

局所変形操作による立体モデルの生成と その自由形状設計への応用

千代倉弘明 木村文彦

(東京大学 工学部 精密機械工学科)

1. はじめに

近年、計算機を用いて、機械部品などの3次元形状の設計・加工を自動化しようとする試みは土かんである。このような試みは、CAD/CAMと呼ばれ、土まざまな研究がなされている。この試みを進める上で、設計・加工の対象となる3次元の物体の形状を、いかに計算機内に表現するかは重要な問題である。この表現から幾何学的情報を得ることで、機械部品の体積、表面積の計算、図面の生成が可能となる。また、他の応用プログラムを用いることで、構造解析やNC情報の生成も可能である。この計算機内部の表現は幾何モデルと呼ばれ、この考えは、Braid⁽¹⁾によって提案された。また、彼はBUILDという幾何モデル生成システムを実現した。これ以後、このシステムに影響を受け、数多くのシステムが提案された。東京大学のGEOMAP⁽²⁾はその一例である。ところが、実際の機械部品の形状設計を考えると、これらのシステムが現在持っている立体の生成・処理機能だけでは充分とは言えない。そこで、本論文では、局所変形操作という立体の生成・処理法を提案する。この方法は、立体の局所的な情報だけを用いて、形状に変形を与えていき、結果として、設計者が意図する3次元形状を生成するものである。ここでは、局所変形操作として、多面体を変形する方法と多面体のかどを丸めて自由形状を生成する手法を示す。

2. 立体の生成・処理

幾何モデル生成システムにおいて、立体を生成するには、従来はもともと、角柱、円柱、角すいなどの基本立体からの干渉演算という手法が用いられてきた。図1は、GEOMAPが生成する基本立体であり、図2は、和、差積という干渉演算のGEOMAPによる実行例である。この干渉演算という立体の処理法は、処理後に、表現として不完全な立体を生成しないなど、様々な利点を持っている。ところが、立体の形状によっては、干渉演算のための指定が設計者にとってむずかしい場合がある。また、立体の形状が複雑になると、小さな局部修正に対して、計算機上でこの処理が行なわれる時は、たえず全域的な干渉判定が行なわれるために、計算機に大きな負担をかける。そこで、本論文では、立体を局所的に変形を行ない、目的の形状を生成する手法として、局所変形操作を提案する。この方法は、人がスケッチをして立体を描く操作に

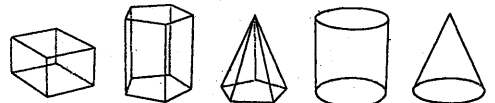


図1 GEOMAPの基本立体

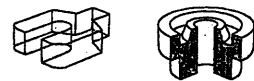


図2 干渉演算

近いために、処理を行なう時の指定も直観的である。また、計算機上での処理も、立体の局所的な情報だけを用いて操作を行なうので、実現も簡単であり、計算機に負担をかけない。ここでは、局所変形操作として、多面体の変形と多面体からの自由形状の生成について述べる。

自由形状とは、円柱面、円すい面以外の曲面を含んだ立体形状のことである。従来、自由形状の生成は、断面線、特徴線を入力し、これらの線を空間上で格子状に組み合わせ、線モデルを作り、その曲線のすまみに曲面を生成するという方法がとられてきた。このような方法があるにせよ、自由形状の生成は非常にむずかしいとされてきた。また、この方法は、立体を閉じた空間として表現するという、幾何モデル生成システムのsolidモデルの考え方には共存しない。このために、自由形状を設計するシステムは、幾何モデル生成システムとは、従来、別個に開発されてきた。ところが、多くの機械部品の形状は、平面と自由曲面が混じり合っており、形状を多面体と自由形状に分類することはむずかしい。計算機を用いて、形状設計を行なう人にとって、多面体と自由形状を同一のシステム上で生成処理できることが望ましい。このような要求に対し、単純な自由形状を基本立体として与え、干渉演算を用いて目的の形状を生成するという考え方も提案されている。確かに、自由形状の干渉演算は、有効な立体の一処理法ではあるが、計算機内での処理は非常に複雑である。また、交線も近似的にしが求めることができないため、正確には、曲面上に乗っていないなどの問題もある。そこで、本論文では、幾何モデル生成システム上で実現かてき、また、処理も簡単な自由形状の生成法を示す。この手法は、近似的に生成された多面体のかどを求めることによって、自由形状を生成する。

