

## 画像のガウス混成モデルに基づくインパルス性雑音除去フィルタ

小郷裕輝<sup>†</sup> 山根延元<sup>†</sup> 森川良孝<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 岡山大学 工学部  
〒700-8530 岡山県岡山市津島中 3-1-1  
Tel:086-251-8128

E-mail: [†yamane@trans.cne.okayama-u.ac.jp](mailto:†yamane@trans.cne.okayama-u.ac.jp)

あらまし 本論文では、インパルス性雑音により劣化した画像の復元法として、補間処理にガウス混成モデルに基づく適応的ウィナーフィルタを用いたスイッチングフィルタを提案する。この補間フィルタは、雑音画素の値が消失しているものとして、近傍の画素値から予測するものである。適応化の方法として、画像の局所領域の信号列に有限個のガウス定常過程を当てはめ、その予測誤差電力を最小とするウィナーフィルタ係数を選択することで復元能力の向上を図る。フィルタサポート領域内の雑音画素の取扱い方法として、雑音画素を除く方法および雑音画素を補正して用いる方法のシミュレーション実験を行い、後者の方法により従来のメジアンフィルタによる復元法に比べて演算量を大幅に増加させることなく、約1.5~2.5dBだけ復元能力を向上できることを明らかにする。

キーワード 画像復元フィルタ、インパルス性雑音除去、ガウス混成モデル、ウィナーフィルタ、スイッチングフィルタ

## An Impulse Noise Removal Filter based on Gaussian Mixture Distribution Model for Image

Hiroki OGO<sup>†</sup>, Nobumoto YAMANE<sup>†</sup>, and Yoshitaka MORIKAWA<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Faculty of Engineering, Okayama University  
3-1-1, Tsushimanaka, Okayama, Okayama 700-8530, Japan  
Tel:086-251-8128

E-mail: [†yamane@trans.cne.okayama-u.ac.jp](mailto:†yamane@trans.cne.okayama-u.ac.jp)

**Abstract** In this paper, an impulse noise removal method for images is proposed. This method is a switching filter using adaptive Wiener filter based on the Gaussian mixture distribution model in the interpolation process. The adaptive restoration filter is designed as the Wiener filter that minimize mean square error for the Gaussian stationary processes adopted to the local image signals. A simulation result shows that proposed method improves S/N ratio from 1.5 to 2.5 dB compared with conventional switching filter using median filter in its restoration process.

**Key words** image restoration, impulse noise removal, Gaussian mixture distribution model, Wiener filter, switching filter

## 1. まえがき

インパルス性雑音により劣化した画像の復元には、メジアンフィルタ (Median Filter:MF) に代表される非線形フィルタが用いられている [1]。また雑音で劣化した画素を検出し、この画素のみを修正するスイッチングフィルタは、画像のエッジ部分の劣化を防ぐ方法として有効性が示されている [2][3]。本論文では、スイッチングフィルタにおける劣化画素の補間法として、ガウス混成モデル (Gaussian Mixture Distribution Model:GMM) に基づく適応的ウィナーフィルタ (Adaptive Wiener Filter:AWF) を導入したインパルス性雑音除去法を提案する。

WF は、原画像と復元画像の平均誤差電力を最小とする線形フィルタであるが、画像信号がガウス定常過程に属する場合、原画像と復元画像の誤差電力を最小とする意味での最適フィルタを、WF を用いて実現できる [4]。GMM-AWF 法では、画像信号を小ブロックに分割して GMM における有限個のガウス定常過程を当てはめ、各過程の WF を導出する。提案法の AWF は、雑音画素と判定された画素値が消失しているものとして、この画素値を近傍の画素を用いて補間する補間フィルタとして導出する。

スイッチング法として、Progressive Switching(PS) 法 [2] が知られている。PS 法における雑音位置の検出は、MF を用いて行われている。提案法においても、処理の簡単のため、雑音位置の検出には MF を用いる。

