

Quadratic 補間 kernel の拡張に関する一考察

† 梅田 太一 † 相川 直幸

† 東京工科大学院 工学研究科 システム電子工学専攻
‡ 東京工科大学 工学部 電子工学科
192-0914 東京都八王子市片倉町 1404-1

TEL0426-37-2111

† E-mail u98y005@ed.teu.ac.jp ‡ E-mail ai@cc.teu.ac.jp

あらまし 画像を再構成するためには、2次元データの補間が必要となる。その方法の一つに、1次元 kernel を画像の縦横にほどこすことで2次元再構成画像を得る方法がある。本報告では、従来提案されている Quadratic 補間 kernel を Fuzzy 推論を用いたデジタル画像の拡大法に適用するために 1/2 の点で任意の値をとることが可能なように拡張する。さらに、提案する Quadratic 補間に fuzzy 推論を用いることにより、再構成画像の画質の向上を目指す。例題において、実際に sample 画像を再構成した画像を SNR より比較した。

キーワード 補間, カーネル, 2次多項式, ファジー

A study of extended Quadratic interpolation kernel

† Taichi Umeda ‡ Naoyuki Aikawa

† Graduate School of System Engineering, Tokyo University of Technology
‡ Department of Electronics School of Engineering Tokyo University of Technology
1404-1, Katakura, Hachioji-city, Tokyo, 192-0914, Japan

TEL0426-37-2111

† E-mail u98y005@ed.teu.ac.jp ‡ E-mail ai@cc.teu.ac.jp

Abstract In image processing, two-dimension data interpolation is needed for enlargement of images. Nearest-neighbor, linear, cubic and Quadratic interpolation methods are conventionally proposed for image reconstruction. These interpolation methods are represented by kernel function. and the quality of interpolation image and complexity of computation depend on the kernels. In this paper, we propose a extended quadratic kernel to use fuzzy rule. The proposed kernel computes arbitrary value at center points in original image. Finally, the usefulness of the proposed method is verified through the example.

key words Interpolation, Kernel, Quadratic polynomial, Fuzzy

1 はじめに

画像を再構成するためには、2次元データの補間が必要となる。その方法の一つに、1次元 kernel を画像の縦横にほどこすことで2次元再構成画像を得る方法がある。この場合、補間操作は入力データと再構成 kernel のたたみ込みによって表記され、多くの再構成 kernel が提案されている [1],[3]-[6]。補間後の画像の質や補間処理に要する計算量は、用いられる kernel に依存する。一般に、kernel 関数が高次で、補間する点の計算に多くのオリジナルデータを用いるものほど良好な結果を生じる。しかしながら、それにともない計算量が増し実時間信号処理の面から好ましくない。

従来、低次の kernel 関数を用いる補間法として、0次ホールド法、線形補間法、Cubic 補間法などが提案されている。0次ホールド法の kernel の次数は0次であり、計算に用いるオリジナルデータは1点である。また、線形補間法の kernel の次数は1次であり、計算に用いるオリジナルデータは2点である。Keysらによる cubic 補間法の kernel の次数は3次であり、計算に用いるオリジナルデータ点は4点である。さらに、近年隣り合うオリジナルデータ2点から計算する、2次の Quadratic 補間 kernel が提案されている [1]。これは画像補間でよく知られる、4点のオリジナルデータから計算される3次の Cubic 補間 kernel と同程度の画質で計算量が $\frac{1}{4}$ 程度である。この kernel では、 $\frac{1}{2}$ の点で、 $\frac{1}{2}$ の値をとるという性質がある。これは、 $\frac{1}{2}$ の点で隣り合うオリジナルデータの平均値をとることを意味する。すなわち、同値のデータが続くときに画像の歪みが生じないためには、この条件が必要となる。

一方、木村らによる、Fuzzy 推論を用いたデジタル画像の拡大法がある [2]。これは、1次元信号の補間の算出に、画素の差分情報を前件部変数とし、補間値を推論結果とする Fuzzy 推論を用いるものである。2次の Quadratic 補間 kernel と Fuzzy 推論を組み合わせた画像拡大を考えた場合、Fuzzy 推論を用いると、 $\frac{1}{2}$ の点で、 $\frac{1}{2}$ の値をとる必要性がない。なぜなら、同値のデータが続く画像での歪みは Fuzzy により、問題を解消することができるからである。