3. 多面体の局所変形操作

立体は最初、基本立体として生成し、その立体に対し、これから述べる局所変形操作を行なって、目的の形状を生成する。処理を行なう時には、立体の頂点、稜線、面を指定するが、この時には、グラフィックディスプレイに描かれた絵に対し、カーソルを用いて指定する。カーソルは点の指定しかできないため、稜線の指定には二つの頂点、面には三つの頂点を指定する。

3.1 局部移動

・面の持ち上げ . . . 面を法線方向に持ち上げ、それにともない、新しい面、稜線、頂点を生成する。図3(b)は、図3(a)の立方体の上の面を持ち上げた例であり、図3(c)は、持ち上げる距離を0にし、その面を縮小化した例である。また、図3(d)は、持ち上げる方向を負にした例である。

・面から面への持ち上げ . . . ある面をもう一つの面まで持ち上げる。この二枚の面は、頂点の数が一致していなければならぬ。図4(a)では、この処理を行な

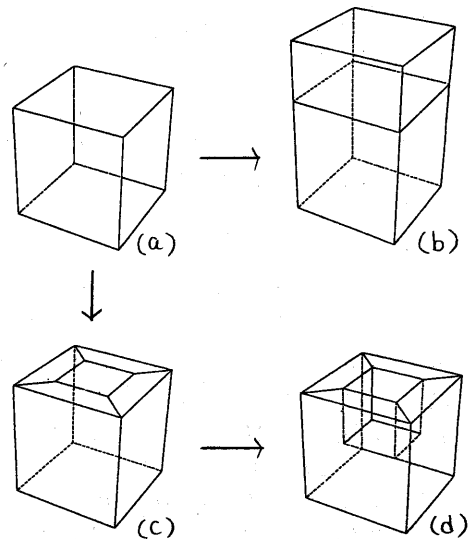


図3 面の持ち上げ

って角柱を生成し、図4(b)では貫通した穴を生成した。

・領域の処理 . . . 指定された稜線によって囲まれた面の集合を領域と呼び、図5(a)は、領域を持ち上げた例であり、図5(b)は、領域を除去し、一枚の面を生成した例である。

・稜線の持ち上げ . . . ある稜線を、その稜線を含む面の法線方向に持ち上げる。図6は、立方体に対し、この処理を行なった例である。

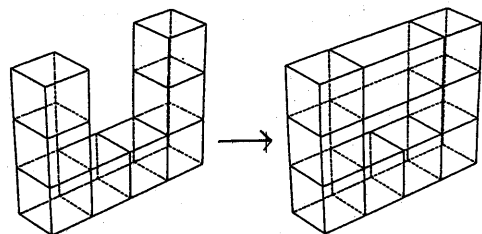
3.2 位相的処理
この処理は、立体を幾何学的には変化を与えず、位相のみに変化を与える。この処理を上に述べた局部移動や、あとで述べる多面体の丸めと組み合わせることで、形状処理に大きな効果を生むことができる。

・面の中の面の生成 . . . 面の中に縮小された孤立した面を生成する。図7は、この処理を行なってその面を持ち上げた例である。

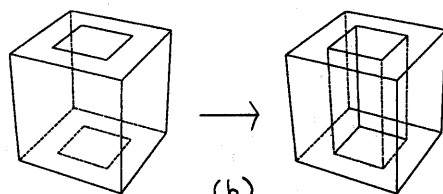
・稜線と頂点の生成と除去 . . . この処理を行なったのち、位相的に不完全な立体が生成されないように、生成や除去を行なう稜線や頂点には、条件を与える。新しい頂点は、稜線上に生成されなければならないし、除去される頂点は、その頂点に二本の稜線が集まるものでなければならない。また、新しい稜線は、同一面上の二つの頂点を指定して生成され、除去される稜線は、その稜線を構成する頂点に、三本以上の稜線が集まるものでなければならない。