最後に、提案法のシミュレーション実験結果を提示し、補間フィルタとして MF を用いる PS/MF 法、および、MF と平均値フィルタを選択的に用いる PS/HF (Hybrid Filter) 法との比較を行い、提案法は復元能力の向上に有効であることを明らかにする。更に、フィルタサポート領域内の雑音画素の取扱い方法として、雑音画素を除く方法 (PS/AWF 法) および、雑音画素を補正して用いる P-PS 法 [5] を採用した方法 (P-PS/AWF 法) の実験結果を示し、P-PS/AWF 法は、PS 法を用いる場合と同程度の復元処理を従来法と同程度の演算量で実現できることを示す。

## 2. 適応的ウィナーフィルタ

提案法における復元フィルタは、インパルス性雑音によって消失した画素の値を、近傍の画素値を用いて補間するものである。この補間フィルタとしてガウス混成モデル (Gaussian Mixture Distribution Model:GMM) に基づく適応的ウィナーフィルタ (Adaptive Wiener Filter:AWF) を採用する。以下、GMM とそれに基づく AWF の概略を示す。

### 2.1 GMM [6]

GMM では画像を図 1 に示す  $L \times L$  画素ブロックに分割し、各ブロックを図 2 に示す  $K$  個のガウス定常過程  $s_k$  のいずれかに当てはめる。

一般に、画像を小さなブロックに分割してブロック毎に処理を行うことで、画像のもつ非定常性の影響を低減することができるが [7]、観測する信号数の減少によって後に

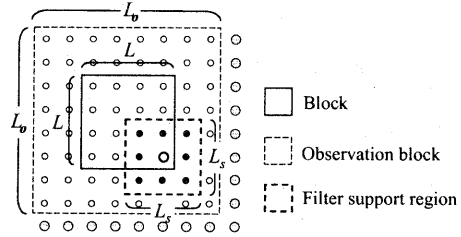


図1 ブロック, 観測ブロック, フィルタサポート領域

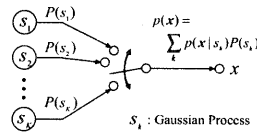


図2 ガウス混成モデル

述べるクラス検出精度は低下する。そこで図 1 に示すブロック近傍の画素を含む  $L_0 \times L_0$  画素 ( $L_0 > L$ ) の観測ブロックで検出を行い、検出精度の向上を図る。

このクラス検出は、ブロック内の信号の共分散行列をパラメータとして、最大事後確率 (MAP) 推定法を用いて行うことができるが、検出処理の演算量が多い [4]。

そこで、提案法では、GMM として処理の容易な方向性電力モデルを採用する。画像の高効率符号化において、このモデルは共分散行列をパラメータとするモデルに匹敵する能率を示すことが知られており [6]、復元処理のためのモデルとしても適していると考えられる。

このモデルは、ブロック内の信号の方向性をパラメータとする  $\Theta_d$  個の方向性モデルと、平均電力 (Maharanobis 距離) をパラメータとする  $\Theta_e$  個の平均電力モデルの積モデルである。このモデルの共分散行列  $\{C_k | k = 1, 2, \dots, \Theta_d \times \Theta_e\}$  は次式で与えられる。

$$C_k = C_{d,e_k} = e_k^2 \bar{C}_d + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (1)$$

ここで、 $e_k^2$  は平均電力、 $\bar{C}_d$  は方向性モデルの共分散行列、 $\sigma^2$  は撮像系で生じる雑音を白色と仮定したときの雑音電力、 $\mathbf{I}$  は単位行列を表わす。

### 2.2 AWF

画像信号  $x$  の予測信号を  $\hat{x}$  とする。 $\hat{x}$  は図 1 に示す注目画素を中心とした  $L_s \times L_s$  画素のサイズのフィルタサポート領域内の信号ベクトル  $\mathbf{x}$  を用いて次式から求める<sup>(註1)</sup>。

$$\hat{x} = G(\mathbf{x}) \quad (2)$$

上式の予測関数  $G(\cdot)$  を画像の局所統計量に応じて変化させ、予測誤差電力の最小化を図る。画像信号と予測誤差の分布が共にガウス分布に従うとき、二乗誤差  $(x - \hat{x})^2$  の全

