

透明物体表示のための改良光線追跡法 (2)

安田孝美[†] 横井茂樹^{††} 鳥脇純一郎^{††} 鶴岡信治[†] 三宅康二[†]
 (†三重大学工学部 ††名古屋大学工学部)

1. はじめに

透明な物体を表示する場合、光の反射と伴に透過・屈折効果を表示する必要がある。BELL 研究所の T.Whitted は、これらの効果を表示するのに光線追跡法 (Ray Tracing Algorithm)

を考案したが、彼は光線追跡において物体表面上での光の反射率及び透過率を適当な一定値としたため、光の反射量及び透過量が物体表面全体で一様となり、十分に満足できる透明質感を表現することはできなかった⁽¹⁾。

我々はこの欠点を補うための改良光線追跡法を考案し、透明物体表示において、よりリアルティの高い表示画像を得ている⁽²⁾。この改良光線追跡法は、以下に示す2つの特色を持つ。

(1) フレネルの反射法則に基づく反射率及び透過率を導入する。

(2) 光線追跡のための木構造の生成過程と輝度計算過程とを同時に行う。これにより、木の無駄な節を記憶する必要がなく、また木が完成してから、

Bottom up で輝度計算をしなくてすむので、計算時間及び記憶容量を軽減できる。

ところで、本モデルは無色の透明物体を表示するためのものであった。色の付いた透明物体を表示するには、本来、入射光のスペクトル(分光強度)と波長に依存する物体固有の吸収係数とを考慮しなければならない。そのようなモデルの一つを R.Hall らが提案しているが、彼らの方法では、光線のスペクトルデータ及び各物体の反射係数、吸収係数のスペクトルデータを必要とし、データ量及び計算量が大きく

なりすぎる点が問題である⁽³⁾。これに対し、我々は、R,G,B 3成分値に対する吸収係数を考えることにより、我々の先に開発した無色透明物体表示のための改良光線追跡法をその計算量、データ量をほとんど増加させることなく拡張し、色の付いた透明物体及び吸収のある透明物体をリアルに表示できる方法を開発したので報告する。

2. 改良光線追跡法

Whittedによる光線追跡法では、透明物体表面上の任意の1点からある方向に出ていく光の強度 I は次式で与えられる。

$$I = I_a + k_d \sum_{j=1}^n (I_{N_j} \cdot I_{L_j}) + k_s S + k_t T \quad (1)$$

但し、

I_a : 背景光による反射光

k_d : (拡散) 反射係数

光源の個数

I_N : 対象点での面の単位法線ベクトル

I_{L_j} : 光源 j の単位方向ベクトル

k_s : (鏡面) 反射係数 (一定値)

S : 正反射方向からの入射光強度

k_t : 透過係数 (一定値)

T : 透過方向からの入射光強度

ここで改良光線追跡法では、この Whitted のモデルに以下に示す2つの事実を考慮し、改良モデルを提案した。

(1) 純粋な透明物体では、拡散反射(内部反射)は起こらない。

(2) 物体表面上での反射率及び透過率は、物体を構成する物質の屈折率と光の入射角とで決定される(フレネルの反射法則)。

事実(1)より, Whitted のモデル(式(1))の背景光からの反射光である第1項及び, 拡散反射光である第2項を省くことができる. 更に事実(2)より, Whitted のモデルでは一定値としていた反射率及び透過率 k_s, k_t を, フレネルの反射法則に基づく値とする.

これらの点を考慮して我々が先に開発した改良光線追跡法では, 透明物体表面上の任意の1点からある方向に出ていく光の強度 I は次式で与えられる.

$$I = k_s S + k_t T \quad (2)$$

但し,

$$k_s = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{C_i - nCr}{C_i + nCr} \right)^2 + \left(\frac{nC_i - Cr}{nC_i + Cr} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

$$k_t = 1 - k_s \quad (4)$$

$$C_i = \cos \theta \quad (\theta: \text{入射角})$$

$$C_r = \cos \varphi \quad (\varphi: \text{屈折角})$$

n : 屈折率

式(2)を用いて光線追跡を行うが, 光線追跡による輝度計算は, Whitted の場合と同様に, 視点から実際に光の進む方向とは逆に光の木構造を生成, 追跡することにより実行される.