3.3 頂点の移動

頂点を動かすことによって、形状を変形させる。一頂点を動かすこともあるが、ほとんどは、複数の頂点を動かして、稜線や面を移動させる。この処理は、移動の方向や距離を誤ると、自分自身で干渉した立体や、稜線は直線であっても、面は平面でない立体を生成してしまうので、十分な注意が必要である。このことは、局所変形操作の他の処理についても言え、不完全な立体表現をどのように発見し、処理していくかは今後の課題である。

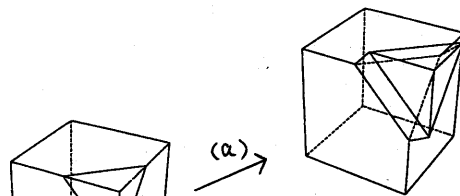


(a)

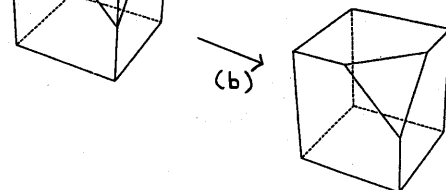


(b)

図4 面から面への持ち上げ



(a)



(b)

図5 領域の処理

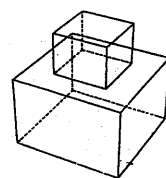
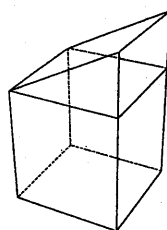


図7 面の中の面

図6 稜線の持ち上げ

4. 多面体からの自由形状の生成

自由形状の生成は、次のような過程のもとに行なう。

- (1) 目的の自由形状に近似した多面体を、干渉演算や局所変形操作を用いて生成する。ここで言う多面体は、稜線は直線であるが、面は平面でなくてもいい。
 - (2) 多面体のすべての稜線に注目し、その部分で丸めたいなる'0'、そうでないなる'1'という情報を与える。
 - (3) 多面体の稜線と頂点において、自由形状のための曲線や直線を生成し、線のみによるモデルを生成する。
 - (4) 線モデルのすき間に曲面を生成する。
- 本論文では、(1)から(3)までについて述べ、(4)については、別の機会に発表する。

4.1 稜線について

多面体の稜線において、立体の局所的な図形情報を用いて、自由形状のための稜線を生成する方法を示す。図8のように、多面体のある稜線を E_0 とし、稜線 E_0 を構成する二つの頂点を V_1, V_2 とする。稜線 E_0 でとなり合う二枚の面を F_1, F_2 、その面に属して、頂点 V_1, V_2 に集まる稜線を E_1, E_2, E_3, E_4 とする。また、面 F_1, F_2 の重心を G_1, G_2 、稜線 E_0 の中点を P_0 とする。ここで、稜線 E_0 の丸め情報が'0'なるば、重心 G_1, G_2 を端点とし、その点における接線が直線 G_1P_0, P_0G_2 であるような曲線の稜線を生成する。この時の曲線の生成法は、4.3で述べる。また、稜線 E_0 の丸め情報が'1'なるば、その部分で面は折れるものと考え、二本の直線の稜線 G_1P_0, P_0G_2 を生成する。この時、形状表現にあまり意味のない稜線を生成し、面の数を増やさないようにするために、面 F_1, F_2 のどちらかの面のすべての稜線が'1'なるば、その面上には新しい稜線は生成しない。同じ目的で、稜線 E_1, E_2, E_3, E_4 がすべて'1'なるば、稜線の生成は行なわない。

4.2 頂点について

多面体の頂点について、自由形状のための稜線を生成する方法を示す。図9のように、ある頂点を V_0 とし、頂点 V_0 に集まる稜線を $E_i (i=1 \dots n)$ 、その稜線の中点を $P_i (i=1 \dots n)$ とする。ここで、丸め情報が'1'の稜線の数が1本以下なるば、新しい稜線の生成は行なわない。'1'の稜線が2本で、その稜線が E_l, E_m なるば、点 P_l, P_m を端点とし、その点における接線が直線 P_lV_0, V_0P_m であるような曲線の稜線を生成する。三本以上の時は、その稜線の中点から頂点 V_0 までの直線の稜線を生成する。図10に、上示した方法を用いて多面体のかどを丸めた例を示す。図10(a)の多面体の'0'の印をつけた稜線に、丸め情報'0'を与え、他の稜線にすべて'1'を与えた。すると、図10(b)のような立体を生成する。

