

## 単位超球面上一様分布のための 鏡映群によるベクトル量子化器の高次元化

槙 修一<sup>†</sup> 山根 延元<sup>††</sup> 森川 良孝<sup>††</sup>

<sup>†, ††</sup>岡山大学工学部 〒700-8530 岡山市津島中 3-1-1

E-mail: <sup>†</sup>maki@trans.cne.okayama-u.ac.jp, <sup>††</sup>{yamane,morikawa}@cne.okayama-u.ac.jp

あらまし ベクトル量子化 (VQ) においてコードベクトル数とその探索のための演算量が次元数とレートの増加について指数的に増加することが問題となっている。高次元・高レートにおける実現法として数多くの方法が提案されているが、著者等は鏡映群による格子 VQ である万華鏡 VQ (KVQ) に領域統合 (UR) を行った UR-KVQ を提案している。この方法により 16 次元、3bits/sample まで良好な特性を有する量子化器が 1~120 のコードベクトル数で実現できることが明らかになっているが、より高次元における設計を行うことが課題となっていた。従来の設計法ではエントロピー拘束型 VQ の設計法 (EC-LBG 法) を利用したコードベクトルの棄却法を用いた。UR-KVQ はコードベクトルを配置する万華鏡内の位置によってその符号化レートが大幅に異なるが、多量のコードベクトルの初期配置からレート-ひずみ特性の良いコードベクトルのみを EC-LBG 法により残すことができる。しかしながら、次元数の増加に伴い必要となる初期コードベクトル数が急激に増加するため実現が困難となる。この問題を解決するため、初期コードベクトル数の低減法を提案する。本法により、32 次元、記憶容量の観点から 1.5bits/sample まで特性の良好な量子化器を設計することができた。

**キーワード** ベクトル量子化、LBG 法、鏡映群、エントロピー拘束型 VQ、直積型鏡映群

## Implementation in high-dimensions of Vector Quantizer with Reflection Group for Uniformly Distribution on Unit Hyper-sphere

Shuichi MAKI<sup>†</sup>, Nobumoto YAMANE<sup>††</sup>, and Yoshitaka MORIKAWA<sup>††</sup>

<sup>†, ††</sup>Faculty of Engineering, Okayama University

1-1, Naka 3-chome, Tsushima, Okayama, 700-8530 Japan

E-mail: <sup>†</sup>maki@trans.cne.okayama-u.ac.jp, <sup>††</sup>{yamane,morikawa}@cne.okayama-u.ac.jp

**Abstract** The vector quantization(VQ) method has the major problem that the number of computations and memory amounts grow exponentially according to increase of vector dimensions and coding rate. Various methods have been proposed to realize VQ in higher dimensions and coding rate. The authors proposed kaleidoscope VQ (KVQ) that is the lattice VQ with reflection group(RG) and its improved version UR-KVQ(unified resion KVQ). In 16-dimensions, we showed that UR-KVQ realizes good coding performance with 1-120 codevectors up to the rate about 3bits per sample but higher rate UR-KVQ has not been designed in the convectional method. Conventional method was a rejection method of codevectors using design method of entropy constrained LBG(EC-LBG). EC-LBG leaves codevectors that have good coding performance from a large number of initial codevectors. However, the number of initial vectors grows exponentially according to dimension increase, and thus the conventional method denies its realization. To resolve this problem, we will propose a reduction method of initial codevectors. It is shown that, the codebooks designed by the proposed method have good performance, in rate about 1.5bits per sample in 32-dimensions.

**Key words** Vector Quantization, LBG algorithm, Reflection Group, Entropy Constrained VQ, Direct Product Reflection Group.