3. 色の付いた透明物体表示への拡張

ここでは, 色の付いた透明物体を表示するために, 改良光線追跡法を更に拡張した方法について述べる.

3.1 不透明物体の色について

物体表面が金属面のように完全に滑らかで反射率が大きいと, 光はほとんど内部に侵入することなく表面で反射する(鏡面反射). この際, 物体を構成する物質の反射率は光の波長により異なるので, 反射光は入射光とは異なる

スペクトルを持つことになり, 反射光の色は入射光のそれと異なってくることにより色が付くものである. すなわち, 鏡面反射による色である.

また, ゴム, 白墨などの物体表面では, 入射光が再び反射光として外へ出るまでに表面の微粒子の層で多くの反射及び屈折を繰り返す拡散反射を起こす. この際, 各波長でスペクトルの吸収が起こり, この吸収が波長により異なるので, 反射光の色は入射光のそれと異なる. これが拡散反射による色である. 一般的に, 不透明な物体ではこのどちらかにより色が付く.

3.2 透明物体の色について

3.2.1 透明物体の色

透明物体の場合, 拡散反射(内部反射)は起こらない. Whitted のモデルを利用して色を付けることを考えると, 第2項成分(拡散反射)により色を付けることが考えられるが, これは物理的に不自然な便宜的な方法にすぎない.

物理的に考えると⁽⁴⁾, 光が透明物体中を通過するとき, 物体固有の光エネルギースペクトルの吸収を受け, それが波長により異なるため入射光の色とは異なった色の光が出てくることにより, 色が付いて見える. すなわち, 透明物体が一種のカラーフィルタの効果を持つためである. また, この吸収は光が物体中を通る距離が長いほど大きくなる. したがって, このスペクトル吸収は次のようにモデル化されよう.

3.2.2 透過光のスペクトル吸収モデル

物体に入射する光はあるスペクトルを持つ. この光が物体中を通過するときの光路を考え, その光路の始点と終点でのスペクトルを $I_{in}(\lambda)$, $I_{out}(\lambda)$ (λ : 波長)とする. また, その物体

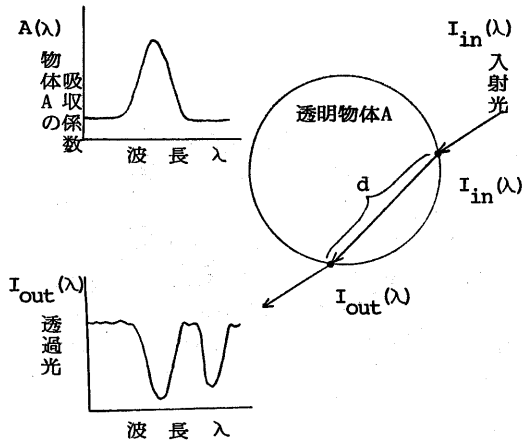


図1. スペクトル吸収モデル

のスペクトルの吸収係数を $A(\lambda)$ とする。ここで、その光路の長さを d とすれば、光路の終点でのスペクトルは次式で与えられる。

$$I_{out}(\lambda) = e^{-A(\lambda)d} I_{in}(\lambda) \quad (5)$$

ここで、 $e^{-A(\lambda)d}$ は入射光 $I_{in}(\lambda)$ の物体中の透過の割合を示している。

この光線が適当な経路をたどって、視点に達したときのスペクトルを $P(\lambda)$ とすると、人間は R (赤) 成分、 G (緑) 成分、 B (青) 成分に各々感度を持つ3種の視細胞によって色を感知する。この各細胞の刺激値(感度値)は図2に示す重み関数 $r(\lambda)$ 、 $g(\lambda)$ 、 $b(\lambda)$ を入射光のスペクトルに掛けて積分することによって得られる。すなわち、各細胞の刺激値 R, G, B は以下のように求められる。