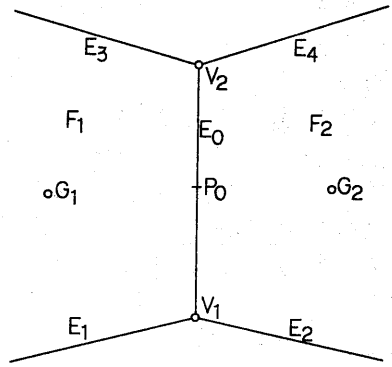


図8 稜線について

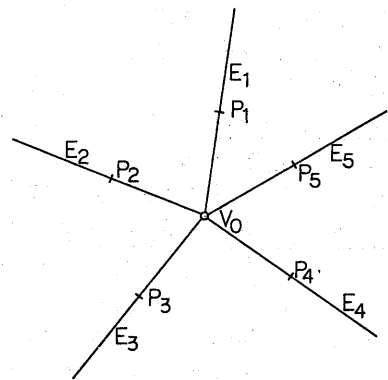


図9 頂点について

4.3 曲線の生成

曲線の稜線を生成する時に、与えられる条件は、図11に示すように3点 P_0, P_1, P_2 である。点 P_0, P_2 は曲線の端点であり、その点における接線は直線 P_0P_1, P_1P_2 である。これだけの条件を満たすなら、以下に示すBezier曲線の2次式を用いればよい。

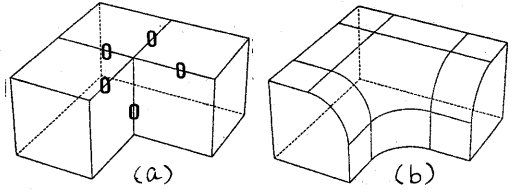


図10 多面体の丸め

$$R(t) = (1-t+tE)^n P_0 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$E P_i = P_{i+1}, \quad E: \text{シフトオペレーター}$$

n : 次数

Bezier 曲線は、制御点 $P_i (i=1, \dots, n)$ で作られる最小凸多角形の中に必ず存在するといった、形状設計を行なう上で、様々な利点を持っている。しかし、2次のBezier曲線の形状は美しいとは言えない。図12(a)は、正四角形を与え、辺の中点を端点とし、頂点を接線を指定する制御点として与え、4本の2次のBezier曲線を生成した例である。この図12(a)を見てわかるように、2次のBezier曲線の形状は不自然である。もし、正四角形が与えられたならば、図12(b)のように、円弧に近い曲線が生成されることが望ましい。そこで、与えられた条件を満たし、円弧に近い次のBezier曲線を生成する方法を示す。

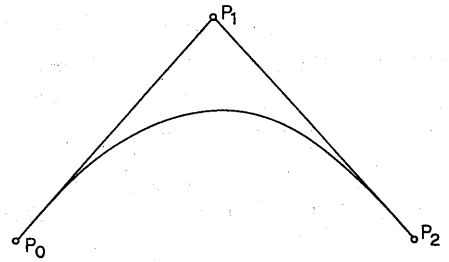


図11 曲線の生成条件

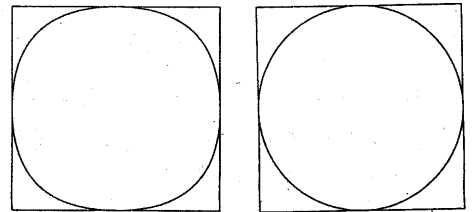


図12 2次のBezier曲線

図13に示すように、3点 P_0, P_1, P_2 が与えられると、端点を P_0, P_2 とし、点 P_0 における接線が直線 P_0P_1 であるような円弧を生成する。次に、この円弧を近似する3次のBezier曲線を生成し、その曲線の制御点を Q_1, Q_2 とする。この時、端点 P_0 における接線を決める制御点 Q_1 は、直線 P_0P_1 上に生成される。このことを点 P_2 の接線についても行ない、これによって生成される3次のBezier曲線の制御点を Q_3, Q_4 とする。同じように、制御点 Q_4 は、直線 P_1P_2 上に存在する。このようにして生成した制御点のうち、 Q_1, Q_4 を用いて3次のBezier曲線を生成すれば、指定された条件を満たし、円弧に近い曲線を生成できる。ただ、制御点 Q_1, Q_4 が線分 P_0P_1, P_1P_2 の外側に生成されたときは、曲線が三角形 $P_0P_1P_2$ の外側に出ないように、制御点 Q_1, Q_4 を点 P_1 に置きかえる。

