

OFDMにおける新しい周波数オフセット補償方式

西島 修治 大竹 孝平

法政大学工学部

〒 184-8584 東京都小金井市梶野町 3-7-2

otake@otk.k.hosei.ac.jp

nisijima@otk.k.hosei.ac.jp

あらまし 本稿では、OFDM方式においてキャリア間干渉(ICI)を引き起こす原因となる周波数オフセットを補償するための新しい方式を提案する。提案方式は、冗長シンボルや参照シンボル、ガード時間内のシンボルを用いず、有効シンボルのみを用いる非データ補助型(nondata-aided)であり、適応処理によって周波数オフセットを推定するものである。この提案方式は、通信路特性やサブキャリア数、ガードサブキャリア数によって補償できる周波数オフセットの範囲(tracking range)が異なるため、その性質を明らかにし、計算機シミュレーションでその特性や性能を解析する。

キーワード OFDM, 周波数オフセット, 非データ補助型, tracking range, ガードサブキャリア

A New Technique for Frequency Offset Compensation in OFDM Systems

Shuji Nishijima and Kohei Otake

College of Engineering, Hosei University

3-7-2 Kajino-cho, Koganei-shi, Tokyo, 184-8584 JAPAN

otake@otk.k.hosei.ac.jp

nisijima@otk.k.hosei.ac.jp

Abstract In this paper, we propose a new technique that can compensate frequency offset which causes the intercarrier interference (ICI) in OFDM systems. This proposed technique is a nondata-aided type which means the frequency offset compensation can be done using only the information bearing symbols, and it uses an adaptive filter to estimate frequency offset. Since the tracking range by this technique is influenced by the channel characteristics, the number of subcarriers and the number of guard-subcarriers, we analyse these characteristics theoretically and clarify compensation performances by computer simulation.

key words OFDM, frequency offset, nondata-aided, tracking range, guard-subcarrier

1 はじめに

OFDM (直交周波数分割多重) 方式は、マルチパスフェージング環境下でも高い性能を保持することのできる非常に優れた伝送方式であり、高速伝送を必要とする地上デジタル放送の変調方式として提案されているものである。本方式は、高速なデータを複数の低速データに分割し、それぞれサブキャリアにのせて狭帯域伝送するものである。したがって、高速伝送を行う場合に問題となる周波数選択性フェージング環境のもとでも、各サブチャネルの帯域ではフラットフェージングとして容易に扱うことができる。さらに、シンボル間にガード時間を挿入することによって、シンボル間干渉 (ISI) を防ぐことも可能である。特に、OFDMは互いに直交する多数のサブキャリアを用いて変調するので、サブキャリア間隔を最小に保つことができ、高い周波数利用効率を実現することができる。しかし、送信機と受信機の発振器間の周波数誤差や、移動通信環境におけるドップラー効果による周波数誤差のような、一般に周波数オフセットと呼ばれるものが存在すると、隣接サブキャリア間の直交性が崩れてキャリア間干渉 (ICI) を引き起こし、伝送品質が急激に劣化してしまう。通常、OFDMは数百から数千ものサブキャリアを用いるので、サブキャリア間隔は非常に狭くなり、復調出力に及ぼす周波数誤差の影響が大きくなる。したがって、この周波数オフセットの補償が重要な課題となっている。

これまでに、周波数オフセットを推定するアルゴリズムがいくつか提案されているが [1][2]、これらの推定アルゴリズムには推定可能な周波数オフセットの範囲 (tracking range) があり、それを超える周波数オフセット範囲 (acquisition range) には別の推定アルゴリズムを用いる必要がある。まず、acquisition range 内にある周波数オフセットは、tracking range 内の精度で推定する必要があり、この推定は精度よりも高速性の方が重要視される。次に、tracking range 内では正確な周波数オフセットを検出するため、高速性よりも推定精度に重点をおく必要がある。

本稿では、非データ補助型 (nondata-aided) の新しい周波数オフセット推定アルゴリズムを提案する。本提案アルゴリズムは tracking range 内までの粗推定が既に行われていることを前提に、tracking range 内の周波数オフセットを適応処理を用いて推定するものである。提案方式における tracking range は通信路特性やサブキャリア数、ガードサブキャリア数によって変化するので、その間の関係を明らかにし、計算機シミュレーションにてその性能解析を行う。