## 1. はじめに

ベクトル量子化 (Vector Quantization : VQ) [1] の量子化特性は次元数の増加に伴いレート-ひずみ限界に近づくことが知られており、現在も盛んに研究が行われている [2]～[5]。しかししながら、VQ におけるコードベクトル数は高次元・高レート化により指数的に増加するため計算量とメモリー量が指数的に増加することが問題となる。この問題に対して筆者らは鏡映群 (Reflection Group : RG) による合同空間分割を利用した万華鏡 VQ (Kaleidoscope VQ : KVQ) およびその領域統合型 KVQ (Unified Region KVQ : UR-KVQ) を提案した [6]。

鏡映群は原点を通る超平面により空間を分割するが、分割された領域はすべて合同となり、基本領域と呼ばれる。KVQ は球対称分布に対する量子化器であり、鏡映群量子化器 (RGVQ) と全探索 VQ (Full Search VQ:FSVQ) の従属探索型となる。RGVQ は入力ベクトルが属する基本領域の符号化を行うものであり KVQ における符号化レートの大半を担う。また後段の FSVQにおいては RGVQ のボロノイ領域である基本領域の境界にコードベクトルを配置することで初段 VQ のボロノイ領域を統合・分割することで量子化特性を改善することができる。これにより、ガウス分布量子化器として 16 次元において約 3bits/sample まで設計を行ったが、より高次元化することによる特性改善が課題となっている。

従来の UR-KVQ の設計法では、エントロピー拘束型 VQ の設計法 (EC-LBG 法) [1] を利用した棄却法 [6] を用いていた。この方法では、予め多くの境界にコードベクトルを初期配置し EC-LBG 法を用いてレート-ひずみ特性の優れたコードベクトルのみを残すことができる。しかしこの棄却法による EC-LBG 法では、探索領域内の境界の数が次元数の増加に伴い急激に増加することが問題となる。この問題を解決するため、棄却法において初期配置された境界に拘束したコードベクトルを再配置する方法を提案する。更に再配置の決定をすべての境界に対する最良配置として決定するために直積型の鏡映群を導入する。以上の方法を用いて、16 次元においては従来の設計法と同等な特性を、32 次元において約 1.5bits/sample 以下において特性の良好な量子化器が設計可能であることを明らかにする。

## 2. VQ

VQ ならびにその設計法として用いられる LBG 法について説明する。

### 2.1 VQ

VQ はユークリッド空間  $\mathbf{R}^n$  中のベクトル  $x$  から、ベクトル  $y \in \mathbf{R}^n$  への写像である。集合  $C = \{y_i | i = 1, 2, \dots, M\}$  はコードブック、 $M$  はコードブックサイズを示す。入力ベクトル  $x$  とコードベクトル  $y_j$  の間のひずみ  $d(x, y_j)$  には 2 乗ひずみを用いる。符号化においては、与えられたコードブックに対して入力ベクトル  $x$  に最近傍のコードベクトル  $y_i$  を割り当てる。すなわち、

$$d(x, y_i) \leq d(x, y_j); j = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

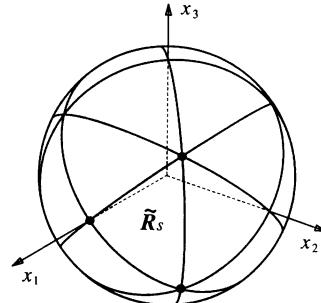


図 1 鏡映群  $D_3$  の例

Fig. 1 Examples of reflection groups  $D_3$ .

各  $y_i$  に最近傍な  $x$  の集合  $V(i)$  はボロノイ領域と呼ばれ、平均ひずみ  $D$  は次式で与えられる。

$$D = \sum_{i=1}^M \int_{V(i)} d(x, y_i) p(x) dx \quad (2)$$

ただし、 $p(x)$  は情報源の確率密度関数である。

復号において、上式の  $D$  を最小とする  $y_i$  は  $V(i)$  の重心となる。

$$y_i = \int_{V(i)} x p(x) dx / \int_{V(i)} p(x) dx \quad (3)$$

式 (1), (3) の二つの最適条件を同時に満たす量子化器の設計法として LBG 法 [7] が提案され、広く用いられている。最近傍のコードベクトルを総当たりによって探索する量子化法を全探索 VQ (Full Search VQ : FSVQ) と呼ぶ。

