

Radon変換ドメインの対数自己相関による拡大縮小・ 平行移動・回転不変性の考察

長谷川 誠†

† 近畿大学工学部 〒739-2116 東広島市高屋うめの辺1番
E-mail: †hasegawa@hiro.kindai.ac.jp

あらまし 画像を Radon 変換し、動径方向の自己相関を対数化したドメイン (LACR) を検討する。被写体が平行移動すると、Radon ドメインは動径方向に平行移動するため、動径方向の自己相関により LACR は不変となる。被写体が拡大縮小、回転すると、LACR は平行移動する。LACR の自己相関は、被写体の拡大縮小、平行移動、回転に不変である。LACR と位相限定相関とを用いたパターンマッチング方法を提案する。

キーワード Radon 変換, 自己相関, 対数変換, パターンマッチング, 位相限定相関

A Study of Expansion, Translation and Rotation-Invariant Feature Using Log Autocorrelation on Radon Transform Domain

Makoto HASEGAWA†

† School of Engineering, Kinki Univ. 1 Takaya Umenobe, Higashihiroshima, 739-2116 Japan
E-mail: †hasegawa@hiro.kindai.ac.jp

Abstract Logarithm converted autocorrelation on Radon transform domain (LACR) is considered. When objects are translated in a picture, the LACR becomes invariable by autocorrelation for its radius direction so that the Radon domain may move only for the radius. Moreover, the LACR is translated when the objects are expanded or rotated. Autocorrelation of LACR is invariable in expansion, translation, and rotation. We propose a method of pattern matching using the LACR and phase only correlation.

Key words Radon transform, autocorrelation, logarithm conversion, pattern matching, phase only correlation.

1. はじめに

テンプレートマッチングは物体認識における最も重要な技術である。これまでに、Hough 変換法、一般化 Hough 変換法、位相限定相関法、Log-Polar 変換を用いた方法、Radon・Fourier 変換法、Radon 変換と一次元位相限定相関とを用いた方法が提案され、種々のアプリケーションに応用されている。外部環境の変動、被写体の形状、位置や姿勢に依存しない特性が要求される。ここでは、被写体の拡大縮小、平行移動、回転に影響しないパターンマッチングについて検討する。

被写体の移動が平行移動のみに限定される場合、画像の畳み込みによる相互相関によってパターンマッチングすることが可能である。また、各画像の自己相関は平行移動に不変な特徴量となり、これを比較することによるマッチングも可能である。Kuglin らは、画像を Fourier 変換し、変換ドメインの位相成分のみを用いてマッチングする方法 (位相限定相関) を提案している [1]。この方法は、明るさの変化や雑音に強い特性があり、指

紋認証などに応用されている [2]。

被写体が拡大縮小、回転する場合については、画像を Log-Polar 変換した後に相互相関や自己相関を算出してパターンマッチングすることが可能である [3]。Log-Polar 変換の極座標表現と対数化とによって、被写体の拡大縮小と回転とが Log-Polar ドメインの平行移動に置換される。したがって、Log-Polar ドメインの畳み込みによる相互相関によって、拡大率や回転角度の検出が可能となる。また、Log-Polar ドメインの畳み込みによる自己相関によって拡大縮小や回転に依存しない特徴量が抽出できる。しかし、被写体の平行移動については、Log-Polar ドメインが複雑に変形するために処理が困難である。一方、Srinivasa らや Averbuch らは、画像を Fourier 変換した後、パワースペクトルを極座標表現する方法を提案している [4], [5]。また、Liu らは動径方向の対数化を提案している (Log-Polar Fourier 変換) [6]。パワースペクトルを用いることによって、被写体の平行移動に不変なドメインが得られる。

大西、平井らは、Radon 変換に着目し、被写体が平行移動

すると Radon ドメインが動径方向に変動することを指摘した。Radon ドメインを動径方向に Fourier 変換してパワースペクトルを算出する。このパワースペクトルによるドメインは、被写体の平行移動に不変である (Radon・Fourier 変換法) [7], [8]。Radon 変換の極座標表現により、被写体の回転はドメインの偏角方向の平行移動に置換される。また、被写体の拡大縮小はドメインを動径方向に拡大縮小することで対応できる。さらに、坪井らは、動径方向に対して一次元位相限定相関を適用する方法を提案している [9]。