$$R = \int_{380}^{780} r(\lambda) P(\lambda) d\lambda \quad (6)$$

$$G = \int_{380}^{780} g(\lambda) P(\lambda) d\lambda \quad (7)$$

$$B = \int_{380}^{780} b(\lambda) P(\lambda) d\lambda \quad (8)$$

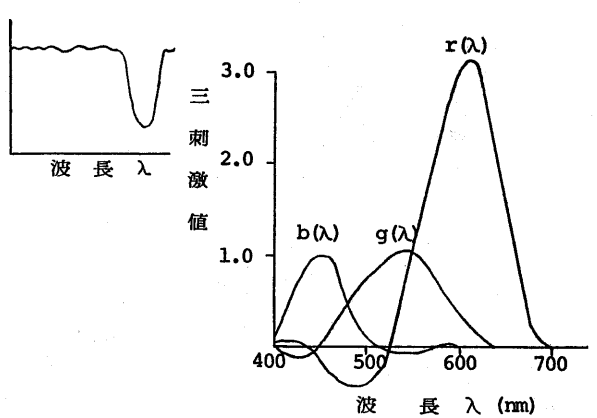


図2. 三刺激値

したがって、この R, G, B の値を3成分値として各画素に与えればよい。

ここで、式(5)-(8)を基にした光線追跡法を構成することも可能であり、 $R, Hall$ らはそのような方法を試みている⁽³⁾。しかし、この場合は入射光のスペクトルデータ及び各物体の反射率、吸収率のスペクトルデータが必要となり、データ量、計算量とも相当大きなものとなる。そこで我々は、3成分値を用いてスペクトル吸収効果を表現する簡略法を考案した。

3.3 簡略化スペクトル吸収モデルによる光線追跡法

3.3.1 スペクトル吸収モデルの簡略化

本方法では、最初から R, G, B の3成分に分けてスペクトル吸収をモデル化し、計算時間の軽減を計ることを考えた。すなわち、吸収係数を波長に依存したスペクトルデータとして与えるのではなく、 R, G, B 各々の成分ごとに与える。つまり、透明物体 A の吸収係数 $A(\lambda)$ を R, G, B 各成分の吸収係数 A_R, A_G, A_B として次式で与える。

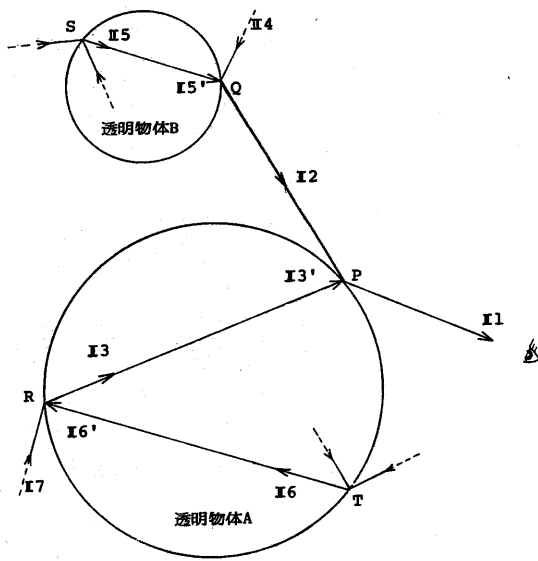


図3. 光線の追跡

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_{out} &= \begin{pmatrix} R_{out} \\ G_{out} \\ B_{out} \end{pmatrix} \\
 &= \tau(A, d) \times \mathbf{I}_{in} \\
 &= \begin{pmatrix} -A_R d \\ e \\ -A_G d \\ e \\ -A_B d \\ e \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} R_{in} \\ G_{in} \\ B_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -A_R d & R_{in} \\ e & -A_G d & G_{in} \\ e & -A_B d & B_{in} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$\tau(A, d)$ は、光が物体中を透過する間の減衰率(3成分の)を表わし、 d は光路の長さ、 $\mathbf{I}_{in}, \mathbf{I}_{out}$ は光路の始点、終点位置での色(3成分値)を表わす。なお、以下 \times の記号はベクトルの成分間の掛算を表わすものとする。