## 3. UR-KVQ

本章では UR-KVQ とその従来の設計法について述べる。

### 3.1 鏡映群 [8]

$n$  次元ユークリッド空間  $\mathbf{R}^n$  において、原点通り、法線ベクトルが  $t$  の超平面を  $P_t$  で示す  $P_t$  による鏡映変換  $\gamma_t$  は次式の Householder 変換で与えられる。

$$\gamma_t = I - \frac{2tt^\top}{t^\top t} \quad (4)$$

ただし、 $\cdot^\top$  は・の転置を示し、 $I$  は単位行列である。 $\mathbf{R}^n$  を  $L$  個の超平面  $\{P_{t_i} | i = 1, 2, \dots, L\}$  によって分割する。各超平面に対応する法線ベクトル  $t_i$  の集合を  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_L\}$  とおく。分割後の領域がすべて合同となるとき、 $t_i \in T$  による鏡映変換とその合成変換全体の集合は群となり、鏡映群と呼ばれる。また、分割された合同な形状の領域は基本領域と呼ばれる。

本論文においては特に  $D_n$  型鏡映群を用いる。図 1 に  $D_3$  の基本領域を示す。また、入力ベクトルを鏡映変換して特定の基本領域に持ち込み、この基本領域内で FSVQ を行う。この基本領域を  $\tilde{R}_S$  で表し、探索領域と呼ぶ。表 1 に  $D_n$  の基本ルート系  $Q_n = [u_1, u_2, \dots, u_n]$  および探索領域  $\tilde{R}_S$  を示す。

### 3.2 基本領域のインデックス $\nu$

$D_n$  の鏡映変換は、表 1 の基本ルートを式 (4) に代入すれ

表 1  $D_n$  の基本ルート  $Q_n$ , 探索領域  $\tilde{R}_S$ Table 1 Fundamental roots  $Q_n$  and search region  $\tilde{R}_S$  of  $D_n$ .

$Q_n^T$	$1 -1 0$ $\vdots \vdots \vdots$ $0 1 -1$ $0 1 1$
$\tilde{R}_S$	$\{\tilde{x}_1 > \tilde{x}_2 > \dots >  \tilde{x}_n \}$

ば、要素の置換と正負の符号反転であることがわかる。ベクトル  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  に対して探索領域内の鏡像ベクトル  $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n]$  の間には次の関係が成り立つ。

$$\tilde{x}_j = s_j x_{m_j}$$

正負の符号  $s_j$ , ソーティングの情報  $m_j$  によって基本領域を表現することができ、これを  $\nu$  とする。

$$\nu = [s_1, s_2, \dots, s_{n-1}, m_1, m_2, \dots, m_n] \quad (5)$$

ここで、 $D_n$  型における正負の符号反転は 2 つの要素に対して同時に作用し鏡映変換を行っても負の符号の偶奇は変化しないため、 $s_n$  はこれにより決まる。この  $\nu$  により  $2^{n-1} n!$  個の基本領域を表現することが可能である。

### 3.3 基本領域の境界

表 1 の基本ルート  $u_i$  の超平面  $P_{u_i}$  上にあるベクトル  $x$  の要素は、 $x_i = x_{i+1}$  ( $i \neq n$ ) もしくは  $x_{n-1} = -x_n$  ( $i = n$ ) となる。これら超平面上の領域を境界と呼び、特に  $n-k$  個の超平面の重なる領域を  $k$  次元境界  $B(\pi)$  と呼ぶ。

$$\begin{aligned} B(\pi) &= \{x | \mathbf{K}^T x = 0\}, \\ \mathbf{K} &= [\mathbf{u}_{\pi_1}, \mathbf{u}_{\pi_2}, \dots, \mathbf{u}_{\pi_{n-k}}] \\ &\quad ; \pi_1 < \pi_2 < \dots < \pi_{n-k}. \end{aligned} \quad (6)$$