(註1) フィルタサポート領域が注目画素を含まないことに注意する

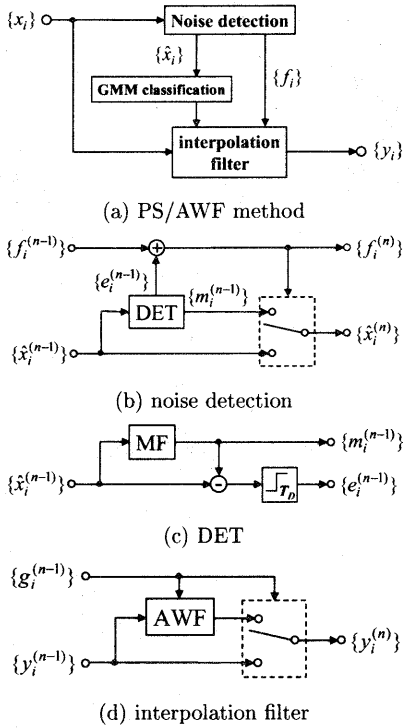


図3 PSフィルタの構成

画素にわたる平均を最小とする関数  $G$  は、画素のブロックをガウス過程  $s_k$  に分類したとき、各クラスの WF に帰着する [4]。このときのガウス過程  $s_k$  における WF 係数  $a_k$  は次式で与えられる。

$$a_k = C_k^{-1} c_k \quad (3)$$

ここで  $C_k, c_k$  は、それぞれ式 (1) に示したガウス過程  $s_k$  に属するフィルタサポート領域内の画像信号の共分散行列および共分散ベクトルであり、多種多様なトレーニング画像を用いて決定する。

### 3. 提案法

本章では、雑音画素の復元法として GMM-AWF フィルタを用いる PS(Progressive Switching)/AWF 法の構成と処理手順を示す。

#### 3.1 PS/AWF 法

図 3(a) に提案法の構成を示し、以下に本法の処理手順を示す。

##### 【PS/AWF 法の処理手順】

(1) 観測画像  $\{x_i\}$  に対し、雑音検出処理を行い、雑音位置画像  $\{f_i\}$  を推定する。但し、添え字  $i$  は画像をラスタ走査したときの画素の番号を示し、 $f_i = 1$  は  $x_i$  が雑音画素であることを示す。

(2) 雑音検出時に求めた補正画像  $\{\hat{x}_i\}$  をブロックに

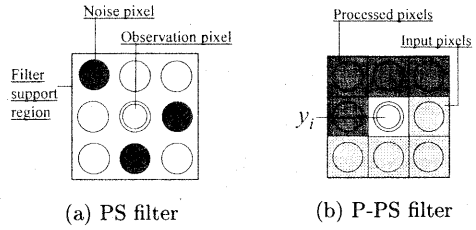


図4 フィルタサポート領域内における処理

分割し、ブロック単位に GMM のクラス検出を行う。

(3) クラス分け情報および雑音位置画像  $\{f_i\}$  を用いて、GMM-AWF による補間処理を行う。

以下に検出処理および補間処理の構成および処理手順を示す。

##### 【1】検出処理

図 3(b) に雑音検出部の構成を示す。ここでの検出処理は、主に図 3(c) に示す検出器 (DET) で行うが、この検出処理を繰り返して行い、DET で推定した雑音位置  $\{e_i\}$  を累積して雑音位置画像  $\{f_i\}$  とすることで、密集した雑音に対する検出能力の向上を図っている。図 3(c) で MF はメジアンフィルタを示す。

以下に、検出処理の手順を示す。

##### 【検出処理手順】

(1)  $\{\hat{x}_i^{(0)}\} = \{x_i\}$ ,  $\{f_i^{(0)}\} = \{0\}$ ,  $n = 1$  と初期化する。