2 OFDM システムモデル

2.1 OFDM 通信システム

OFDM 通信システムの基本構成を図 1 に示す。

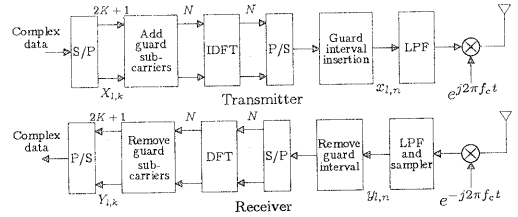


図 1: OFDM 通信システムの基本構成

送信機側では、入力された複素データ系列が、 $2K+1$ 個ごとに直並列変換され、第 l 番目の並列複素データ $X_{l,k}$ ($k = -K, \dots, 0, \dots, K$) が生成されたあと、ガードサブキャリアを挿入し、 N 点 IDFT により OFDM 送信シンボルが生成される。次に、直列に並べ替えられたこの信号にガード時間を挿入し、LPF によって高周波成分を除去した後、キャリア f_c で変調して送信される。このとき、LPF 直前の OFDM 送信ベースバンドシンボルはフレーム番号を l 、サブキャリア番号を k とすると次式で表される。

$$x_{l,n} = \frac{1}{N} \sum_{k=-K}^K X_{l,k} e^{j\frac{2\pi k(n-lM')}{N}} g(n-lM') \quad (1)$$

$$n = -N_g, \dots, -1, 0, 1, \dots, N-1$$

ここで、

N_g : ガード時間内のサンプル数

N : サブキャリア数 ($\geq 2(K+1)$)

M' : 送信シンボルサンプル数 ($= N_g + N$)

$$g(n) = \begin{cases} 1 & : -N_g \leq n < N \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases}$$

$$E[X_{l,k}] = 0$$

$$E[X_{l,k} X_{l,m}^*] = \sigma^2 \delta_{k,m}, \quad \sigma^2 = E[|X_{l,k}|^2]$$

とする。また、式 (1) のガード時間内のサンプルを除いた N 点 DFT の結果は次式となる。

$$DFT_N \{x_{l,n}\} = \sum_{n=0}^{N-1} x_{l,n} e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$$

$$= \{X_{l,0}, X_{l,1}, \dots, X_{l,K}, 0, \dots, 0, X_{l,-K}, \dots, X_{l,-2}, X_{l,-1}\} \quad (2)$$

受信機側では、まず、受信信号をベースバンド信号へ復調し、ガード時間を除去した後、直並列変換し、さらに DFT によってサブチャネル信号へ復調し、ガードサブキャリアを除去した後、並直列変換して元の複素データ系列を得る。

2.2 周波数オフセットによる影響

送受信機間に周波数オフセットが存在する場合、フェージング通信路を通り、受信された信号の復調ベースバン

ド信号系列は次式で表すことができる。

$$y_{l,n} = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_{l,k} H_{l,k} e^{j \frac{2\pi n(k+\varepsilon)}{N}} \right] + z_{l,n} \quad (3)$$

ここで、 $H_{l,k}$ は第 l フレーム第 k サブチャネルの通信路特性、 ε は正規化周波数オフセット（隣接サブキャリア間隔に対する周波数オフセットの割合）、 $z_{l,n}$ は AWGN 成分である。式 (3) を DFT により復調すると、

$$\begin{aligned} Y_{l,k} &= \sum_{n=0}^{N-1} y_{l,n} e^{-j \frac{2\pi n k}{N}} \\ &= X_{l,k} H_{l,k} \cdot \frac{\sin(\pi\varepsilon)}{N \sin(\pi\varepsilon/N)} \cdot e^{j \frac{\pi\varepsilon(N-1)}{N}} \\ &\quad + I_{l,k} + Z_{l,k} \end{aligned} \quad (4)$$