$D_n$  の  $k$  次元境界上にあるベクトル  $x$  は 2 つのタイプに分類され次のような要素を持つ。

$$x_1 = [\underbrace{\mu_1, \dots, \mu_1}_{\ell_1}, \dots, \underbrace{\mu_k, \dots, \mu_k}_{\ell_k}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\ell_{k+1}}]^T, \quad (7)$$

$$\mu_1 > \mu_2 > \dots > \mu_k > 0, \sum \ell_i = n, \ell_{k+1} > 0.$$

$$x_2 = [\underbrace{\mu_1, \dots, \mu_1}_{\ell_1}, \underbrace{\mu_2, \dots, \mu_2}_{\ell_2}, \dots, \underbrace{|\mu_k|, \dots, |\mu_k|}_{\ell_k}, \mu_k]^T \quad (8)$$

$$\mu_1 > \mu_2 > \dots > |\mu_k|, \sum \ell_i = n, \ell_{k+1} = 0.$$

鏡映変換によって生成される  $x_1, x_2$  の総数  $F(\pi_1), F(\pi_2)$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$F(\pi_1) = \frac{2^k n!}{\prod_{i=1}^{k+1} \ell_i!}, \quad F(\pi_2) = \frac{2^{n-1} n!}{\prod_{i=1}^k \ell_i!} \quad (9)$$

### 3.4 UR-KVQ の構成

図 2 に UR-KVQ の構成図を示す。量子化手順を以下に示す。

[量子化手順]

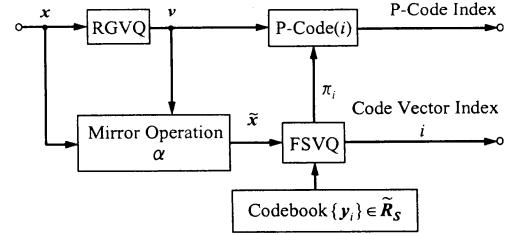


図 2 UR-KVQ のブロック図

Fig. 2 Block diagram of UR-KVQ.

(1) RGVQ により入力ベクトル  $x$  が属する基本領域のインデックス  $\nu$  を求める。

(2) 鏡映変換  $\alpha$  により  $x$  の探索領域  $\tilde{R}_S$  内の像  $\tilde{x}$  を求める。

(3) FSVQ により  $\tilde{x}$  を量子化し、その出力  $i$  を符号化する。

(4)  $y_i$  と基本領域のインデックス  $\nu$  から  $\alpha^{-1} y_i$  における位置を順列符号 (Permutation Codes: P-Code) [9] を用いて符号化する。

FSVQ のコードブックサイズが  $M$  のとき、UR-KVQ における符号化レート  $R$  は次式で与えられる。

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^M \{P_i \log_2 F(\pi_i) - P_i \log_2 P_i\}. \quad (10)$$

ただし、 $P_i$  は FSVQ における  $i$  番目の出力ベクトル  $y_i$  の出現確率を表す。

### 3.5 従来の設計法

UR-KVQにおいて、各コードベクトルの符号長はそのコードベクトルが位置する境界に依存して大幅に変化する。コードブックのレート-ひずみ特性にもとづく VQ の設計法としてエントロピー拘束型 VQ の設計法 [1](EC-LBG) がある。エントロピー拘束型 VQ の設計は LBG 法に基づくが、最小化する評価量として平均 2 乗ひずみ  $D$  の代わりに次式のレートの拘束条件付きひずみ  $(R-D)$  関数  $J$  を用いる。

$$J = D + \lambda H \quad (11)$$

ただし、 $H$  は量子化出力のエントロピー、 $\lambda$  はラグランジュ乗数である。上式は次式のように書くことができる。

$$J = E[\rho(x, y_i)] \quad (12)$$

$$\rho(x, y_i) = d(x, y_i) + \lambda l_i \quad (13)$$

$$l_i = \log_2 F(\pi_i) - \log_2 P_i \quad (14)$$

ただし、 $l_i$  はコードベクトル  $y_i$  の符号長を表す。

LBG 法のボロノイ領域分割を式 (13) の  $\rho(x, y)$  を用いることで、UR-KVQ の初期コードベクトルの内で符号化レートの大きいものを棄却できる。