ここでは、画像を Radon 変換した後、動径方向の自己相関を算出し、更に動径を対数化する。今後、説明を簡略化するために、このドメインを Radon 変換対数自己相関 (LACR) と呼ぶ。LACR は被写体の平行移動に不変であり、ドメインの畳み込みによる相互相関によって拡大率と回転角度とが検出できる。また、LACR の自己相関は、拡大縮小、回転、平行移動に不変である。Radon・Fourier 変換法との違いは、パワースペクトルではなく自己相関を用いることと、動径を対数化する点である。被写体の拡大縮小はパワースペクトルドメインの動径方向の拡大縮小でも対応できるが、離散化されたパワースペクトルを調整するよりも、自己相関の方が連続的に柔軟に調整できる。また、動径の対数化により、拡大率と回転角度とをドメインの畳み込みによる相互相関で算出できる点に優れている。さらに、LACR の自己相関は拡大縮小、回転、平行移動に不変である点が特有である。

パワースペクトルの逆 Fourier 変換は自己相関となる。パワースペクトル、および自己相関は被写体の移動不変性を示し、一方、位相成分は位相限定相関により被写体の移動量を示す。そこで、LACR と位相限定相関を組み合わせたパターンマッチング方法を提案する。次の 2. で Radon 変換を解説する。3. で LACR を導出し、拡大縮小した場合の特性について述べる。4. でテスト画像を用いて LACR の特性を検証する。5. でパターンマッチング方法を示し、6. でまとめる。

2. Radon 変換

デジタル濃淡画像の Radon 変換を定義し、その特性を述べる。まず、画像が与えられている 2 次元領域 R^2 の座標を位置ベクトル \mathbf{x} で表し、 \mathbf{x} における画像の輝度値を $f(\mathbf{x})$ とする。画像 $f(\mathbf{x})$ の Radon 変換は、デルタ関数 $\delta(t)$ を用いて

$$\tilde{f}(\theta, r) = \int_{R^2} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x} \quad (1)$$

と定義される。なお、 $\boldsymbol{\xi} = (\cos \theta, \sin \theta)$ とする。すなわち、偏角 θ 、動径 r を通り、原点からの距離が r の直線を積分路とした $f(\mathbf{x})$ の線積分が $\tilde{f}(\theta, r)$ となる。 $\tilde{f}(\theta, r)$ を Radon ドメインと呼ぶ。Radon ドメインを偏角 θ を横軸、動径 r を縦軸とするデジタル濃淡画像で表す。

ところで、画像 $f(\mathbf{x})$ を S 倍に拡大した画像を $g(\mathbf{x})$ とする。すなわち、 $g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}/S)$ である。画像 $g(\mathbf{x})$ の Radon 変換 $\tilde{g}(\theta, r)$ は、

$$\tilde{g}(\theta, r) = \int_{R^2} g(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x}$$

$$\begin{aligned} &= \int_{R^2} f\left(\frac{\mathbf{x}}{S}\right) \delta(\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x} \\ &= \int_{R^2} f\left(\frac{\mathbf{x}}{S}\right) \delta\left(S\left(\frac{\mathbf{x}}{S}\right) \cdot \boldsymbol{\xi} - \frac{r}{S}\right) d\mathbf{x} \\ &= S \int_{R^2} f(\mathbf{y}) \delta(S(\mathbf{y} \cdot \boldsymbol{\xi} - \frac{r}{S})) d\mathbf{y} \\ &= S \tilde{f}\left(\theta, \frac{r}{S}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

となる。Radon ドメイン $\tilde{f}(\theta, r)$ は動径方向 (縦方向) に S 倍され、値も S 倍される。ドメインのスケージングのみではなく、値が変更することに注意しよう。