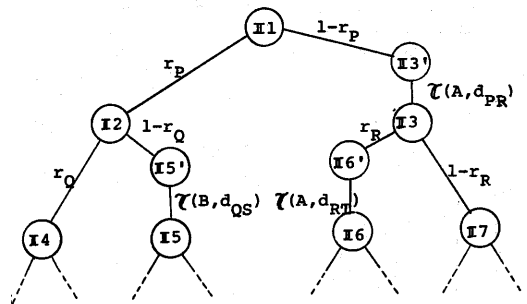


図4. 光線追跡木

3.3.2 簡略化スペクトル吸収を考慮した光線追跡木

図3に示すように、視点へ物体表面上のある点Pから入射する光 \mathbf{I}_1 は、点Pでの正反射方向から入射する光 \mathbf{I}_2 と、屈折方向から入射する光 \mathbf{I}_3' とを加えたものである。

すなわち、

$$\mathbf{I}_1 = r_P \mathbf{I}_2 + (1-r_P) \mathbf{I}_3' \quad (9)$$

但し、

$$\mathbf{I}_n = \begin{pmatrix} R_n \\ G_n \\ B_n \end{pmatrix}$$

r_P : 点Pでの反射率

更に \mathbf{I}_2 は点Qにおいて、 \mathbf{I}_1 と同様に、正反射方向、屈折方向から入射する光 $\mathbf{I}_4, \mathbf{I}_5'$ より次式で与えられる。

$$\mathbf{I}_2 = r_Q \mathbf{I}_4 + (1-r_Q) \mathbf{I}_5' \quad (10)$$

但し、

r_Q : 点Qでの反射率

また, $\mathbb{I}3$ も $\mathbb{I}6'$, $\mathbb{I}7$ より次式で与えられる.

$$\mathbb{I}3 = r_R \mathbb{I}6' + (1-r_R) \mathbb{I}7 \quad (11)$$

但し,

r_R : 点 R での反射率

ここで, $\mathbb{I}3'$ は点 R での光 $\mathbb{I}3$ が物体中を通過するため, $\mathbb{I}3$ のある波長領域が減衰している. したがって, $\mathbb{I}3'$ は点 PR 間の距離を d_{PR} とすれば, 次のように求められる.

$$\begin{aligned} \mathbb{I}3' &= \begin{pmatrix} R_3' \\ G_3' \\ B_3' \end{pmatrix} \\ &= \mathcal{Z}(A, d_{PR}) \times \mathbb{I}3 \\ &= \begin{pmatrix} e^{-A_R d_{PR}} & R_3 \\ e^{-A_G d_{PR}} & G_3 \\ e^{-A_B d_{PR}} & B_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

但し,

A_R, A_G, A_B : 透明物体 A の3成分の吸収係数

同様に $\mathbb{I}5'$, $\mathbb{I}6'$ も次式で与えられる.

$$\mathbb{I}5' = \begin{pmatrix} e^{-B_R d_{QS}} & R_5 \\ e^{-B_G d_{QS}} & G_5 \\ e^{-B_B d_{QS}} & B_5 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbb{I}6' = \begin{pmatrix} e^{-A_R d_{RT}} & R_6 \\ e^{-A_G d_{RT}} & G_6 \\ e^{-A_B d_{RT}} & B_6 \end{pmatrix} \quad (14)$$

但し,

B_R, B_G, B_B : 透明物体 B の3成分の吸収係数

このように光線追跡は従来の反射及び屈折に加え, 物体中でのスペクトルの吸収を考慮したものとなる. 以上の処理を木構造にした光線追跡木を図4に示す.