そこで本報告では、従来提案されている Quadratic 補間 kernel を Fuzzy 推論を用いたデジタル画像の拡大法に適用するために $\frac{1}{2}$ の点で任意の値をとることが可能なように拡張する。さらに、提案する Quadratic 補間 fuzzy 推論を用いることにより、再構成画像の画質の向上を目指す。例題において、実際に sample 画像を再構成した画像を SNR より比較した。

2 従来提案の再構成 kernel

1次元で定義された補間法は同じ kernel を各軸に沿って用いることによって2次元に拡張される。したがってここでは1次元の場合を扱う。不連続なオリジナルデータからデータ点間の値を計算する補間操作は、入力データと再構成 kernel の線形結合とみなすことができ、

$$f(x) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} f_i h(x-i) \quad (1)$$

と表される。ここで f_i はオリジナルのデータ点の値であり、 $h(s)$ は再構成 kernel である。今、補間する点の値を計算するために用いられる点数を m 、kernel 多項式の次数を $n-1$ としたとき、 $h(s)$ は一般に次式で表される。

$$h(s) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{n-1} k_{i,j} s^j, & \begin{cases} i \leq s < i+1, i = \lfloor s \rfloor \\ m \text{ even}, |s| < \frac{m}{2} \end{cases} \\ \sum_{j=0}^{n-1} k_{i,j} s^j, & \begin{cases} i - \frac{1}{2} \leq s < i + \frac{1}{2}, i = \lfloor s + \frac{1}{2} \rfloor \\ m \text{ odd}, |s| < \frac{m}{2} \end{cases} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

ここで $\lfloor s \rfloor$ は s を超えない最大の整数である。

0次ホールド法の kernel の次数は0次であり、計算に用いるオリジナルデータは1点であるので、式(2)に $m = n = 1$ を代入すると、

$$h(s) = \begin{cases} 1, & |s| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

となる。0次ホールド法は補間操作は迅速なものとなるが不連続で不自然な結果をもたらす。

線形補間法の kernel の次数は1次であり、計算に用いるオリジナルデータは2点であるので、式(2)に $m = n = 2$ を代入すると、

$$h(s) = \begin{cases} 1 - |s|, & |s| \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

となる。線形補間法は0次より計算量が多い分良好な画像を得ることができるが、画像ににじみが生じてしまう。

Keysらによる cubic 補間法の kernel の次数は3次であり、計算に用いるオリジナルデータ点は4点であるので、式(2)に $m = n = 4$ を代入すると、

$$h(s) = \begin{cases} (2 - \frac{3}{2}\alpha - \beta)|s|^3 + (-3 + 2\alpha + \beta)|s|^2 \\ + (1 - \frac{1}{3}\alpha) |s| \leq 1 \\ (-\frac{1}{6}\alpha - \beta)|s|^3 + (\alpha + 5\beta)|s|^2 \\ + (-2\alpha - 8\beta)|s| + (\frac{4}{3} + 4\beta) & 1 \leq |s| \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

となる [3]。cubic 補間法ではパラメータ α, β の2つを持つ。この kernel は計算量が多いが良好な結果が得られる。

著者が提案した quadratic 補間法の kernel は 2 次であり, 計算に用いるオリジナルデータ点は 2 点であるので, 式 (2) に $m=2, n=3$ を代入し, さらにいくつかの条件を課すことによって導かれる. その条件は

1. $h(\pm s) = 1 \quad 0 \leq |s| \leq \frac{1}{2} - a$
2. $h(s) = 0 \quad \frac{1}{2} + a \leq |s|$
3. $s=0.5$ で C_0 連続
4. $s=0.5$ で C_1 連続
5. $h(\pm\frac{1}{2} - \alpha) + h(\pm\frac{1}{2} + \alpha) = 1 \quad |\alpha| \leq \frac{1}{2}$

である. 1~5 の条件を式 (2) にあてはめると,

$$h(s) = \begin{cases} \frac{b}{2a}|s|^2 - \frac{1+ab+b}{2a}|s| + \frac{2+2ab+b}{8a} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \leq |s| \leq \frac{1}{2} + a \\ -\frac{b}{2a}|s|^2 - \frac{1+ab-b}{2a}|s| + \frac{2+2ab-b}{8a} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} - a \leq |s| \leq \frac{1}{2} \\ 1, & 0 \leq |s| \leq \frac{1}{2} - a \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

となる [1]. この kernel はパラメータ a, b の 2 つを持つ. $a=0, b=1$ のときゼロ次ホールド法となり, $a=0.5, b=0$ のとき線形補間法となる. この kernel は cubic 補間 kernel の $\frac{1}{4}$ 程度の計算量で, 補間後の画質は同程度のものが得られる.