で表される。上式右辺の第一項目は希望信号成分であり、周波数オフセットによる振幅の減衰と位相偏移の影響を受けた形となっている。第二項目は周波数オフセットによって発生した ICI 成分であり、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} I_{l,k} &= \sum_{\substack{m=-K \\ (m \neq k)}}^K X_{l,m} H_{l,m} \cdot \frac{\sin(\pi\varepsilon)}{N \sin(\pi(m-k+\varepsilon)/N)} \\ &\quad \cdot e^{j \frac{\pi\varepsilon(N-1)}{N}} \cdot e^{-j \frac{\pi(m-k)}{N}} \end{aligned} \quad (5)$$

また、 $Z_{l,k}$ は平均 0、分散 σ_z^2 の AWGN 成分である。

このように、周波数オフセットが存在すると、もはやサブキャリア間の直交条件を保つことができず、希望信号成分に振幅減衰と位相偏移を受け、さらに、ICI 成分も加わるため、伝送品質が急激に劣化してしまう。周波数オフセットに対するビット誤り率 (BER) の特性を図 2 に示す。

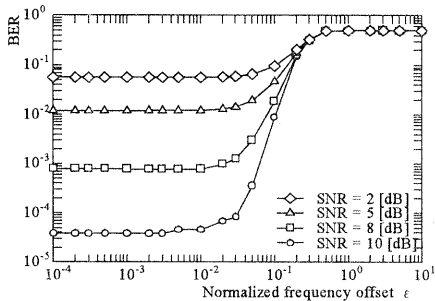


図 2: 周波数オフセットによる劣化特性

同図から、正規化周波数オフセットが 10^{-2} 以上になると BER 特性が急激に劣化してしまう様子がわかる。よって、伝送品質を保つためには、正規化周波数オフセットを 10^{-2} 以下に抑える必要がある。

3 提案アルゴリズム

3.1 全サブチャネルの復調信号電力の特性

今、送信信号の数フレーム間に渡り、通信路特性の変動が殆ど見られない slowly フェージング通信路であると

仮定する。また、PSK 変調を考え、複素データ $X_{l,k}$ はその大きさが $|X_{l,k}| = 1$ に規格化されているとする。このとき、第 l フレームにおける式 (4) の復調信号の電力の全サブチャネルの総和は次式で表される。

$$\begin{aligned} P(\varepsilon) &= \sum_{k=-K}^K E[|Y_{l,k}|^2] \\ &= \sum_{k=-K}^K \sum_{m=-K}^K \frac{\sin^2[\pi(m-k+\varepsilon)]}{N^2 \sin^2[\pi(m-k+\varepsilon)/N]} |H_{l,m}|^2 \\ &\quad + (2K+1)\sigma_z^2 \\ &= \sum_{m=-K}^K \alpha_m(\varepsilon) |H_{l,m}|^2 + (2K+1)\sigma_z^2 \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、

$$\alpha_m(\varepsilon) = \sum_{k=-K}^K \frac{\sin^2[\pi(m-k+\varepsilon)]}{N^2 \sin^2[\pi(m-k+\varepsilon)/N]} \quad (7)$$

とする。ここで、次の公式

$$\sum_{k=0}^{N-1} \frac{\sin^2[\pi(x-k)]}{N^2 \sin^2[\pi(x-k)/N]} = 1 \quad (N: \text{正整数})$$

を被総和項が k に関して周期 N の周期関数になることに注意して式 (7) に適用すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \alpha_m(\varepsilon) &= \left\{ \sum_{k=-K}^{N-1-K} - \sum_{k=K+1}^{N-1-K} \right\} \frac{\sin^2[\pi(m-k+\varepsilon)]}{N^2 \sin^2[\pi(m-k+\varepsilon)/N]} \\ &= 1 - \sum_{k=K+1}^{N-1-K} \phi(m-k+\varepsilon) \\ &= 1 - \sum_{k=K+1-m}^{N-1-K-m} \phi(\varepsilon-k) \quad ; -K \leq m \leq K \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、

$$\phi(x) = \frac{\sin^2[\pi x]}{N^2 \sin^2[\pi x/N]} \quad (9)$$

図 3 に $N = 8, K = 3$ のときの式 (8) の特性例を示す。

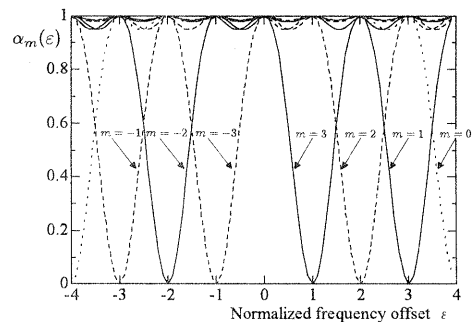


図 3: $\alpha_m(\varepsilon)$ の特性例

図 3 を見ると、 m に関係なく $\alpha_m(\varepsilon)$ は $\varepsilon = 0$ で最大値 1 をとることがわかる。よって、式 (6) からどのような