(2) 繰り返し  $n$  回目に入力される補正画像  $\{\hat{x}_i^{(n-1)}\}$  と、 $\{\hat{x}_i^{(n-1)}\}$  の全画素に MF を施した画像  $\{m_i^{(n-1)}\}$  の差をとり、その絶対値と閾値  $T_D$  を比較して、次式のようにしてまず雑音位置画像を更新する。

$$f_i^{(n)} = \begin{cases} 1 & ; \text{if } |\hat{x}_i^{(n-1)} - m_i^{(n-1)}| > T_D \\ f_i^{(n-1)} & ; \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

次に  $\{f_i^{(n)}\}$  を用いて、補正画像  $\{\hat{x}_i\}$  を更新する。

$$\hat{x}_i^{(n)} = \begin{cases} m_i^{(n-1)} & ; \text{if } f_i^{(n)} = 1 \\ \hat{x}_i^{(n-1)} & ; \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

(3) 繰り返し回数  $n_d$  を予め設定しておき、 $n = n_d$  ならば終了する。さもなければ  $n \leftarrow n + 1$  として (2) に戻る。

##### 【2】補間処理

図 3(d) に補間処理部の構成を示す。補間処理においても、検出処理と同様、図 3(d) に示す補間処理を繰り返して行うことにより、密集した雑音に対する復元能力の向上を図る。同図で雑音位置画像を  $\{g_i\}$ 、出力される復元画像を  $\{y_i\}$  で示している。更に、図 4(a) に示す AWF のサポート領域内に ●印で示す雑音があれば、補間能力が著しく低下するため、○印で示す非雑音画素のみを用いて AWF を施す。

以下に補間処理の手順を示す。

##### 【補間処理手順】

(1)  $\{y_i^{(0)}\} = \{x_i\}$ ,  $\{g_i^{(0)}\} = \{f_i^{(n_d)}\}$ ,  $n = 1$  と初期化する。

(2) フィルタサポート領域内の非雑音画素数  $M$  が正ならば、まず次式のように  $\{y_i\}$  を更新する。

$$y_i^{(n)} = \begin{cases} r_i^{(n-1)}; & \text{if } g_i^{(n-1)} = 1 \\ y_i^{(n-1)}; & \text{else} \end{cases} \quad (6)$$

但し、 $r_i^{(n-1)}$  は  $\{y_i^{(n-1)}\}$  に施した AWF 出力である。次に雑音位置画像  $\{g_i\}$  を更新する。

$$g_i^{(n)} = \begin{cases} 0 & \text{if } y_i^{(n)} = r_i^{(n-1)} \\ g_i^{(n-1)} & \text{if } y_i^{(n)} = y_i^{(n-1)} \end{cases} \quad (7)$$

(3)  $\forall i$  に対して  $g_i^{(n)} = 0$  となれば終了する。さもなければ  $n \leftarrow n + 1$  として (2) に戻る。

### 3.2 P-PS/AWF 法

前節で述べた PS/AWF 法では、フィルタサポート領域内の雑音の位置に応じて WF 係数  $\alpha$  を求める必要があり、このための演算量が非常に多くなる欠点がある。この対策として、スイッチング法に P-PS 法 [5] を採用した P-PS/AWF 法を提案する。この方法では、フィルタサポート領域内の雑音画素を補正して用いるため、WF 係数  $\alpha$  を予め求めておくことができ、従来法に比べて演算量が大幅に増加しないが済む。

#### 【P-PS/AWF 法の処理手順】

この方法の検出処理は PS/AWF 法と同様に行う。補間処理も PS/AWF 法と同様な繰り返し処理により行うが、【補間処理手順】において、 $\{y_i\}$  を PS/AF 法<sup>(42)</sup>の出力画像に初期化する。更に、手順 (2) において、フィルタサポート領域内の非雑音画素数  $M$  によらず、図 4(b) に示すように  $\{y_i\}$  を  $i = 1, 2, \dots$  の順に再帰的に更新する。但し、 $\{g_i^{(n-1)}\} = \{f_i^{(n_d)}\}$  とする。

$$y_i^{(n)} = y_i^{(n-1)} = \begin{cases} r_i' & \text{if } f_i^{(n_d)} = 1 \\ y_i^{(n-1)} & \text{else} \end{cases} \quad (8)$$