3 Quadratic 補間 kernel の拡張

ここでは cubic に比べ計算量が少なく, かつ, 画質が同程度の Quadratic 補間の拡張を考える.

3.1 提案法

Quadratic 補間 kernel と Fuzzy 推論を組み合わせた画像拡大を考えた場合, オリジナルデータの中間の場所で隣り合うオリジナルデータの平均値をとる必要がない. したがって, 本報告では条件 5 を $h(\pm 0.5) = \gamma$ とする. さらに, 条件 1 を $0 \sim \pm\alpha$ までの区間で $h(s)$ が 1 となるように改める. ただし, α は $\frac{1}{2}$ より小さいものとする. また, 条件 2 を $\pm\beta \sim 1$ までの区間で $h(s)$ が 0 となるように改める kernel がただし, β は $\frac{1}{2}$ より大きいものとする. 条件 1 と条件 2 の変更により, $\frac{1}{2}$ の点で点対象とならない kernel を得ることができる. 以上をまとめると, Quadratic 補間 kernel を求めるための条件は,

1. $h(\pm s) = 1 \quad 0 \leq |s| \leq \alpha$

$$2. h(s) = 0 \quad \beta \leq |s|$$

$$3. s=0.5 \text{ で } C_0 \text{ 連続}$$

$$4. s=0.5 \text{ で } C_1 \text{ 連続}$$

$$5. h(\pm 0.5) = \gamma$$

となる. これらの条件を式 (2) にあてはめると, 提案する kernel は,

$$h(s) = \begin{cases} A|s|^2 + B|s| + C, & \frac{1}{2} \leq |s| \leq \frac{1}{2} + \beta \\ D|s|^2 + E|s| + F, & \frac{1}{2} - \alpha \leq |s| \leq \frac{1}{2} \\ 1, & 0 \leq |s| \leq \frac{1}{2} - \alpha \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

となる. 但し,

$$\begin{aligned} A &= \frac{1-2\beta}{1-2\alpha}\delta + \frac{8\beta\gamma - 8\alpha\gamma + 4 - 8\beta}{(1-2\alpha)^2(1-2\beta)} \\ B &= \frac{(1-2\beta)(1+2\alpha)}{1-2\alpha}\delta + \frac{(1+2\alpha)(8\beta\gamma - 8\alpha\gamma + 4 - 8\beta)}{(1-2\alpha)^2(1-2\beta)} + \frac{\gamma-1}{1-2\alpha} \\ C &= 1 - \alpha^2 A - \alpha B \\ D &= \delta \\ E &= -A - B + \delta \\ F &= -\delta\beta^2 - (-A - B + \delta)\beta \end{aligned}$$

である. ここで $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ はパラメータである. 式 (7) のパラメータを $\alpha = 1 - \beta = a, \gamma = \frac{1}{2}, \delta = \frac{b}{2a}$ とすると, 従来提案されている Quadratic 補間 kernel である, 式 (6) になる. 従って, 提案する kernel 式 (7) は従来提案されている Quadratic 補間 kernel の拡張といえる.

3.2 補間の評価

ここでは kernel の各パラメータを変化させたときの kernel に影響を図 1~4 に示す. $\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 0.5$ とし, δ を変化させたものを図 1 に示す. $\gamma = 0.5, \delta = 2$ とし, α, β を変化させたものを図 2 に示す. ここで図 1, 図 2 より提案する kernel は式 (6) の Quadratic 補間 kernel と同じものが再現できることが分かる. $\delta = 2$ とし, γ を変化させたものを図 3 に示す. ここで, $\gamma = 0.55$ のとき, $\alpha = 0.1, \beta = 1$ とし, $\gamma = 0.45$ のとき, $\alpha = 0, \beta = 0.9$ としている. これは, $\frac{1}{2}$ の点で $\frac{1}{2}$ の値をとらない kernel の例である. $\gamma = 0.5, \delta = 2$ とし, α, β を変化させたものを図 4 に示す. これは $\frac{1}{2}$ の点で非対称となる kernel の例である. さらに, 拡張された Quadratic 補間 kernel の $\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 2, \delta = 0.49$ を用いたときの周波数応答を図 5 に示す. 比較のために, 従来法の $a = 0.5, b = 1$ の周波数応答を図 5 の点線で示す.