また、画像 $f(\mathbf{x})$ を α 度回転した画像を $g(\mathbf{x})$ とする。すなわち、

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (3)$$

とすると、 $g(\mathbf{x}) = f(A^{-1}\mathbf{x})$ である。画像 $g(\mathbf{x})$ の Radon 変換 $\tilde{g}(\theta, r)$ は、

$$\begin{aligned} \tilde{g}(\theta, r) &= \int_{R^2} g(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x} \\ &= \int_{R^2} f(A^{-1}\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x} \\ &= \int_{R^2} f(A^{-1}\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}^T A^{-1} A \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x} \\ &= \int_{R^2} f(A^{-1}\mathbf{x}) \delta((A^{-1}\mathbf{x})^T A \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x} \\ &= \int_{R^2} f(\mathbf{y}) \delta(\mathbf{y}^T A \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{y} \\ &= \tilde{f}(\theta + \alpha, r) \end{aligned} \quad (4)$$

となる。Radon ドメイン $\tilde{f}(\theta, r)$ は偏角方向 (水平方向) に α 移動される。

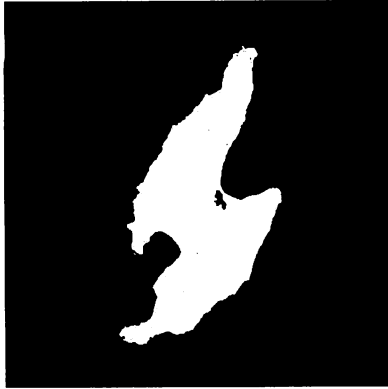
さらに、画像 $f(\mathbf{x})$ をベクトル \mathbf{a} 平行移動した画像を $g(\mathbf{x})$ とする。すなわち、 $g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x} - \mathbf{a})$ である。画像 $g(\mathbf{x})$ の Radon 変換 $\tilde{g}(\theta, r)$ は、

$$\begin{aligned} \tilde{g}(\theta, r) &= \int_{R^2} g(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x} \\ &= \int_{R^2} f(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \delta(\mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\xi} - r) d\mathbf{x} \\ &= \int_{R^2} f(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \delta((\mathbf{x} - \mathbf{a}) \cdot \boldsymbol{\xi} - (r - \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\xi})) d\mathbf{x} \\ &= \int_{R^2} f(\mathbf{y}) \delta(\mathbf{y} \cdot \boldsymbol{\xi} - (r - \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\xi})) d\mathbf{y} \\ &= \tilde{f}(\theta, r - \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\xi}) \end{aligned} \quad (5)$$

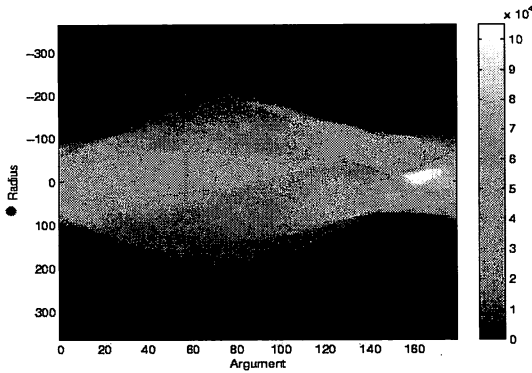
となる。Radon ドメイン $\tilde{f}(\theta, r)$ は各偏角 θ について動径方向 (垂直方向) に $-\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\xi}$ 平行移動される。Radon ドメインを離散化して行列で考えると、列は垂直移動するが、行は水平移動しない。

3. Radon ドメインの対数自己相関

被写体の平行移動は、Radon ドメインの各偏角における垂直



(a)



(b)

図1 テスト画像「SADO」(a)とそのRadonドメイン(b)
Fig.1 (a) Test image "SADO", and (b) its Radon domain.