フェージング環境 ($|H_{l,k}|^2$) においても $P(0)$ が最大値になる。このことは一般の N 、 K についても容易に証明できる。図4に $N = 8$ 、 $K = 3$ 、 $|H_{l,k}|^2 = 1$ のときの $P(\varepsilon)$ の特性例を示す。

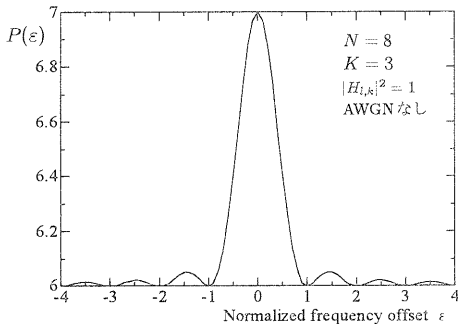


図4: $P(\varepsilon)$ の特性例

3.2 周波数オフセット推定アルゴリズム

本提案アルゴリズムは、全サブチャネルの復調信号電力が最大となるような正規化周波数オフセット補償量 $\hat{\varepsilon}$ を適応処理により求めるものである。

式(3)の信号 $y_{l,n}$ をベクトルで次式のように表すことができる。

$$y_l = \frac{1}{N} \sum_{k=-K}^K H_{l,k} X_{l,k} R(\varepsilon) c_k + z_l \quad (10)$$

ただし、

$$R(\varepsilon) = \text{diag} \left[1, e^{j\frac{2\pi\varepsilon}{N}}, \dots, e^{j\frac{2\pi\varepsilon(N-1)}{N}} \right]$$

$$c_k = \left[1 \quad e^{j\frac{2\pi k}{N}} \quad \dots \quad e^{j\frac{2\pi k(N-1)}{N}} \right]^T$$

$y_{l,n}$ に周波数オフセットの補償を施し、DFTで復調した第 k サブチャネルの復調信号は次式となる。

$$Y_{l,k} = (\mathbf{w}_{l,k}, \mathbf{y}_l)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{m=-K}^K H_{l,m} X_{l,m} \mathbf{w}_{l,k}^* R(\varepsilon) c_m + \mathbf{w}_{l,k}^* z_l \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{w}_{l,k}$ は周波数オフセット補償量を含む復調ベクトルで、次式で定義される。

$$\mathbf{w}_{l,k} = R(\hat{\varepsilon}) c_k \quad (12)$$

よって、周波数オフセット補償量を含む全サブチャネルの復調信号電力は次式となる。

$$P(\varepsilon - \hat{\varepsilon})$$

$$= \sum_{k=-K}^K \sum_{m=-K}^K \frac{\sin^2[\pi(m-k+\varepsilon-\hat{\varepsilon})]}{N^2 \sin^2[\pi(m-k+\varepsilon-\hat{\varepsilon})/N]} |H_{l,m}|^2$$

$$+ (2K+1)\sigma_z^2 \quad (13)$$

式(13)を最大とするような周波数オフセット補償量 $\hat{\varepsilon}$ を、次式の適応アルゴリズムを用いて求めることができる。

$$\hat{\varepsilon}_{l+1} = \hat{\varepsilon}_l + \mu \cdot \sum_{k=-K}^K \left[\frac{\partial}{\partial \hat{\varepsilon}} |Y_{l,k}|^2 \right] \quad (14)$$

ここで、 μ はステップサイズである。平均処理は μ を小さくすることで補うことができる。また、gradient は、 $|Y_{l,k}|^2 = Y_{l,k} Y_{l,k}^*$ 、 $Y_{l,k} = (\mathbf{w}_{l,k}, \mathbf{y}_l) = \mathbf{w}_{l,k}^T \mathbf{y}_l$ より、次式で評価できる。