設計法を以下に示す。

[設計手順]

(1) 初期設定

表 2  $\prod_{j=1}^m D_{k_j}$  の基本ルート  $Q_n$   
Table 2 Fundamental roots  $Q_n$  of  $\prod_{j=1}^m D_{k_j}$ .

$Q_n^T$	$\begin{bmatrix} Q_{k_1} & & 0 \\ & Q_{k_2} & \cdot \\ & \cdot & \cdot \\ 0 & & Q_{k_m} \end{bmatrix}$
---------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------

初期コードブック  $C^{(0)} = \{\mathbf{y}_i^{(0)} \in \mathcal{B}(\boldsymbol{\pi}_i) | i = 1, \dots, M\}$ , トレーニング系列  $\{\mathbf{x}_l | l = 1, \dots, N\}$ , ラグランジュ乗数  $\lambda \geq 0$ , 収束判定閾値  $\epsilon$ ,  $j = 0$ , 初期評価量  $J^{(-1)} (= \infty)$  と初期化する. トレーニングベクトルを探索領域内の像ベクトル  $\{\mathbf{x}'_l | l = 1, \dots, N\}$  に写像する.

(2) 像ベクトル  $\{\mathbf{x}'_l | l = 1, \dots, N\}$  を  $C^{(j)}$  により式 (13) の評価量  $\rho$  を用いてボロノイ分割する.

(3) 確率  $P_i = 0$  となったコードベクトル  $\mathbf{y}_i$  を棄却する.

(4) 式 (11) の評価量  $J^{(j)}$  を計算し,  $(J^{(j-1)} - J^{(j)}) / J^{(j)} < \epsilon$  を満たせば終了. さもなくば (5) へ.

(5) (3) で棄却されなかった  $\mathbf{y}_i^{(j)}$  の探索領域内のボロノイ領域の重心  $\mathbf{g}_i$  を求め,  $\mathbf{g}_i$  を境界  $B(\boldsymbol{\pi}_i)$  上に正射影したベクトル  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\pi}_i)$  を求め,  $\mathbf{y}_i^{(j+1)} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\pi}_i)$  とする.  $\mathbf{y}_i^{(j+1)}$  の集合を新しいコードブック  $C^{(j+1)}$  とし,  $j \leftarrow j + 1$  として (2) に戻る.

上記の設計法においてコードベクトルを配置する初期境界は以下のように決める.

#### [初期コードブック決定手順]

(1) 低次元から順に各境界に 1 ベクトルずつサイズ  $M$  のコードブック  $\{\mathbf{y}_i | i = 1, 2, \dots, M\}$  を初期配置する.

(2)  $\lambda > 0$  とした EC-LBG 法によってコードブック  $\{\tilde{\mathbf{y}}_i | i = 1, 2, \dots, M'\} (M' < M)$  を設計する. ただし,  $l_i$  は式 (14) の代わりに次式のように近似する.

$$l_i = \log_2 F(\boldsymbol{\pi}_i) \quad (15)$$

(3)  $\{\tilde{\mathbf{y}}_i | i = 1, 2, \dots, M'\} (M' < M)$  を初期値とし, 式 (14) の  $l_i$  を用いて (2) と同じ  $\lambda$  の EC-LBG 法によりコードブックを設計する.

(4)  $\lambda = 0$  として再設計を行う.