但し、 $r_i'$  は補間済みの  $\{y_j^{(n-1)}\}_{j \leq i-1}$  と入力  $\{y_j^{(n-1)}\}_{j \geq i+1}$  に施した AWF 出力である。

### 3.3 GMM のクラス検出

PS/AWF 法でのクラス検出は、MF を用いた検出処理の最終補正画像  $\{\hat{x}_i^{(n_d)}\}$  から行う。また、P-PS/AWF 法でのクラス検出は、【補間処理手順】の繰り返し毎の入力画像  $\{y_i^{(n-1)}\}$  を用いて行う。

## 4. 計算機シミュレーション

本章では、提案法の計算機シミュレーション結果を示し、従来法との比較を行う。

### 4.1 実験条件

本実験における条件を以下に示す。

- ① 実験対象画像は図 5 の “lena”, “orchid” および “boat” (いずれも  $512 \times 512$  画素, 256 階調) である。



(a) “lena”

(b) “orchid”



(c) “boat”

図 5 実験対象画像

- ② 雑音の輝度値は 0 もしくは 255 とし、雑音発生率  $P$  は 5~50% を扱う。
- ③ WF 係数は ISO/JIS-SCID の画像 30 枚を用いて予め作成した汎用的なものである。
- ④ 画像復元の評価量として信号対雑音比 SNR を用い、次式で求めている。MSE は原画像と復元画像の平均二乗誤差である。

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\text{MSE}} \quad [\text{dB}] \quad (9)$$

また、3 枚の実験対象画像の平均 SNR を Average SNR で示す。

表 1 に、予備実験により最適に選んだパラメータを示す。

### 4.2 再検出処理

従来の PS 法における検出処理の補正画像は、復元画像に比べて画質が低く、クラス検出が十分に行われていないと考えられる。そこで、補間フィルタ出力画像を雑音検出処理の補正画像  $\{\hat{x}^{(n-1)}\}$  の初期画像として、再検出を行うことで検出精度の向上を図る。

#### 【再検出手順】

- (1) PS/AWF 法の復元画像  $\{y_i\}$  を求める。
- (2) PS/AWF 法の【検出処理手順】(2) において、 $n = 1$  のときのみ MF を施す画像を  $\{\hat{x}^{(0)}\}$  の代わりに、(1) で求めた  $\{y_i\}$  として検出・補間を行う。

図 6 では再検出処理を行う場合 (With Re-detection) と行わない場合 (Without Re-detection) を比較する。再検出により、復元能力が向上していることがわかる。この改善の度合いは、 $P$  が大きくなるほど大きい。従来法と提案法の改善の度合いを比べると、提案法の方が大きい。これは、提案法における AWF に対するフィルタサポート内の雑音による影響が大きいためであると考えられる。

<sup>(42)</sup> PS 法の補間処理に平均値フィルタを用いたもの。

表1 実験パラメータ

パラメータ	提案法	従来法
サポートサイズ $L_s$	PS 法:7, P-PS 法:3	3
閾値 $T_D$ (画像毎の最適値)	30~40	30~45
検出処理の繰り返し回数 $n_d$	4	4
検出フィルタのサポートサイズ $L_s$	3 ( $P=40$ 以上では, 初回のみ 5 とする)	
ブロックサイズ $L$	4	—
観測ブロックサイズ $L_o$	8	—