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\varepsilon}} |Y_{l,k}|^2 = \frac{\partial \mathbf{w}_{l,k}^{*T}}{\partial \hat{\varepsilon}} \mathbf{y}_l Y_{l,k}^* + Y_{l,k} \frac{\partial \mathbf{w}_{l,k}^T}{\partial \hat{\varepsilon}} \mathbf{y}_l^* \quad (15)$$

周波数オフセット補償回路を含む受信機の構成を図5に示す。

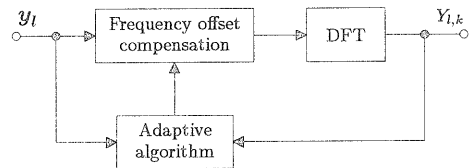


図5: 周波数オフセット補償回路を含む受信機の構成

この適応アルゴリズムは全サブチャネル電力の傾きを評価するものであり、図4の場合、正規化周波数オフセットが ± 1 以上となると正しい最大値に引き込まれなくなる。ゆえに、tracking range が存在することになる。図4の場合の tracking range は $\{-1 < \varepsilon < 1\}$ であるが、選択性フェージングやサブキャリア数、ガードサブキャリア数によってこの range が多少変化する。正確な tracking range については次節で詳しく述べることにする。

3.3 Tracking Range

本提案アルゴリズムには従来アルゴリズムと同様に tracking range が存在するが、本節ではこの tracking range を明確にする。

式(6)および図3より、周波数選択性フェージング環境において、本提案方式の最狭の tracking range は $\alpha_{-K}(\varepsilon)$ 、 $\alpha_K(\varepsilon)$ で決定される。この二つの特性と tracking range を図6に示す。

この tracking range は、式(9)の微分式から数値計算により求めることができる。すなわち、次式によって tracking range $\{-\varepsilon_R < \varepsilon < \varepsilon_R\}$ を決定できる。

$$\frac{\partial \phi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=1+\varepsilon_R} = 2\pi\phi(\varepsilon) \left[\cot[\pi\varepsilon] - \frac{1}{N} \cot[\pi\varepsilon/N] \right]$$

$$= 0 \quad : 1 < |1 + \varepsilon_R| < 2 \quad (16)$$

サブキャリア数 N に対する数値計算の結果を、図7に示す。

また、tracking range はガードサブキャリア数にも依存する。有効サブキャリア数を $2K+1$ 、ガードサブキャ

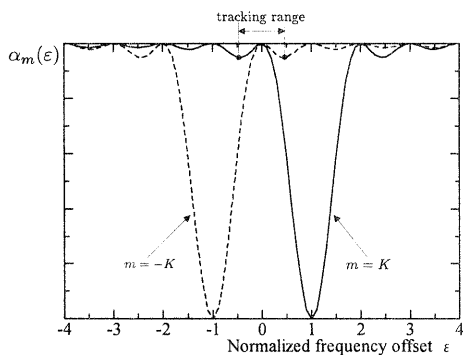


図 6: Tracking range

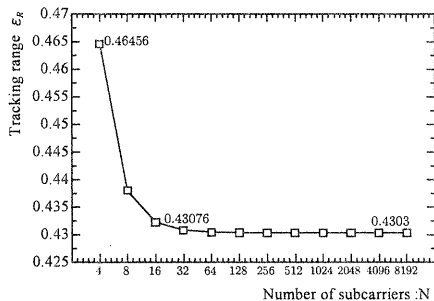


図 7: サブキャリア数 N と tracking range の関係

リア数を $2N_r + 1$ とすると、OFDM で用いるサブキャリア数は $N = 2(K + N_r + 1)$ である。よって、式 (8) は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \alpha_m(\epsilon) &= 1 - \sum_{k=K+1-m}^{K+1-m+2N_r} \phi(\epsilon - k) \quad : -K \leq m \leq K \\ &= 1 - \sum_{k=d}^{2N_r+d} \phi(\epsilon - k) \quad : d = K + 1 - m \end{aligned} \quad (17)$$

