, \cdots, n \tag{3.1}$$

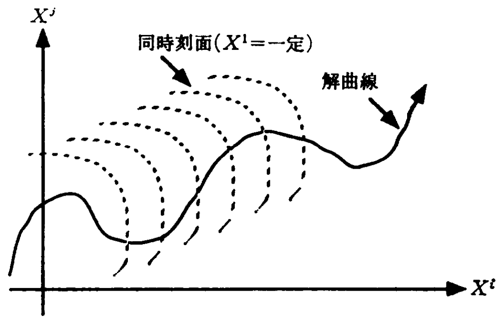
なる新しい変数でみることにして，たとえば x^1＝一定の曲面をやはり解曲線は1回しか横切らないように選べる．しかし

$$x^1 = \frac{1}{C - X^1}$$

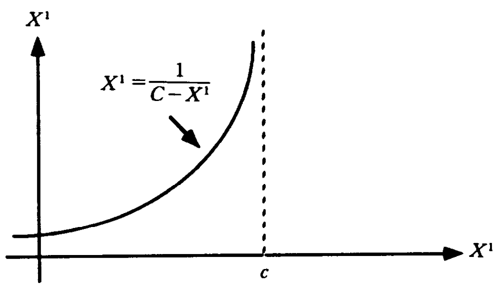
のようであれば $X^1 \to C$ で x^1 は ∞ まで変化する．(図-1(c)) “時間” x^1 が ∞ までなっても C より右側の解曲線は記述できないことになる．ここで気がつくことは時計変数の全変域をとっても問題にしている空間の一部しかカバーしないようなスライスの仕方は時間としてふさわしくないということである．もちろん $-\infty$ まで含めれば



(a) 内部変数 X^1 は X^2 よりも時計変数として適切



(b) 内部変数 X^1 が時間 t となり得る条件



(c) 解曲線の一部 ($X^1<C$) のみを記述できる不良な時間 x^1

図-1 内部変数からの時計変数の選択

よいが，時計の針が $+\infty$ の次は $-\infty$ であるというのは適当でない．

4. 外部のない系：宇宙

解曲線の流れが図-1 のようにおとなしい場合は時計変数の導入はできたが，一般にはそれが不可能である．n 次元の空間を $n-1$ 次元の超平面でスライスしたときに解曲線は1回だけ横切り，かつ，この超平面が n 次元空間の全ての領域をカバーする．こういう超平面がある場合が時計変数があるといえる．もしカバーしない領域があればそこでは“時間”はないことになる．また同じ超平面を何回も横切るのでは時間の逆転が起こることになる．

このように，時間変数となる超平面が存在するのはずいぶん特殊な場合に限られるようにみえる．しかし，それにしてもわれわれがいつも時間的に物事をみることができるのはなぜであろうか．時間はやはり外部変数として考えねばならないのであろうか．

それではある系の記述を常に外部を設定して考えることが許されるのであろうか？ それが不可能なことを簡単に教えてくれるのが宇宙という系である．宇宙という閉じた系を考えれば定義からいって外部はない．時計変数も内部変数の中から調達してこなければならなくなる．このことは最近の宇宙の起源にかかわる量子宇宙という研究分野で問題になっていることである[2]．