上記手順 (2) で  $l_i$  を近似しているのは,  $\lambda > 0$  を加えることにより出現確率  $P_i$  が大幅に変化するため  $P_i$  を含まない項で粗な棄却を行うためである. また,  $\lambda$  の値は経験的に決めている. 従来法は棄却法であるため特性の良いコードベクトルの組が棄却以前のコードブックに含まれる必要がある. しかしながら, 候補となる境界数は  $2^n$  で増加するため高次元化が困難となる.

## 4. 提案法

提案法では初期コードベクトル数の削減を図るために, コードブックを再配置する EC-LBG 法と直積型鏡映群を導入する.

### 4.1 設計法

設計手順は以下のようになる.

#### [設計手順]

##### (1) 初期設定

初期配置  $\boldsymbol{\pi}_i^{(0)}; i = 1, \dots, M$ , 初期コードブック  $C^{(0)} = \{\mathbf{y}_i^{(0)} \in \mathcal{B}(\boldsymbol{\pi}_i^{(0)}) | i = 1, \dots, M\}$ , トレーニング系列  $\{\mathbf{x}_l | l = 1, \dots, N\}$ , ラグランジュ乗数  $\lambda \geq 0$ , 収束判定閾値  $\epsilon$ ,  $j = 0$ , 初期ひずみ  $D^{(-1)} = \infty$  と初期化する. トレーニングベクトルを探索領域内の像ベクトル  $\{\mathbf{x}'_l | l = 1, \dots, N\}$  に写像する.

(2) 像ベクトル  $\{\mathbf{x}'_l | l = 1, \dots, N\}$  を  $C^{(j)}$  により全探索量子化し, ボロノイ分割する.

(3) 平均 2 乗ひずみ  $D^{(j)}$  を計算し,  $|D^{(j-1)} - D^{(j)}| / D^{(j)} < \epsilon$  を満たせば終了. さもなくば (4) へ.

(4)  $\mathbf{y}_i^{(j)}$  の探索領域内のボロノイ領域の重心  $\mathbf{g}_i$  を求め,  $\boldsymbol{\pi}_i^{(j+1)} = \arg \min_{\boldsymbol{\pi}} J_i(\boldsymbol{\pi})$  を求め,  $\mathbf{y}_i^{(j+1)} = \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\pi}_i^{(j+1)})$  とする.  $\mathbf{y}_i^{(j+1)}$  の集合を新しいコードブック  $C^{(j+1)}$  とし,  $j \leftarrow j + 1$  として (2) に戻る.

設計手順 (4) における  $J_i$  は次式で与えられる.

$$J_i(\boldsymbol{\pi}) = \sigma_i^2 - \|\mathbf{g}_i(\boldsymbol{\pi})\|^2 + \lambda(\log_2 F(\boldsymbol{\pi}) - \log_2 P_i) \quad (16)$$

ここで,  $\sigma_i$  はボロノイ領域  $V(i)$  における平均入力信号電力である.

提案法ではコードベクトルが境界に拘束されないため初期コードベクトル数を軽減できる.  $\lambda$  の値は以下のように決定する.

#### [ $\lambda$ の決定手順]

(1)  $\lambda = 0$ ,  $t = 0$ , コードブック  $C^{(t)}$  を探索領域  $\tilde{R}_S$  に乱数を用いて与える.

(2)  $C^{(t)}$  を初期コードブックとして, 提案法を用いて設計を行う.

(3)  $\lambda > \Lambda$  を満たせば終了. 満たさなければ  $\lambda \leftarrow \lambda + \Delta\lambda$ ,  $t \leftarrow t + 1$  として (2) へ.

$\lambda$  を 0 から徐々に増加させているが, これはアルゴリズムの安定性を保つためである. このときの  $\Lambda$  および増分  $\Delta\lambda$  は経験的に決めている. 一方,  $J_i(\boldsymbol{\pi})$  を最小とする  $\boldsymbol{\pi}$  の探索を全探索的に行うために次節で述べる直積型鏡映群を導入する.