移動となる。すなわち、各偏角 θ について動径方向 (垂直方向) の自己相関

$$ACR(\theta, \beta) = \int \tilde{f}(\theta, r) \tilde{f}(\theta, r + \beta) dr \quad (6)$$

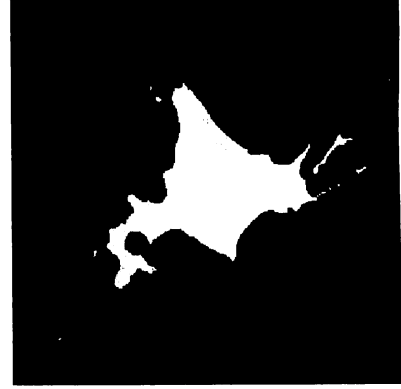
は、平行移動に不変な特徴量となる。ところで、被写体を S 倍に拡大した画像 $g(x)$ の自己相関 $ACR_g(\theta, \beta)$ については、式(2)より、

$$\begin{aligned} ACR_g(\theta, \beta) &= \int \tilde{g}(\theta, r) \tilde{g}(\theta, r + \beta) dr \\ &= S^2 \int \tilde{f}(\theta, \frac{r}{S}) \tilde{f}(\theta, \frac{r+\beta}{S}) dr \\ &= S^3 \int \tilde{f}(\theta, t) \tilde{f}(\theta, t + \frac{\beta}{S}) dt \\ &= S^3 ACR_f(\theta, \frac{\beta}{S}) \end{aligned} \quad (7)$$

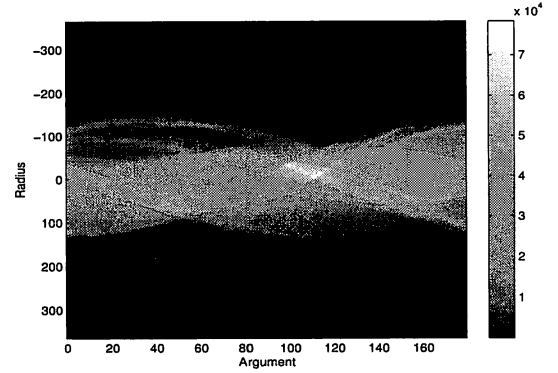
である。すなわち、自己相関 $ACR(\theta, \beta)$ は動径方向 (縦方向) に S 倍され、値は S^3 倍される。なお、被写体を α 度回転する場合、自己相関 $ACR(\theta, \beta)$ は α 水平移動される。

Radon 変換の自己相関 $ACR(\theta, \beta)$ における動径 (垂直方向) を対数化した

$$LACR(\theta, \gamma) = ACR(\theta, e^\gamma) \quad (8)$$



(a)



(b)

図2 テスト画像「HOKKAIDO」(a)とそのRadonドメイン(b)
Fig.2 (a) Test image "HOKKAIDO", and (b) its Radon domain.

について考える。なお、 $\gamma = \ln \beta$ である。被写体を S 倍に拡大する場合、対数自己相関 $LACR(\theta, \gamma)$ は動径方向 (縦方向) に $\ln S$ 移動され、値は S^3 倍される。また、被写体が α 度回転する場合、 $LACR(\theta, \gamma)$ は水平方向に α 移動される。

さらに、 $LACR(\theta, \gamma)$ の自己相関

$$ACLACR'(\epsilon, \delta) = \iint LACR(\theta, \gamma) LACR(\theta + \epsilon, \gamma + \delta) d\theta d\gamma \quad (9)$$

について考える。被写体を S 倍に拡大する場合、 $ACLACR'(\theta, \gamma)$ の値は S^6 倍される。そこで、

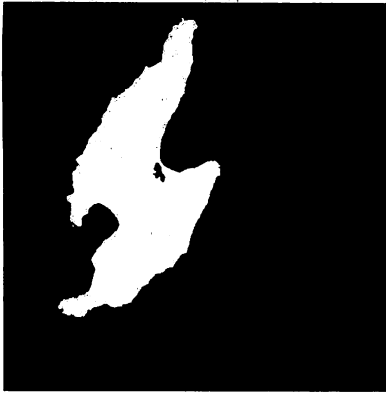
$$ACLACR(\epsilon, \delta) = ACLACR'(\theta, \epsilon^\gamma) / \iint LACR^2(\theta, \gamma) d\theta d\gamma \quad (10)$$