以下でしばらく，本筋から離れるかも知れないが，時間というものを現在の量子宇宙論の物理学がどう考えるかを解説してみる．

5. 一般相対論の時間

一般相対論によれば空間自体が可変な物理的対象である．いま閉じた定曲率空間を宇宙モデルとして考えることにすれば4次元時空の線素は

$$dS^2=N^2d\lambda^2-a^2d\Omega_3^2 \tag{5.1}$$

と書ける．N と a が時空を表す変数となり，この力学は作用

$$I=\int L(q_\alpha, q'_\alpha/N)Nd\lambda \tag{5.2}$$

から導かれる運動方程式によって決まる．$q'_\alpha\equiv dq_\alpha/d\lambda$．ハミルトン形式で書けば I は

$$I=\int(p_\alpha q'_\alpha-NH)d\lambda \tag{5.3}$$

となる．H は $N=1$ として書き下したハミルトニアンである．(5.3)式をみると N はラグランジュの未定定数であって，この力学は

$$H=0 \tag{5.4}$$

という拘束条件のもとに解かれるべきものとなる．

これは式(5.3)の再パラメトリ化不変性という対称性に起因する一般的なことである[2]．(5.3)式は

$$\lambda\to\bar{\lambda}=f(t),\quad N\to\bar{N}=N(d/fd\lambda)^{-1} \tag{5.5}$$

なる $(\bar{\lambda}, \bar{N})$ に移っても不変であるという対称性をもつ．簡単のため

$$L=\frac{1}{2}\left(\frac{q'}{N}\right)^2-V(q) \tag{5.6}$$

とすれば,

$$\delta I(q,q';N)=\frac{q'}{N}\delta q\Big|_{\lambda_1}^{\lambda_2}-\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}d\lambda \times\left\{\left[\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{q'}{N}\right)+N\frac{dV}{dq}\right]\delta q+\left[\frac{q'^2}{2N^2}+V\right]\delta N\right\}. \tag{5.7}$$

したがって q の変分より運動方程式

$$\frac{1}{N}\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{dq}{Nd\lambda}\right)+\frac{dV}{dq}=0, \tag{5.8}$$

N の変分より拘束条件

$$H\equiv\left(\frac{q'^2}{2N^2}+V\right)_{N=1}=0 \tag{5.9}$$

が出る.

このように時間変数というのはどのようにとってもよいのであるが，そのようなゲージの自由度を増したことにともなって必ず拘束条件がついてくるのである.

通常の力学を考える際には N などという自由度は導入しない. $N=1$ という特殊なゲージに固定した定式化をしているわけである. ところが，一般相対論では多様体が物理的実体であって，その局所的特徴をどのような座標を張ってそれを表示するかはまったく任意である. 勝手にとった座標系に依存するような計量テンソルや曲率の値などはなんら固有な意味を有していない. それにもかかわらずわれわれはある座標系を持ち込んで数学化した量を扱う以外に適当な方法がないのである. これをゲージ（座標系）に依存した方法で数字化した変数の力学といい[2]，この場合には必ず上のように拘束条件がつくのである. 上の例でいうと，座標 λ のとり方によって変数 N の値はいかようにも変わるということである. $N\to\bar{N}$ はゲージ変換の一種である. 一般相対論というのは一般座標変換に対する対称性をもつゲージ理論として特徴づけることもできる.

6. 拘束系の量子化

さて，今度は拘束系の量子力学を考える手法が問題になる. 宇宙が十分小さい，すなわち a がプランク長さ

$$l_{pl}=\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}\simeq 10^{-33}\,\mathrm{cm} \tag{6.1}$$

（G はニュートン定数，$\hbar$ はプランク定数，c は光速）

程度に小さい場合には力学は量子的となる. 量子力学の目的は状態関数 ψ を求めることである. ところが，今の場合は古典論でいうと $H=0$ という拘束系条件を満たす状態でなければならない. ディラックはこの条件を

$$H\psi=0 \tag{6.2}$$

という形で，量子力学では用いることを提案した[3]. そして一般相対論の場合の上式に対応する式はウィラー・ドゥウィット (Wheeler-DeWitt) 方程式と呼ばれている[4].

H はもちろんこの系の力学変数 q_α とそれに共役な運動量で書かれている. (6.2)式と(2.1)式をくらべて気づくことはいつの間にか時間 t が消滅してしまっていることである. 波動関数（状態関数）を決めるウィラー・ドゥウィット方程式はシュレーディンガ方程式ではなく時間のない方程式になってしまっているのである. (6.2)式がどういう条件のもとに(2.1)式に移行するのかというのが以下で述べようとしていることであるが，その前に時間 t が消えた原因をもう少し振り返っておく.