式 (17) は、次式を d だけシフトした値と等価である。

$$\alpha(\epsilon) = 1 - \sum_{k=0}^{2N_r} \phi(\epsilon - k)$$

最狭の tracking range を決定する特性は $\alpha_{-K}(\epsilon)$ 、 $\alpha_K(\epsilon)$ であり、式 (17) において、それぞれ $d = 2K + 1$ 、 $d = 1$ に相当する。図 8 に $2N_r = 0$ と $2N_r = 4$ の時の tracking range を示す。

図 8 は、ガードサブキャリア数を増やすと、tracking range が若干広がることを示している。この tracking range $\{-\epsilon_R < \epsilon < \epsilon_R\}$ は次式によって決定できる。

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{2N_r} \frac{\partial \phi(\epsilon - k)}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=1+\epsilon_R} \\ = 2\pi \sum_{k=0}^{2N_r} \phi(\epsilon - k) \left[\cot[\pi(\epsilon - k)] - \frac{1}{N} \cot[\pi(\epsilon - k)/N] \right] \\ = 0 \quad : 1 < |1 + \epsilon_R| < 2 \end{aligned} \quad (18)$$

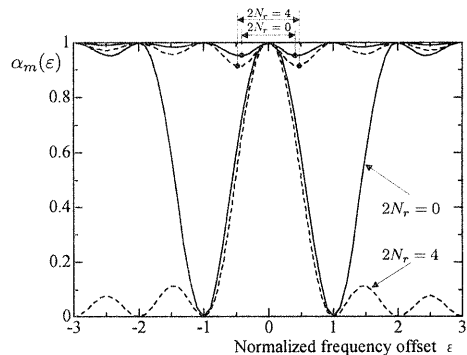


図 8: Tracking range の比較

式 (18) を満たす ϵ_R を数値計算により求めた結果を表 1 に示す。表から、ガードサブキャリアを $17(2N_r = 16)$ 以上設ければ、サブキャリア数に関係なく、tracking range をサブキャリア間隔の 45% とすることができる。そして、ガードサブキャリア数を 17 より多く設けても、tracking range はそれ以上広がらないことがわかる。その様子を図 9 に示す。

表 1 : 数値計算による tracking range の結果

$2N_r$	$N=32$	$N=64$	$N=128$	$N=1024$	$N=4096$	$N=8192$
0	0.43076	0.43041	0.43033	0.4303	0.4303	0.4303
4	0.44673	0.44589	0.44568	0.44561	0.44561	0.44561
8	0.45064	0.44925	0.44892	0.44881	0.44881	0.44881
16	0.45478	0.45174	0.45115	0.45096	0.45096	0.45096
32		0.45394	0.45259	0.45223	0.45223	0.45223
64			0.45373	0.45293	0.45292	0.45292
128				0.4533	0.45329	0.45328
256				0.45351	0.45347	0.45347
1024					0.45362	0.45361
2048					0.45366	0.45364
4096						0.45366

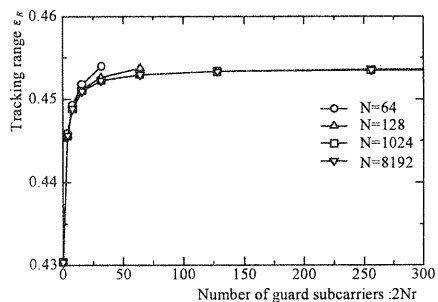


図 9: ガードサブキャリア数と tracking range の関係

4 計算機シミュレーション

ここでは、計算機シミュレーションによって提案方式の性能解析を行う。主に、推定誤差と収束時間について解析することにする。シミュレーション諸元を表 2 に示す。送信データの変調方式は QPSK、正規化周波数オフセットは $\epsilon = 0.4$ とする。

図 10 に $N = 64$ 、AWGN 環境下における推定誤差特性を示す。また、図 11 には同環境における収束時間を示す。

表2: シミュレーション諸元

サブキャリア数: N	64	256	1024
ガードサブキャリア数: 2Nr+1	17	17	17
有効サブキャリア数: 2K+1	47	239	1007
有効シンボル長: Ts	26.1 [μ s]	132.8 [μ s]	559.4 [μ s]
サブキャリア間隔: Δf	38.3 [kHz]	7.53 [kHz]	1.79 [kHz]