と正規化する。 $ACLACR(\epsilon, \delta)$ は、被写体の拡大縮小、回転、平行移動に不変な特徴量となる。

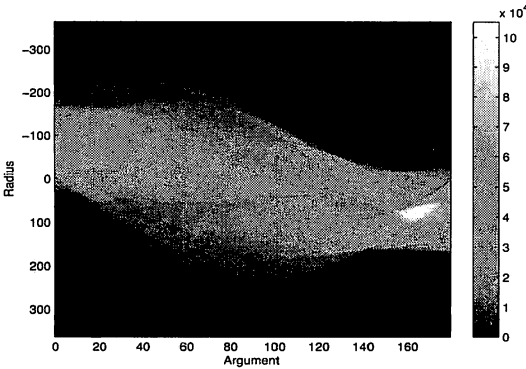
4. 実験

4.1 実験に用いる画像とそのRadon変換

図1(a)にテスト画像「SADO」を示す。この画像は縦512画素、横512画素のデジタル白黒画像である。画像の中心を xy



(a)



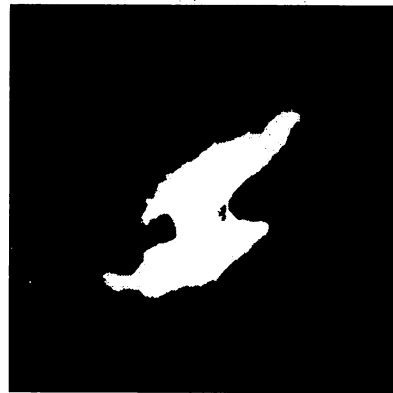
(b)

図3 被写体の平行移動例 (a) とその Radon ドメイン (b)

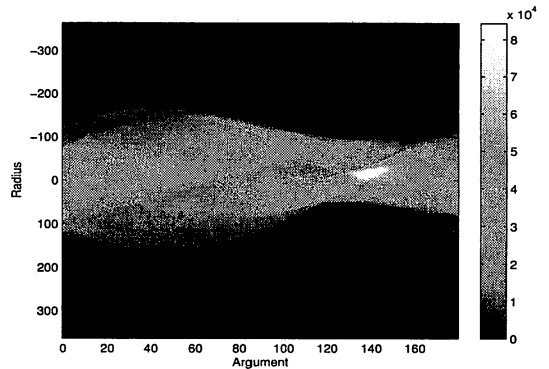
Fig. 3 (a) An example of a translated object, and (b) its Radon domain.

座標系の原点とする。テスト画像「SADO」を Radon 変換した結果を図 1(b) に示す。図 1(b) の横軸は偏角 θ を、縦軸は動径 r を示す。ここでは、偏角 θ の範囲を 0° から 180° まで、動径の範囲を $-128 \times \sqrt{2}$ から $128 \times \sqrt{2}$ までとする。また、テスト画像「HOKKAIDO」を図 2(a) に示し、この画像を Radon 変換した結果を図 2(b) に示す。画像が異なると、Radon 変換した結果も異なる。

テスト画像「SADO」の被写体を右方向に 80 画素、上方に 40 画素平行移動した画像を図 3(a) に示し、この画像を Radon 変換した結果を図 3(b) に示す。被写体が平行移動すると、Radon ドメインが垂直方向に移動していることがわかる。なお、各偏角に応じて垂直方向の移動量は異なるが、水平方向には移動していない。また、テスト画像「SADO」の被写体を 0.8 倍に拡大し、時計回りに 25° 回転させた画像を図 4(a) に示し、この画像を Radon 変換した結果を図 4(b) に示す。被写体の拡大によって Radon ドメインが垂直方向に 0.8 倍に拡大し、値が 0.8 倍になっていることが確認できる。また、被写体の回転によって Radon ドメインが水平方向に 25 移動していることがわかる。



(a)



(b)