7. 電磁場方程式と拘束条件

運動方程式(5.8)は初期値として q_α と q'_α を与えれば以後の運動を与える. ところが拘束条件(5.9)式は q_α と q'_α を勝手にとってはだめで，初期値としてとってよい q_α, q'_α の組を決めているものである. そして，その“初期”とはいつでもよいのであるから，運動の間中この拘束を逃れられない条件としてあるのである.

実はマックスウェルの電磁場方程式もこのような構造をしている. 真空中でのマックスウェル方程式は

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0,\quad \nabla\cdot\boldsymbol{E}=0 \tag{7.1}$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}+\nabla\times\boldsymbol{E}=0,\quad \frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}-\nabla\times\boldsymbol{B}=0 \tag{7.2}$$

である. ここで力学変数 q_α に当たるのは $\boldsymbol{B}$ や $\boldsymbol{E}$ ではなくゲージポテンシャル

$$(A_0, A_i)\quad i=1,2,3 \tag{7.3}$$

である. そして

$$F_{\alpha\beta}=\frac{\partial A_\beta}{\partial x^\alpha}-\frac{\partial A_\alpha}{\partial x^\beta} \tag{7.4}$$

で定義される $F_{\alpha\beta}$ が次のように電場 $\boldsymbol{E}$，磁場 $\boldsymbol{B}$

の3次元成分と対応している.

$$F_{\alpha\beta}=\begin{pmatrix}0, & -E_1, & -E_2, & -E_3\\ E_1, & 0, & B_3, & -B_2\\ E_2, & -B_3, & 0, & B_1\\ E_3, & B_2, & -B_1, & 0\end{pmatrix}.$$

すると気づくことはマックスウェル方程式のうち

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0 \text{ と } \nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \tag{7.1}$$

は A_α の高々1階の時間微分を含むだけだということである. 他の二つは A_α の時間について2階の微分を含むから運動方程式(5.8)に当たる. それに対し(7.1)式は(5.9)式に相当するわけである.

このようになった理由もまた前の例と対応がつく. すなわち $F_{\alpha\beta}$ は反対称テンソルであるから $F_{00}=0$ である. 一方, 作用は

$$I=\int F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}dtdx^1dx^2dx^3 \tag{7.5}$$

のように与えられる. (5.2)式との対応でいうと空間座標による積分は q_α の α についての和のようなもので, 離散的な α についての和が連続的パラメータによる和に変わったと思えばよい. $F_{00}=0$ であるから(7.5)式には $\partial A_0/\partial t$ は表れない. この事情は(5.2)式に $dN/d\lambda$ が表れなかったことに対応している. このために A_0 がやはりラグランジュの未定係数のようになり, それの変分から拘束条件が生ずるのである.

以上のような結果は(7.5)式が

$$A_0\to A_0+\frac{\partial\phi}{\partial t},\ \ A_i\to A_i+\frac{\partial\phi}{\partial x^i} \tag{7-6}$$

なるゲージ変換に不変であるということに由来している. このような変換に対する不変性をもつことをこの系がゲージ対称性をもつと表現される. (7.6)式も(5.5)式に対応するゲージ変換の一種なのである.

今ある一つのマックスウェル方程式の解を与えたとする. そして, それら A_α が時間に依存しなかったとする. しかし, 任意の時間依存の ϕ をもってきて上のゲージ変換をすればたちまち A_α は時間に依存する. しかしわれわれが電磁場として観測できるのは $F_{\alpha\beta}$ であり, それは変化しない. このようにわれわれは理論の途中ではゲージ依存の量をひんぱんに用いているのである.

もっとすさまじい例は一般相対論的な質点の運動である. ある与えられた四次元多様体上の運動はある一つの座標をその多様体上に張って表現すると書き下せる. しかし, 一般相対論では一般座標変換に対して不変なゲージ理論になっているので, その軌道を座標軸とするような新しい座標系に移ればいつでも

$$\frac{d^2x^\alpha}{d\lambda^2}=0 \tag{7.7}$$

というかたちにできる. すなわち, 一切の運動曲線はゲージモード, すなわち単にゲージのとり方に依存したみせかけのものに過ぎないのである[2].