### 4.2 直積型鏡映群

本論文では鏡映群の直積を用いるが直積型鏡映群  $D_{k_1} \times D_{k_2} \times \dots \times D_{k_m}$  の基本ルート系  $Q_n$  を表 2 に示す. 直積型の鏡映群を用いても UR-KVQ の量子化手順は変更されることなく実現することができる.  $F(\boldsymbol{\pi})$  は次式のようになる.

$$F(\boldsymbol{\pi}) = \prod_{j=1}^m F(\boldsymbol{\pi}_j) \quad (17)$$

ここで,  $\boldsymbol{\pi}_j$  は基本ルート系  $Q_{k_j}$  による境界を指定している. 直積型鏡映群の探索領域は各鏡映群の探索領域の直和として表現される. 直積型の境界は各鏡映群  $D_{k_j}$  ごとに直交しているため各  $\boldsymbol{\pi}_j$  ごとに式 (16) の最小値を求めることができる. これにより, 境界を最適化するための計算量を  $O(2^{\max\{k_1, k_2, \dots, k_m\}})$

表 3 図 3 の設計例のコードブックサイズ  $M$  およびラグランジュ乗数  $\lambda$   
Table 3 Codebook size  $M$  and Lagrange multiplier  $\lambda$  of UR-KVQ in Fig.3.

(a) $n = 16$												
従来法		提案法										
$R[\text{bits/sample}]$	0.31	0.51	0.74	0.82	0.96	1.23	1.39	1.64	$R[\text{bits/sample}]$	0.77	0.95	1.08
鏡映群	$D_{16}$	$Z_{16}$	$Z_{16}$	$Z_{16}$	$A_{16}$	$A_{16}$	$A_{16}$	$A_{16}$	鏡映群	$D_4^4$	$D_2^8$	
コードブックサイズ $M$	1	28	70	120	8	9	19	56	コードブックサイズ $M$	14	49	512
									ラグランジュ乗数 $\lambda$	0.05	0.0455	0.034

(b) $n = 32$												
$R[\text{bits/sample}]$		0.24	0.28	0.34	0.46	0.55	0.66	0.75	0.81	0.88	0.94	1.00
鏡映群		$D_2^{16}$	$D_2^{16}$	$D_2^{16}$	$D_4^8$	$D_2^{16}$	$D_4^8$					
コードブックサイズ $M$		32	64	256	64		512	256				
ラグランジュ乗数 $\lambda$		0.0755	0.0645	0.046	0.0345	0.032	0.031	0.028	0.0265	0.0245	0.0225	0.02
$R[\text{bits/sample}]$		1.13	1.22	1.29	1.36	1.41	1.48					
鏡映群		$D_8^4$										
コードブックサイズ $M$		256										
ラグランジュ乗数 $\lambda$		0.0164	0.0147	0.0131	0.0118	0.0112	0.0105					

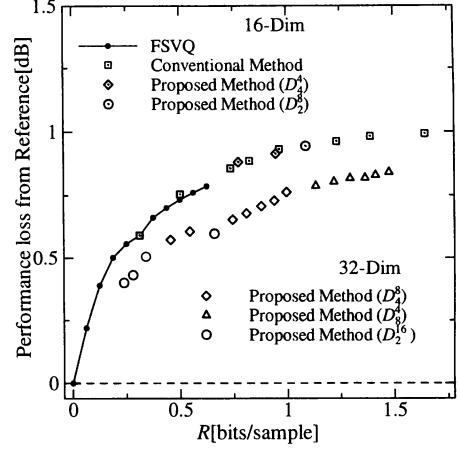
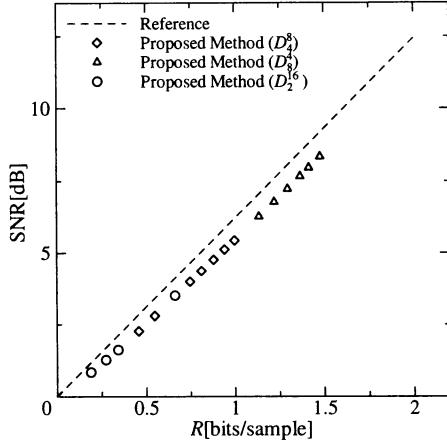


図 3 単位超球面上一樣分布に対する UR-KVQ の量子化特性  
Fig. 3 Quantizer characteristics of UR-KVQ for uniform distribution on unit hyper-sphere.