図4 被写体の拡大縮小例 (a) とその Radon ドメイン (b)

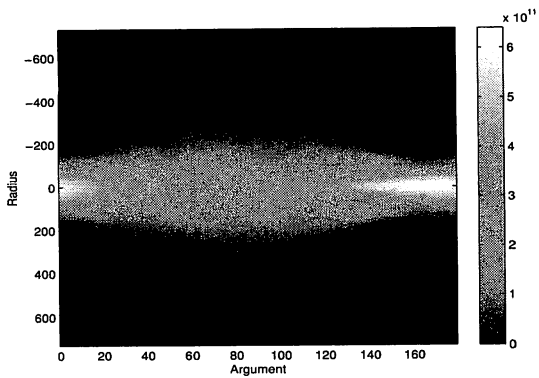
Fig. 4 (a) An example of a contracted and rotated object, and (b) its Radon domain.

4.2 Radon 変換の対数自己相関と不変性

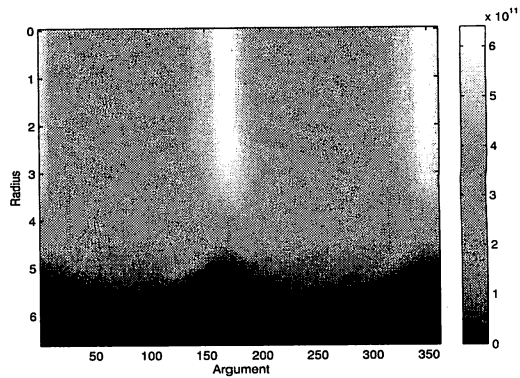
図 1(b) に示す Radon ドメインについて、動径方向 (垂直方向) の自己相関を算出した画像 (ACR ドメイン) を図 5(a) に示す。また、動径を対数化した画像 (LACR ドメイン) を図 5(b) に示す。ここでは、負数の対数化を避けるために、図 5(a) の ACR ドメインを上下に 2 分し、上部を 180° 回転させて右側に接続する。すなわち、動径の範囲を正に制限し、偏角の範囲を 0° から 360° に変更してから対数化する。

被写体を平行移動した図 3(a) の LACR ドメインを図 6(a) に示す。図 5(b) と図 3(a) とは等しく、被写体を移動させても LACR ドメインは変化しないことが確認できる。また、被写体を拡大して回転させた図 4(a) の LACR ドメインを図 6(b) に示す。動径が 0 となる図 5(b) の一行と、動径が $\ln 0.8$ となる図 6(b) の一行を図 7 に示す。図 6(b) は図 5(b) を左方向に 25、上方に $\ln 0.8$ 移動し、値が 0.51 倍になっている。すなわち、被写体が拡大・回転すると、式 (7) に示すように LACR ドメインが平行移動し、値が被写体の拡大率の 3 乗倍になっていることが確認できる。LACR ドメインの相互相関によって、被写体の拡大率、回転角度の検出が可能である。

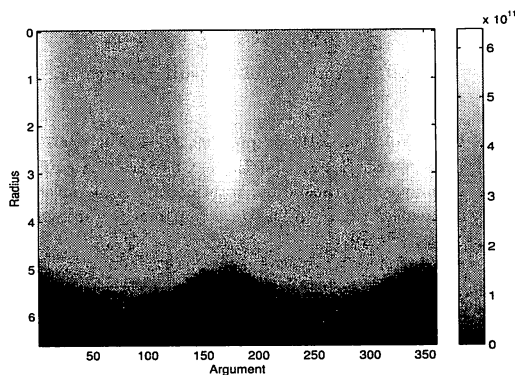
テスト画像「SADO」の LACR ドメイン図 5(b) の自己相関



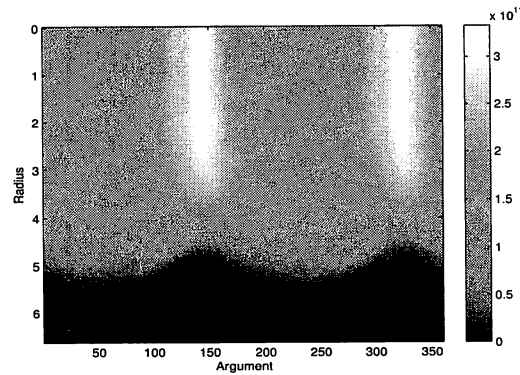
(a)



(a)



(b)



(b)

図5 テスト画像「SADO」の ACR ドメイン (a) と LACR ドメイン (b)

Fig. 5 (a) ACR of test image "SADO" and (b) its LACR.