そんなことは考えてみれば明らかなことである. 座標系をどうとっても良いなら, その座標系からみた運動の軌跡に何の意味もないのは当然である. 意味をつけるには少なくとも二つの質点を考えてその相対的な運動に意味をつけねばならない. 確かに, 2質点の間隔が $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ の変化する長さにくらべて十分小さい場合には, 相対座標 ξ^α の変化は

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{d\lambda^2}=R^\alpha_{\beta\gamma\delta}\frac{dx^\beta}{d\lambda}\frac{dx^\delta}{d\lambda}\xi^\gamma \tag{7.8}$$

で与えられる[7]. ここで曲率テンソル $R^\alpha_{\beta\gamma\delta}$ は $F_{\alpha\beta}$ に当たる量で物理的に測定可能な量である. ゲージ変換に対して, $F_{\alpha\beta}$ と違って, $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ は不変ではないが, この $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ はテンソルであるから座標を適当にとれば全成分をゼロにとれるといったものではなく固有な意味をもっている.

このようにゲージ対称性の系では一見したところ違った運動のようであってもそれはまったくゲージ変換の自由度で表示を変えたものに過ぎないということがあるのである, すなわち単にゲージ変換で結ばれているような運動は同一のものとみなされねばならない. あるいは, そのような同一のものを束ねて表現する条件式が必要になる. これが拘束条件なのだといってもよい. この拘束条件を満たしている q_α, q'_α はその表現の仕方が異なっていても同一だという意味である.

8. 半古典近似

1質点の座標系に対する運動が無意味であるように(5.1)式で表される空間を決める変数 a だけの系というのも無意味である. 空間は物質によって測られるものであり, 物質はまた空間との関係で規定されるものである. 単純なモデルとして一つの空間的に一様なスカラー場を加えれば(6.2)

式は

$$H(a, \pi_a, \phi, \pi_\phi)\Psi = 0 \tag{8.1}$$

となる．π_a, π_ϕ はおのおの a と ϕ に対して共役な運動量である．ここで

$$\pi_a = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial a} \tag{8.2}$$

のような置きかえをすれば(8.1)式は a, ϕ に対する微分方程式になる．そしておのおのに対する境界条件を与えれば一つの解

$$\psi(a, \phi) \tag{8.3}$$

が決まる．

いったい(8.3)式の ψ は何をわれわれに教えてくれているのであろうか？　シュレーディンガ方程式の ψ が確率と結びつけて解釈できたのは，時間的に保存するプラスの量が定義できたからである．しかし，(8.3)式はそのような量の存在を保障しない．

結論を急ぐと実は(8.1)式から，ある特殊な条件のもとでは

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = h(\phi)\psi \tag{8.4}$$

という ϕ についての量子力学の式が導びかれるのである[5]．そしてこの t は実は a が化けてきたものとなるのである．

作用 I_g が $\hbar$ のオーダであるために量子効果が重要となるのは a がプランク長さ程度の場合だけであり，それ以上であれば $I_g \gg \hbar$ となり古典論の近似が正しくなる．こうした状態では Ψ は

$$\Psi \sim e^{iS(a)/\hbar}\Psi(\phi) \tag{8.5}$$

の形に書ける．ここで S はハミルトン・ヤコビの方程式

$$h_g\left(a, \frac{\partial S}{\partial a}\right) = 0 \tag{8.6}$$

を満たす．

(8-5)式を(8-1)に代入して $\hbar$ について1次の近似式を書き下すと

$$2i\hbar\frac{d}{da}S\cdot\frac{\partial}{\partial a}\psi - h(\phi)\psi = 0 \tag{8.7}$$