とすることができる。また、直積を用いない場合、高次元などではレートが上がり過ぎるために低レートの量子化器を設計することが困難となる。直積を用いれば鏡映群の次元などを変更することで符号化レートを変化させることができるので、この問題点も解決することができる。

## 5. 量子化特性

本章では超球面一样分布情報源に対して UR-KVQ を設計しその量子化特性を示す。量子化特性は、設計時に用いた乱数系列と異なる系列を量子化したときの S/N 比 (SNR) として示す。

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{\text{平均入力信号電力}}{\text{平均 } \frac{1}{2} \text{ 乘ひずみ}}$$

図 3 に単位超球面上に一样に分布するトレーニングベクトルに対して設計した UR-KVQ の量子化特性を示し、表 3 にコードブックサイズ、 $\lambda$  の値などを示す。ただし、次元数  $n = 16, 32$ ,

トレーニングベクトル数  $N = 5.0 \times 10^6$ 、入力ベクトル数  $N = 5.0 \times 10^6$  である。比較のために 16 次元における UR-KVQ の量子化特性及び、参照のために傾きが  $6.02n/(n-1)$  の直線 (Reference) を示す。また、量子化損として各符号化レートにおける SNR の参照線からの値を示す。

図 3 から 16 次元において従来法と同等な特性を得ていることが解る。また、符号化レートが 0.8 である時のコードブックサイズは従来法では 120 であるのに対して、提案法は 14 と大幅に削減できていることがわかる。32 次元においては 16 次元の SNR に対して約 0.2dB の利得を得ることができた。

## 6. ま と め

本論文において UR-KVQ の高次元化を行い、その設計法を提案した。これにより 16 次元における UR-KVQ より SNR が約 0.2dB 向上した。今後の課題としては、より高次元化による

特性改善があげられる。

## 文 献

- [1] A.Gersho,R.M.Gray, "Vector Quantization and Signal Compression," Kluwer Academic Publishers (1992).
- [2] C. F. Barnes, S. A. Rizvi and N. M. Nasrabadi, "Advances in Residual Vector Quantization: A Review," IEEE Trans. Image Processing, Vol.5, pp. 226-262, (Feb. 1996).
- [3] V. K. Goyal, S. A. Savari and W. Wang, "On Optimal Permutation Codes," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-47, No. 7, pp. 2961-2971, (Nov. 2001).
- [4] J. Hamkins and K. Zeger, "Gaussian Source Coding with Spherical Codes," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-48, No. 11, pp. 2980-2989, (Nov. 2002).
- [5] A. Vasilache, B. Dumitrescu and I. Tabus, "Multiple-scale leader-lattice VQ with application to LSF quantization," Signal Processing, Vol. 82, No. 4, pp. 563-586, (April 2002).
- [6] S.Maki, N.Yamane and Y.Morikawa, "On Designing A Fast Vector Quantizer for Spherically Symmetric Distribution Using Reflection Group," ITC-CSCC 2003, vol.1 pp.808-811, (July 2003)
- [7] Y. Linde, A. Buzo and R. M. Gray, "An Algorithm for Vector Quantizer Design," IEEE Trans. Commun. , vol. COM-28, No. 1, pp. 84-95, (1980).
- [8] J. H. Conway and N. J. A. Sloane, Sphere Packings, Lattices and Groups Third Edition, Springer-Verlag (1998).
- [9] T. Berger, F. Jelinek, and J. K. Wolf, "Permutation Codes for Sources," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-18, No. 1, pp. 160-169, (Jan. 1972).