図6 LACR ドメイン：被写体の平行移動 (a) と拡大縮小・回転させた場合 (b)

Fig. 6 LACR: (a) in the case of the object translation and (b) object scaling and rotation.

を 図 8(a) に示す。また、被写体が拡大・回転する場合の LACR ドメイン 図 6(b) の自己相関を 図 8(b) に示す。2つのドメインは等しく、LACR ドメインの自己相関は、被写体の拡大縮小、回転、平行移動に不変な特徴量となることが確認できる。

5. パターンマッチングへの考察

画像の自己相関は Fourier 変換のパワースペクトルを逆 Fourier 変換することによって得られる。また、Fourier 変換の位相成分は位相限定相関の算出に利用される。被写体の変動に不変な成分はパワースペクトル、および自己相関に表れ、変動量は位相成分に表れる。そこで、図 9 に示すパターンマッチング方法を提案する。

まず、画像を Radon 変換した後、動径方向を Fourier 変換する。パワースペクトルを逆 Fourier 変換して自己相関を算出し、動径を対数化して LACR を算出する。さらに、LACR を Fourier 変換し、パワースペクトルを逆 Fourier 変換して LACR の自己相関を算出する。LACR の自己相関を用いて被写体を同定する。LACR の Fourier 変換で得られた位相成分を用いて位相限定相関を算出し、被写体の拡大率と回転角度を検出する。また、Radon 変換の Fourier 変換で得られた位相成分を用いて

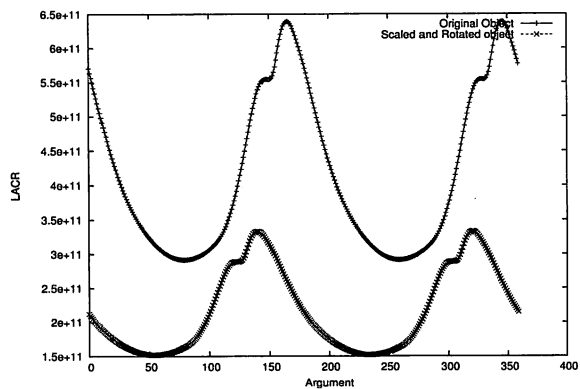


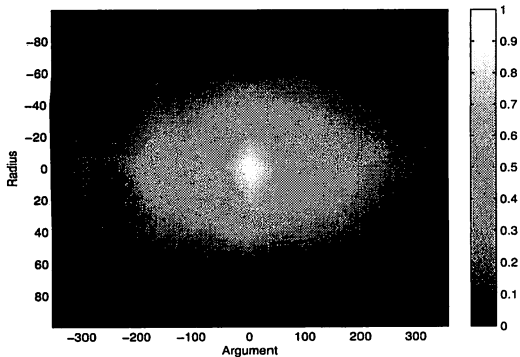
図7 LACR ドメインの断面

Fig. 7 (a) Cross section on the LACR.

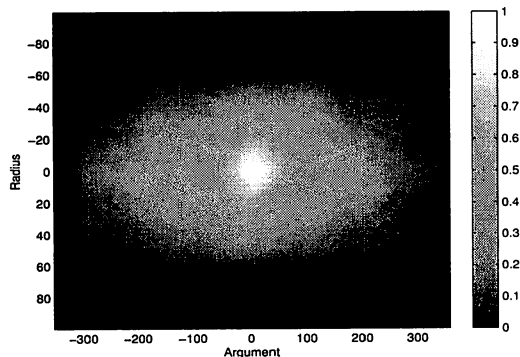
一次元位相限定相関を算出し、被写体の平行移動量を検出する。

6. まとめ

画像を Radon 変換した後、動径方向の自己相関を算出し、更



(a)



(b)

図8 LACRの自己相関：テスト画像(a)と被写体を拡大縮小・回転させた場合(b)

Fig.8 Autocorrelation of LACR: (a) in the case of test image and (b) object scaling and rotation.