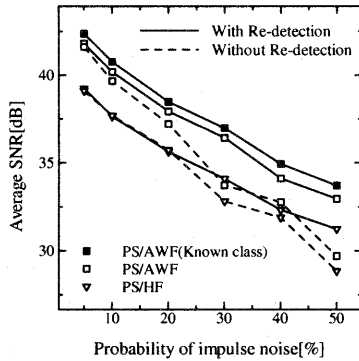


図6 再検出処理の効果

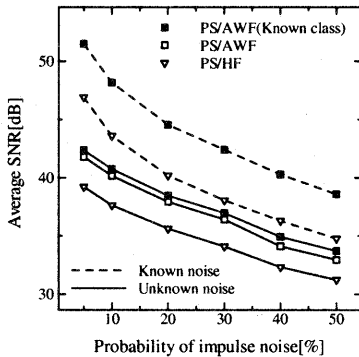


図7 検出誤差の影響

この再検出処理は、2回以上行ってもほとんど改善しないため、以下の実験では、全ての方法で再検出処理を1回行う。

4.3 検出誤差の影響

図7に、雑音検出誤差およびGMMのクラス検出誤差影響を示す。

(1)GMMのクラス検出誤差の影響

図7に、クラス検出が理想的に行われた場合のPS/AWF法の復元能力をPS/AWF(Known class)で示す。PS/AWF法のものと比較すると、クラス検出誤差

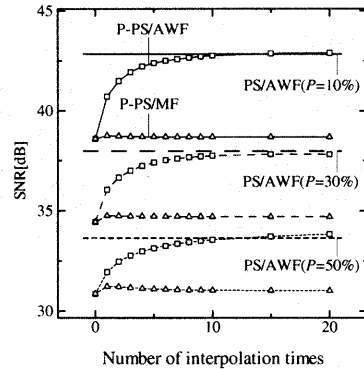


図8 P-PSフィルタ法における補間処理の繰り返し処理の評価

の影響は約0.5~1dB程度であることがわかる。雑音発生率が大きくなるにつれて僅かに影響が増加しているものの、クラス検出法として雑音検出処理の補正画像を用いる方法の有効性を示している。

(2) 雑音検出誤差の影響

図7に、雑音検出が理想的に行われた場合のPS/AWF法の復元能力をPS/AWF(Known noise)で示す。PS/AWF法のものと比較すると、雑音検出誤差の影響は約5~9dB程度と非常に大きくなっていることがわかる。

図7には比較のために、従来のPS/HF法およびPS/HF(Known noise)で示す雑音検出が理想的に行われた場合の復元能力を示している。従来法における雑音検出誤差の影響は約3~8dB程度であり、提案法における影響の方が大きいことがわかる。これは、補間フィルタのサポート領域に残留する雑音が、AWFに対して強く影響するためであると考えられる。

4.4 P-PS法における補間処理の繰り返し処理の評価

図8では、補間処理の回数を変化させたときのP-PS/AWF法およびP-PS/MF法(画像“lena”,  $P=10, 30, 50\%$ )の比較を行う。P-PS/MF法では補間処理を繰り返して行う効果は見られないのに対し、P-PS/AWF法は繰り返すにつれて特性が向上し、約10回でPS/AWF法とほぼ同等の復元能力が得られていることがわかる。