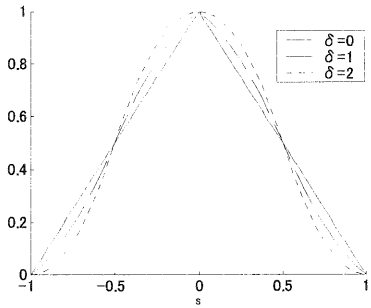


図 1: kernel($\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 0.5$)

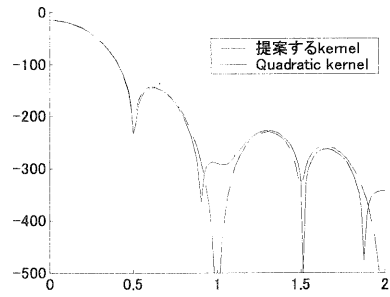


図 5: 各補間法周波数応答

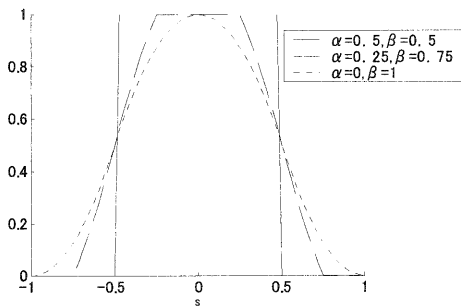


図 2: kernel($\delta = 2, \gamma = 0.5$)



図 6: Quadratic 補間 kernel による拡大画像 (SNR=20.9376)

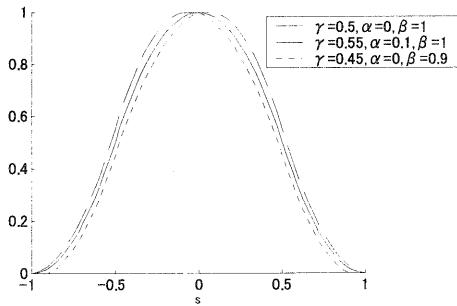


図 3: kernel($\delta = 2$)



図 7: 拡張された Quadratic 補間 kernel による拡大画像 (SNR=20.9752)

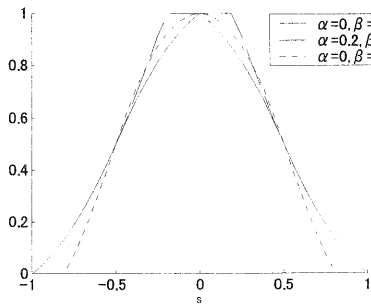


図 4: kernel($\delta = 2, \gamma = 0.5$)

周波数応答 $H(v)$ が $0 < v < 0.5$ において 1 に近い値をとり, $v = 0.5$ において急激な減衰を示すほど通過域の特性はよいと言える. また, 阻止域においては周波数応答 $H(v)$ が 0 に近い値であるほど良好であると言える. 図 5

から明らかのように提案した kernel は 0~0.5 において従来提案されている Quadratic 補間 kernel よりも 1 に近く阻止域では同等の値を示している。

実際に従来の Quadratic 補間と今回提案する Quadratic 補間の拡張をもちいて, sample 画像を拡大したものを図 6, 図 7 に示す。提案法の拡大画像の SNR は 20.9752 であり Quadratic 補間 kernel より良好な結果を得ている。しかし, オリジナルデータが連続する部分では, データに歪みを生じてしまうことが分かる。

4 Fuzzy 推論による補間法

ここでは, オリジナルデータが連続する部分で補間後の画像が歪まないように, Quadratic 補間 kernel と Fuzzy 推論を組み合わせた画像補間を考える。

4.1 木村らの方法 [2]