に動径を対数化したLACRドメインを提案した。被写体の平行移動はRadonドメインにおける動径方向の変動に置換される。動径方向の自己相関は平行移動に不変な特徴量となる。動径の対数化により、被写体の拡大縮小はLACRドメインの平行移動に置換される。LACRドメインの畳み込みによる相互相関によって、拡大率と回転角度とを検出することが可能である。また、LACRの自己相関は、被写体の平行移動、拡大縮小、回転に不変な特徴量となる。テスト画像を用いて、本手法を検証した。LACRと位相限定相関とを用いてパターンマッチングする方法を提案した。今後、指紋認証システムなどへの実用化を計画している。

文 献

- [1] C. D. Kuglin and D.C. Hines, "The phase correlation image alignment method," Proc. Int. Conf. on Cybernetics and Society, pp.163-165, 1975.
- [2] K. Ito, H. Nakajima, K. Kobayashi, T. Aoki, and T. Higuchi, "A fingerprint matching algorithm using phase-only correlation," IEICE Trans. Fundamentals, Vol.E87-A, No.3, Mar. 2004.
- [3] 栗田多喜夫, 堀田一弘, 三島健稔, "Log-Polar 画像の高次局所自己相関特徴を用いた大きさに不変な顔画像の認識," 信学論,

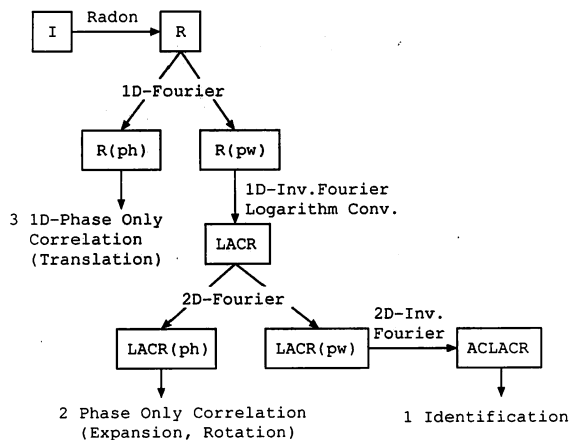


図9 パターンマッチングの流れ図

Fig.9 A work flow of the pattern matching.

D-II, Vol. J80-D-II, 8, pp.2209-2217, Aug. 1997.

- [4] B. Srinivasa Reddy and B. N. Chatterji, "An FFT-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration," IEEE Trans. on Image Processing, vol.5, No.8, Aug. 1996.
- [5] A. Averbuch, R. R. Coifman, D. L. Donoho, M. Elad, and M. Israeli, "Fast and accurate polar Fourier transform," Appl. Comput. Harmon. Anal. 21, pp.145-167, 2006.
- [6] H. Liu, B. Guo, and Z. Feng, "Pseudo-Log-Polar Fourier transform for image registration," IEEE Signal Processing Letters, Vol.13, No.1, Jun. 2006.
- [7] H. Onishi and H. Suzuki, "Detection of Rotation and Parallel Translation Using Hough and Fourier Transforms," Proc. 1996 Int. Conf. on Image Processing, Vol.3, pp.827-830, 1996.
- [8] 平井慎一, "知能ロボットとシステム LSI," 計測自動制御学会論文集, 40, 12, Dec. 2001.
- [9] 坪井辰彦, 平井慎一, "ラドン変換都一次元位相限定相関を用いた複数物体の平面運動検出," 信学論, D-II, Vol. J87-D-II, 10, pp.1963-1972, Oct. 2004.