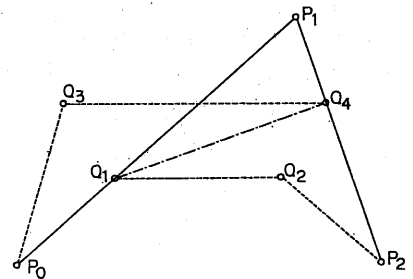


図13 3次のBezier曲線

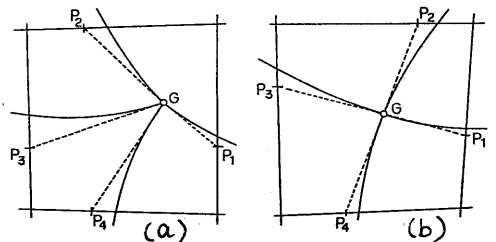


図14 頂点の重み

4. 4頂点の重み

自由形状の稜線の丸みは、多面体の面の重心や稜線の中心の位置によって決定される。そこで、稜線の丸みを調節するには、面の重心や稜線の中心を動かせばよいはずである。ところが、図14(a)のように、このような点を無作為に動かすと、曲線の端点での接線は、面の重心から稜線の中心までの直線になるので、曲線の稜線は折れて接続される。曲線の稜線は、数本がなめらかに接続されて、特徴線となり、形状全体に大きな意味を持つことがある。そこで、稜線がなめらかに接続されるように、頂点に重みを与え、この重みを用いて面の重心や稜線の中心を動かすようにする。面については、面の頂点を $V_i (i=1..n)$ 、その頂点の重みを $w_i (i=1..n)$ とすると、面の重心 G は、次のようにして決定される。

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n w_i V_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

また、稜線については、稜線の頂点 V_1, V_2 、その頂点の重みを w_1, w_2 とすると、稜線の中心 P は次のようになる。

$$P = (w_1 V_1 + w_2 V_2) / (w_1 + w_2)$$

このようにすると、図14(b)のように、面の重心や稜線の中心が動かされても、曲線の稜線はなめらかに接続される。通常は、頂点の重みを1にしておき、多面体の一つの頂点に近づけて自由形状を生成したいときには、その頂点に1より大きな重みを与えればよい。図15に、上示した方法を用いて、稜線の丸みを調節した例を示す。図15(b)の立体は、図15(a)の立方体の稜線 E_1, E_2 に丸みの情報'0'を与え、他のすべての稜線に'1'を与え、頂点の重みをすべて1として生成した例である。図15(c)の立体は、立方体の頂点 V_0, V_1, V_2, V_3 の重みを9, 3, 3, 3として生成したものである。