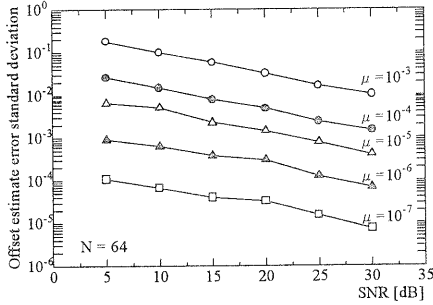


図 10: AWGN 環境下における推定誤差特性

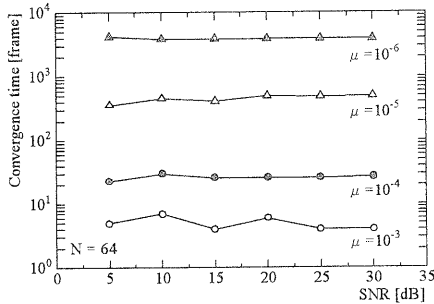


図 11: AWGN 環境下における収束時間

図 10、図 11 から、ステップサイズ μ を小さくすると、推定誤差は減衰するが、収束時間が遅くなっていくことがわかる。また SNR は推定誤差に影響を及ぼし、収束時間には無関係であることを表している。

次に、推定誤差と収束時間について、サブキャリア数による影響をそれぞれ図 12、図 13 に示す。ただし SNR=10[dB] とする。図 12、図 13 からは、サブキャリア数を多くすると、推定誤差は劣化するが、収束はすばやく行われる傾向があることがわかる。

最後に、推定誤差に対する BER 特性を図 14 に示す。図 14 からは、推定誤差を 10^{-2} 以下に抑えれば、周波数オフセットを補償できることがわかる。

5 結論

本稿では、非データ補助型 (nondata-aided) の周波数オフセット推定アルゴリズムを提案した。AWGN 環境下における推定性能を計算機シミュレーションによって解析し、提案方式の特性を明らかにした。推定誤差や収束時間は雑音やサブキャリア数、通信路特性に依存するが、ステップサイズを適切に設定することにより、その性能を改善できることがわかった。

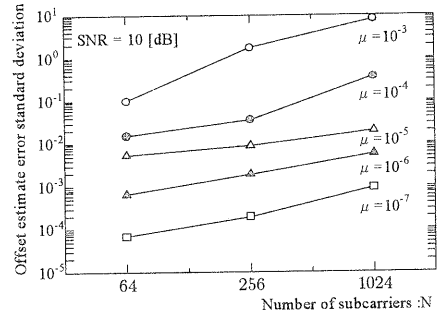


図 12: AWGN 環境下における推定誤差特性

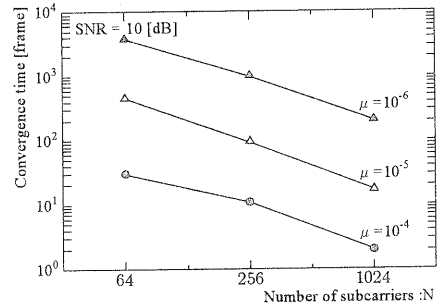


図 13: AWGN 環境下における収束時間

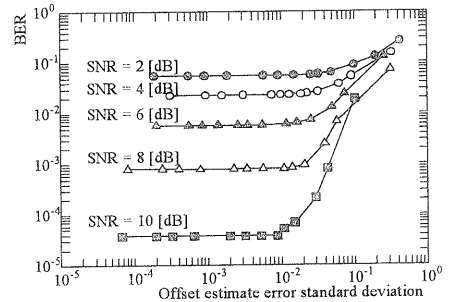


図 14: 推定誤差に対する BER 特性

今後の課題としては、フェージング環境下での性能解析、適応アルゴリズムの改善、acquisition range における周波数オフセット補償アルゴリズムの検討などがあげられる。

参考文献

- [1] Paul H. Moose, "A Technique for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Frequency Offset Correction" IEEE Trans. Commun., vol.42, no.10, pp.2908-2914, Oct 1994
- [2] Meng-Han Hsieh, Che-Ho Wei, "A Low-Complexity Frame Synchronization and Frequency Offset Compensation Scheme for OFDM System over Fading Channels" IEEE Trans. Veh., vol.48, no.5, pp.1596-1609, Sept 1999