木村らは画像データの差分値を用い, さらに, Fuzzy 推論を用いて格子中央データの補間を行っている。これは, 連続する 4 点のオリジナルデータ点から差分値を考慮して中間点を決定するものである。つまり, 局所的な情報に応じて補間値を決定する適応補間法を行っている。このときの Fuzzy ルールは, 連続する 4 点のオリジナルデータ点を a, b, c, d とすると, 前件部は $|a - b|$ と $|c - d|$ となり, 補間値 f を後件部となる。Fuzzy ルールは,

$$\text{if } |a - b| \text{ is } A_p \text{ and } |c - d| \text{ is } B_q \text{ then } f \text{ is } W_r \quad (8)$$

$$(p = 1, \dots, P; q = 1, \dots, Q; r = 1, \dots, P \cdot Q)$$

となり, 具体的なルールは表.1 のように設定されている。このルールでは $P=Q=2$ で 4 ルールである。

表 1: Fuzzy Rule table

	$ c - d $	
$ a - b $	small	large
small	$W_1 : (b + c)/2$	$W_2 : c$
large	$W_2 : c$	$W_1 : (b + c)/2$

これは, 連続する互いの差分値に差が生じる場合, その間では不連続性が高いと判断し, さもなくば, 線形補間法を用いるように設定されている。さらに木村らはルールを有効に生かすため前件部の Fuzzy ルールの最適化を行っている。

4.2 提案法

本報告では, 木村らの方法を提案した Quadratic 補間に用い画質の向上を目指すためにルールは以下のように書き換え,

表 2: Fuzzy Rule table

	$ c - d $	
$ a - b $	small	large
small	$W_1 : \text{Conventional Quadratic}$	$W_2 : \text{Proposed Quadratic}$
large	$W_2 : \text{Proposed Quadratic}$	$W_1 : \text{Conventional Quadratic}$

となる。ここで, $|a - b|$ が small でかつ, $|c - d|$ が small. または $|a - b|$ が large でかつ, $|c - d|$ が large のとき, データの連続性を考慮する必要があるため, 従来の Quadratic 補間 kernel を用いる。それ以外の部分は, データの連続性を考慮する必要があまりないので提案する Quadratic 補間 kernel を用いる。

4.3 補間の評価

ここでは実際の sample 画像を用いて Fuzzy 推論の評価を行う。図.8 は Fuzzy 推論による補間法を用いたものである。提案法の拡大画像の SNR は 21.0638dB であり, 3.2 の補間法よりさらに良好な結果を得ている。これは, 得られた画像は同値のデータが連続するような部分での歪みが解消されているからと考えられる。



図 8: Fuzzy 推論を用いた補間法による拡大画像 (SNR=21.0638)

5 まとめ

本報告では従来提案されている Quadratic 補間 kernel を拡張した。この拡張により、従来の補間 kernel に比べ周波数応答をみたとき、通過域の幅を少し広げることが可能となる。その結果として補間後の画像の SNR が良くなった。さらに拡張された Quadratic 補間 kernel の歪みの改善のために kernel のパラメータを Fuzzy 推論によりエッジ部と連続部で変化させた。その結果、同値のデータが連続するような部分での歪みが解消され補間後の画質の SNR がさらに良くなった。

参考文献

- [1] 佐藤高史, 相川直幸, "新しい kernel を用いた画像再構成のための補間法", 信学技報, dsp98-134 12, 1998
- [2] 木村誠聡, 田口亮, 村田裕, "ファジー推論を用いたデジタル画像の拡大に関する手法", デジタル信号処理シンポジウム, C3-5 11, 1999
- [3] H.S.Hou and H.C.Andrew "Cubic splines for image interpolation and digital filtering" IEEE Trans.Acoust.,Speech,signal processing, Vol.ASSP-26,pp.508-517,dec,1978.
- [4] N.A.Dogson,"Image Resampling" Tech.Rep.261,Comput.lab.,univ. cambridge,U.K,Aug,1992.
- [5] S.K.Park and R.A.Schowengerdt,"Image reconstruction by parametric cubic convolution," Comput.Vis.,Graph.Image Procerssing,vol.23,pp 258-272,Sept.1983
- [6] R.G.Keys,"Cubic convolution interpolation for digital image Processing,vol.23,pp 258-272,Sept.1983.
- [7] Neil A.Dodgson", Quadratic Interpolation for Image Resampling", IEEE Trans.Image Processing,vol.6,pp1322-1326,sep.1997