となる．そして，いまここで

$$\frac{da}{dt} = 2\frac{dS}{da} \tag{8.8}$$

なる“時間” t を導入すると

$$\frac{da}{dt}\frac{\partial}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial t}\psi \tag{8.9}$$

だから，

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = h(\phi)\psi \tag{8.10}$$

と化けるのである．

いま，空間を決めている変数として一つだけ考えているのでかえって分かりにくくなっているかも知れない．いくつかの a_i があるなら(8.8)式は

$$\frac{da_\alpha}{dt} = 2\frac{\partial S}{\partial a_\alpha} \tag{8.11}$$

の意味である．これは S が a_α 空間上にベクトル場をつくり，そのベクトルを接線とする曲線を考えて，その曲線にそってパラメータ t を導入するという式である．この曲線はいわずと知れた古典的軌道である．すなわち，この近似は変数 a_α については古典軌道を近似できるという状態の場合には，それにそって時間というパラメータを導入すると，それがそのまま ϕ についての量子力学のシュレーディンガ方程式の時間になっているという意味である．

実はこのように変数の一部が古典的，残りは量子的という問題は2原子分子の量子力学を扱う近似法として知られており，ボルン・オッペンハイマ近似と呼ばれている[2]．(8.9)式は(8.1)式のボルン・オッペンハイマ近似とみなせる．

9. 時間の発生

この文章は情報関係の専門家に読まれるものであり，これ以上物理学の話しをするのは止める．しかし，時間という概念が実は前述のように近似的に意味をなす量にしか過ぎないというのは物理の専門家でなくとも衝撃的な結論であろう．さらに，これは私の推測に過ぎないが，相関という情報を扱う手法として実は時間という便利なものが導入されているのだということは情報の専門家にとって興味あることではないかと思う．

(8.1)式の ψ は物理量 a と ϕ の相関を与えているものである．$|\psi|^2$ が小さい a と ϕ には相関がなく，大きい a と ϕ は相関があるというわけである．そして，a が古典的とは a についての一つの軌跡が定まっていることである．その軌跡にそって ϕ の量子力学を解いて，各 a，すなわち各 t における ϕ の分布が

$$|\psi(\phi)|^2 d\phi \tag{9.1}$$

で与えられるというのである．

$\psi(a, \phi)$ の相関は一次元パラメータで表せない

が，a の古典軌道が決まったことによってはじめて一次元パラメータとしての時間が導入されたのである．

もっと自由度の大きい a_α, ϕ_β を考えると，曲線 a_α に垂直な超平面上で ϕ_β の相関を量子力学によって議論するという近似法なのである．そしてこのような近似ができる状態においてのみわれわれは時間という概念が有効であることを知るのである．

時間とは基本原理ではなくある特殊な状態において有効となる概念である．このことは一般に空間 X^i 内の相関を表現する手段として一次元的にパラメータ化できるスライス (slice) ができるかどうかという問題と深くかかわっている．こういう問題は空間の記述においてまず発生する問題である．そしてこのような面が存在すれば，変数変換してこのパラメータを時間として採用すれば，ほかの変数はこの時間の関数として書けることになる．このことは，空間全域でなく，たとえ局所的であっても，有効な方法である．そして，このような局所領域が大きければ大きいほど，その“時間”はより普遍的なものとなるのである．われわれの宇宙での時間はたまたまその普遍性において絶大であるために，われわれはこれを第一義的なものと錯覚していたのかも知れない．あるいは，われわれはあまりにも局所的に狭い領域でしか物事を考えたことがないので時間というものを普遍的なものと錯覚しているのかも知れない．

外部が一切ない完全に閉じた系の記述というのも宇宙という系の記述と同様になる．そこに時間があると思ってはならない．時間は内部変数から調達してこなければならない．

もちろん，閉じた系には観測者も含めて考えねばならない．そして時間的スライスが存在したとしても，これがなぜ“時間”らしい“矢”をもった量であるのかという問題は新しい問題でありここでは一切ふれられていない[2]．この問題は情報の完全な記述からある変数の存在を無視した不完全な粗述化をともなうプロセスを通して解明されるものと考えられている．時間らしさの発生というのはもしかしたらこのプロセスを指して呼んだほうがよいのかもしれないが，ここではこの問題については触れないでおく．