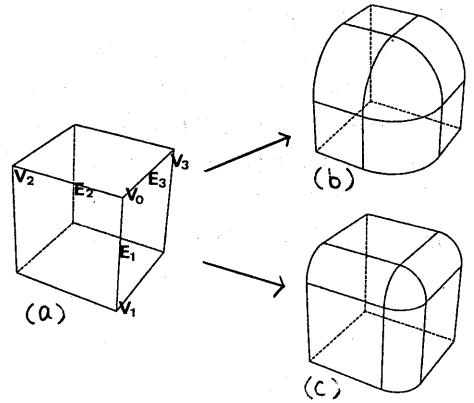


図15 丸めの調節

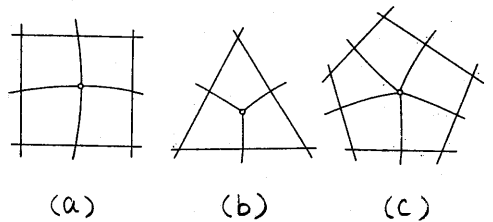


図16 面の重心

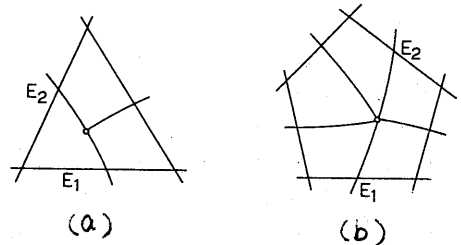


図17 面の重心

4. 5面の重心

多面体上で、四角形の面の稜線の丸みの情報がすべて'0'ならば、図16(a)のように、稜線は、なめらかに接続される。ところが、図16(b)(c)のように、三角形や五角形の面のときには、稜線は重心において折れて接続される。傾向の異なる曲線が集まるようなかどでは、このようなことが起きても問題はないが、時には、少なくとも二本の稜線はなめらかに接続してほしい時がある。そのような時には、図17のように、二本の稜線 E_1, E_2 を指定し、その稜線を構成している4つの頂点で、重心を決定する。すると、稜線 E_1, E_2 を横切る二本の曲線はなめらかに接続される。

5. おわりに

立体モデルを生成・処理する手法として、局所変形操作について述べてきた。この手法は、次のような特徴を持っている。

- (1) この手法を用いた多面体の変形は、対象の立体の形状によっては、従来の手法よりも設計者にとって直観的である。
- (2) この手法を用いた自由形状の生成法は、従来の幾何モデル生成システム上で実現が可能である。これにより、自由形状の生成が容易になった。
- (3) この手法は、計算機上での実現が容易であり、計算機に負担をかけることもない。

このような利点を持っている反面、この処理は指定を誤ると、不完全な立体を生成してしまうという欠点を持っている。このような誤りは、処理後、立体をグラフィックディスプレイに表示することで、ほとんどは発見できるが、そうでない場合もある。いずれにせよ、このような不完全な立体をどのように発見し、処理するかは今後の課題である。

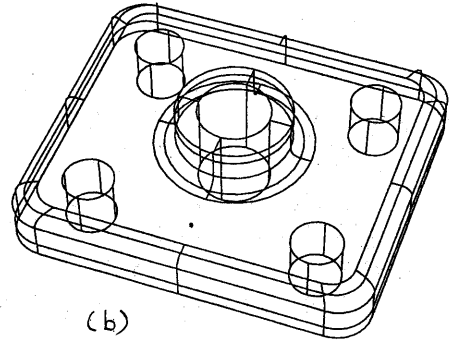
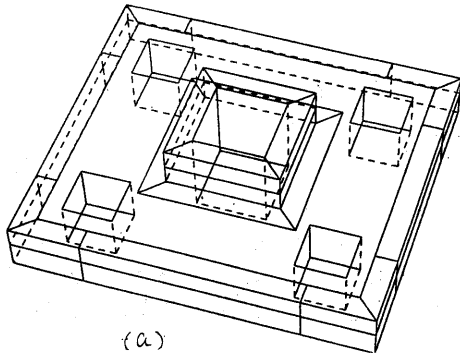
この局所変形操作を用いて、立体モデルを生成処理するシステムを実現した。このシステムにより出力された例を示す。図18, 19, 20(a)は、多面体の出力例であり、図18, 19, 20(b)は、この多面体から生成した自由形状の線モデルの例である。今後は、著者が考案した自由曲面の生成法を、このシステムで実現する予定である。