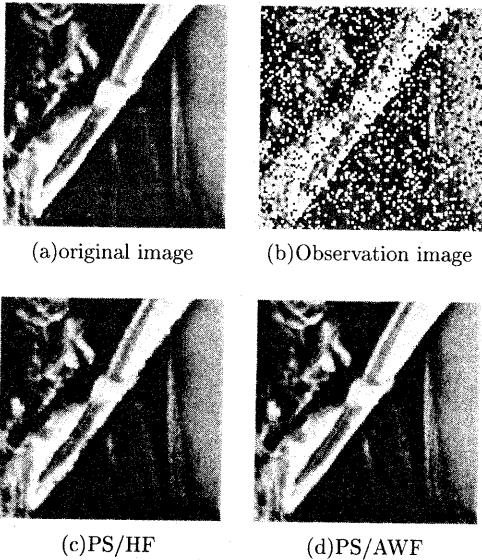


図9 実験結果画像

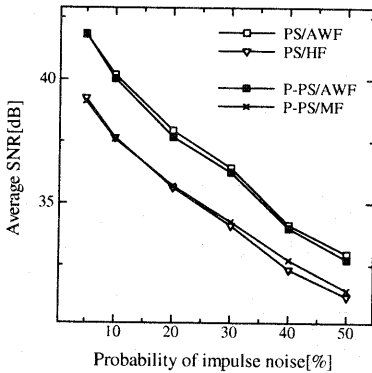


図10 復元能力の比較

これは、GMM-AWF が画像の方向性と相関を考慮したフィルタになっていて、繰り返す毎にフィルタサポート領域内の画素の信頼性が高くなるためであると考えられる。

以下の実験では、P-PS/MF 法の補間処理は1回だけ行い、P-PS/AWF 法の補間処理は10回行う。

#### 4.5 復元能力

図9では、原画像“lena”にインパルス性雑音を30%付加し、PS/HF 法および PS/AWF 法で復元したときの画像の比較を行う。PS/HF 法で復元した画像はエッジ部が劣化しているのに対し、PS/AWF 法で復元した画像はエッジ部の劣化が少ないのがわかる。これは、GMM-AWF を用いることで、画像の局所変化に対して適応的に補間処理が行えていることを示している。

図10に、PS/AWF 法および P-PS/AWF 法の特性を示す。比較対象として、PS/HF 法および P-PS/MF 法の

表2 演算時間の比較 (CPU: pentium III, 700MHz)

	①	②	③
演算時間(秒)	45~100	3.2~5.1	2.3~3.6

特性を示す。まず、PS/AWF 法と従来法を比較すると、約1.5~2.5dB 特性が改善していることがわかる。

次に、PS/AWF 法と P-PS/AWF 法を比較すると、ほぼ同等の特性が得られていることがわかる。表2では、PS/AWF 法(表中①)、P-PS/AWF 法(②)および P-PS/MF 法(③)の演算時間を比較する。P-PS/AWF 法は、P-PS/MF 法に比べて大幅に増加させることなく、また PS/AWF 法に比べて大幅に演算量を減らすことができていることがわかる。

#### 5. むすび

本論文では、画像のインパルス性雑音除去法として、スイッチング(PS)法の補間処理にガウス混成モデルに基づく適応的ウィナーフィルタ(AWF)を適用した PS/AWF 法を提案し、以下の成果を得た。

- (1) 従来の PS フィルタと比較して約1.5~2.5dB 程度特性が改善する。
- (2) 再検出処理により、復元能力を向上できる。
- (3) 雑音除去処理を再帰的に行う P-PS 法により、演算量の増加を低減できる。

今後の課題としては雑音検出精度の向上が挙げられる。

#### 文 献

- [1] 雛元 孝夫, 棟安 実治, 田口 亮: “非線形デジタル信号処理”, 朝倉書店, 1999.
- [2] Z.Wang and D.Zhang, “Progressive switching median filter for the removal of impulse noise from highly corrupted images”, IEEE Trans. Circuits Systems, 1999-1.
- [3] 田口 亮, 松本 哲夫: “インパルス雑音情報に基づく高発生確率インパルス雑音重畳画像の復元”, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol.99, No.25, pp.9-16, 1999-4.
- [4] 山根 延元, 森川 良孝, 川上 洋一, 高橋 秀和: “画像の局所定常ガウス混成モデルに基づく適応的ウィナーフィルタを用いた最適雑音除去”, 電子情報通信学会論文誌投稿中.
- [5] 橋本 有平, 梶川 嘉延, 野村 康雄: “画像信号の方向性を考慮したインパルス性ノイズ除去手法”, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J84-A, No.6, pp.759-768, 2001-6.
- [6] 山根, 森川, 浜田, 梅田: “画像のガウス混成モデルとエントロピー符号化への応用”, 信学論 B-I, Vol.J80-B-I, No.7, 1997-7.
- [7] P.A.Maragos, R.W.Shafer and R.M.Mersereau: “Two-Dimensional Linear Prediction and Its Application to Adaptive Predictive Coding of Images,” IEEE Trans. vol.ASSP-32, No.6, pp.1213-1228, Dec. 1988.