10. 不動点と時間

時間も内部変数に戻して考えるなら(1.2)式で

$$g^i=0 \quad i=1,\cdots n \tag{10.1}$$

でも

$$\frac{dx^{n+1}}{d\lambda}=\frac{dt}{d\lambda}=1 \tag{10.2}$$

なら，(10.1)を満たす点は不動点でなくなる．本当の不動点は $n+1$ 次元の不動点であるが，このような点があれば時間的なスライスは複雑にならざるをえない．曲面も閉じたものになったりするかも知れない．

実はこうした事情はすでに古典的な一般相対論による粒子の軌跡の問題においてひんぱんに発生している[12]．すなわち，そこでは時間 $x^0(\lambda)$ はパラメータ λ の有限な変域においてしか値をもたないということである．すなわち，そこでは時間というものは $-\infty$ から $+\infty$ までに変動しうる変数ではないのである．これは時間というものも物理変数の一つに格下げ（格上げ？）したことからくる当然の帰結である．

こう考えるとわれわれが時間というものを享受しておれるのは，宇宙という力学系には不動点がなくスムースに流れる層状の流れの中におるからであるとも云える．時間をも内部変数とした空間での不動点の意味を考えてみるのはこれからの課題といえよう．

参 考 文 献

1) V. I. アーノルド「古典力学の数学的方法」(岩波書店).
2) 量子宇宙の問題は膨大な分野でかつ主流的見方が定まっていないので，数少ない論文で代表させにくい．次の論文に文献表がある．
J. J. Halliwell, Int. J. Mod. Phys. A5 (1990) 2473.
以下の会議録の J. Hartle, W. Unruh, D. page 等の論文が「時間」に焦点を当てている．
“Quantum Concepts in Space and Time” eds. R. Penrose and C. J. Isham (Clarendon Press, 1986).
“Proc. 4th Seminar on Quantum Gravity” eds. M. A. Markov. et al. (World Scientific, 1988).
“Conceptual Problems in Quantum Gravity” eds. A. Ashtekar and J. Stachel (Birkhauser1990).
総合報告として
T. Padmanabhan, Int. J. Mod. Phys. A4 (1989), 4735.
K. V. Kuchar, “Time and Interpretations of

Quantum Gravity" in "Proc. 4th Canadian Conference on General Relativity and Relati vistic Astrophysics" eds. G. Kunstatter. et al. (World Scientific, 1992).

3) P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. (London) A246 (1958) 326; 333; Phys. rev 114 (1959) 924; Lectures on Quantum Mechanics (Yeshiva Univ., 1964).

4) J. A. Wheeler, in "Batelle Rencontres" eds. C. DeWitt and J. A. Wheeler (Benjamin, 1968) B. DeWitt, Phys. Rev. 160 (1967) 1113.

5) V. Lapchinski and V. A. Rubakov, Acta Phys. Pol. B10 (1979) 1041.
T. Banks, Nucl. Phts. B249 (1985) 332.
H. D. Zeh, Phys. Lett., A116 (1986) 9; A126 (1988) 311.
A. Vilenkin, Phys. Rev. D39 (1989) 1116.

(平成3年7月16日受付)

佐藤　文隆

1960年京都大学理学部卒業. 同大学院などを経て, 1974年京都大学教授. 1976～1980年京都大学基礎物理学研究所所長. 1985年より同大理学教授. 宇宙物理. 一般相対論を研究, 1973年仁科記念賞, 1975年松永賞, 1985年First Award for Essay on Gravitation 受賞.「宇宙論への招待―プリンキピアとビッグバン―」(岩波新書) など一般書多数.