謝辞

本研究を行なう上で、多くの援助をいただいた。東京大学工学部 佐田登志夫教授に、深く感謝します。

参考文献

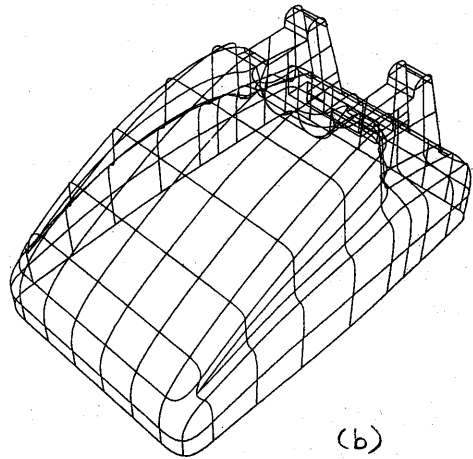
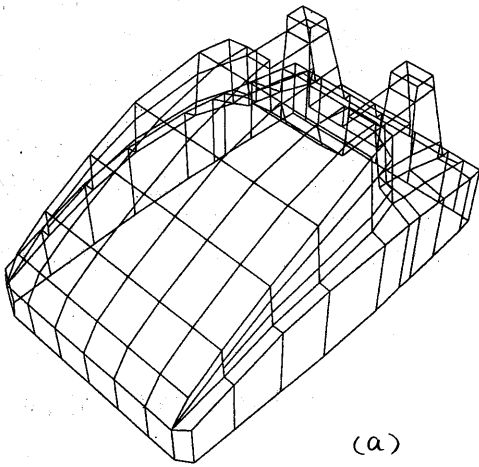
- (1) I. C. Braid : The Synthesis of Solids Bounded by Many Faces, CACM, vol. 18, No. 4, April, 1975, pp. 209-216
- (2) A. Baer, C. Eastman and M. Henrin : Geometric Modelling: a survey, CAD, vol. 11, No. 5, Sep, 1979, pp. 253-272
- (3) A. G. Requicha : Representation for Rigid Solids: Theory, Methods, and Systems : Computing Surveys, vol. 12, no. 4, Dec, 1980, pp. 437-464
- (4) 穂坂衛, 木村文彦 : 機械設計自動化のための幾何モデル生成処理システム, 日本機械学会論文集(第3部), 44巻, 378号(1978)
- (5) A. R. Forrest : An Unified Approach to Geometric Modelling, Proc. of SIGGRAPH '78, 1978, pp. 264-269
- (6) 穂坂衛, 木村文彦 : 3次元自由形状設計制御理論とその応用, 情報処理, vol. 21, No. 5, 1980, pp. 481-492
- (7) 4代倉弘明, 木村文彦 : ワイヤフレームからの自由曲面の生成法, 1981年前期情報処理全国大会



(a)

(b)

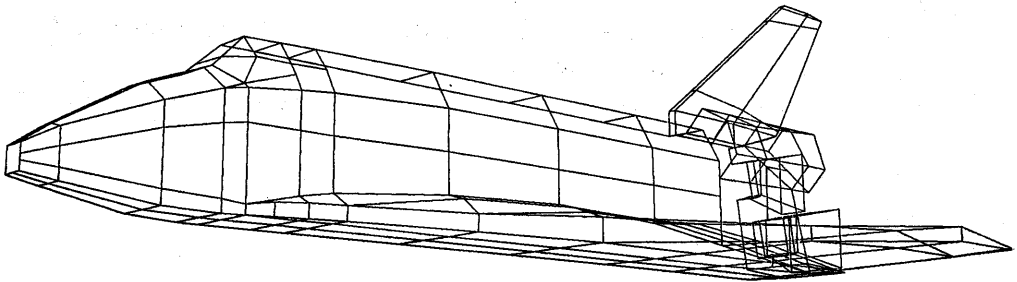
図18 機械部品



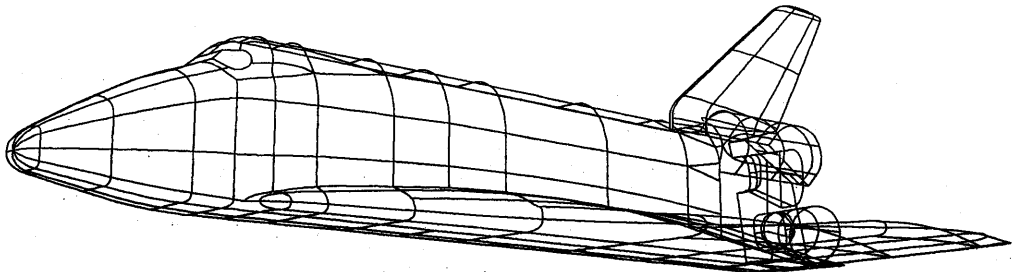
(a)

(b)

図19 電話機



(a)



(b)

図20 スペースシャトル