ところで, 式 (10) - (14) を式 (9) に代入すると,

$$\begin{aligned} \mathbb{I}1 &= \begin{pmatrix} R_1 \\ G_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \\ &= r_P r_Q \mathbb{I}4 \\ &\quad + r_P (1-r_Q) \mathcal{Z}(B, d_{QS}) \mathbb{I}5 \\ &\quad + (1-r_P) \mathcal{Z}(A, d_{PR}) r_R \mathcal{Z}(A, d_{RT}) \mathbb{I}6 \\ &\quad + (1-r_P) \mathcal{Z}(A, d_{PR}) (1-r_R) \mathbb{I}7 \end{aligned} \quad (15)$$

但し,

$$\mathcal{Z}(A, d) = \begin{pmatrix} e^{-A_R d} \\ e^{-A_G d} \\ e^{-A_B d} \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathcal{Z}(B, d) = \begin{pmatrix} e^{-B_R d} \\ e^{-B_G d} \\ e^{-B_B d} \\ e \end{pmatrix}$$

となる. ここで各係数はそれぞれの光線 $\mathbb{I}4$, $\mathbb{I}5$, $\mathbb{I}6$, $\mathbb{I}7$ が視点に達する迄の減衰の割合を示しており, これを積算減衰率と呼ぶ. 前回の光線追跡法と異なって, 積算減衰率が3成分を持つベクトル量になる点が拡張されている. 積算減衰率は, 各光線が2分岐するごとに反射率, 透過率あるいは吸収係数を掛けて更新していく. 光線追跡を行いながら積算減衰率を計算していき, この3成分の値の最大値が予め定めた十分小さい値以下になったとき, それ以降の光線が視点の輝度にあまり寄与しないとして, その光線以降の追跡を終了する. この拡張された場合においても, Whitted の方法のように完成した木構造を再び Bottom up で計算する必要はなく, 視点の輝度に関する葉の光線にそれぞれの積算減衰率を掛け

て加えることにより，視点の輝度が計算される。

3.4 色の付いた透明物体表示のための改良光線追跡法アルゴリズム

(1) 視点と投影画面上の1点(画素) P を結ぶ直線(視線)を考える。この視線が不透明物体と交わればその点での輝度を計算し，輝度変数 I_R, I_G, I_B に記憶する。何も物体と交わらないとき， I_R, I_G, I_B に0を与える。

(2) 透明物体と交わるとき，視線と交わる最も視点に近い透明物体上の交点を求め，視点から交点までの基本光線に光線番号 $JB = 1$ を与える。

(3) この交点における光線の入射媒質及び透過媒質との関係を表わすパラメータを光線状態パラメータ $IST(1)$ に記憶する。

更に， R, G, B 各成分の積算減衰率 FR, FG, FB に初期値として，

$$FR(1) = 1$$

$$FG(1) = 1$$

$$FB(1) = 1$$

を代入する。

(4) $IST(JB)$ に基づき屈折率を定め，Fresnelの法則により反射率 F を求め，スネルの法則により反射方向と透過方向を求める。

(5) 反射方向と透過方向の基本光線に未使用の光線番号 JL, JR を与える。

次に，各々の積算減衰率を次式で与える。

$$FR(JL) = F \times FR(JB)$$

$$FG(JL) = F \times FG(JB)$$

$$FB(JL) = F \times FB(JB)$$

また，

$$FR(JR) = (1-F) \times FR(JB)$$

$$FG(JR) = (1-F) \times FG(JB)$$

$$FB(JR) = (1-F) \times FB(JB)$$

(JB は分岐前の光線の番号)
(JL, JR は反射，透過方向)
(の光線の番号)

(6) 基本光線 JL, JR が次に交わる境界点 P_{JL}, P_{JR} を求める。

更に， JL, JR が通る媒質及び， P_{JL}, P_{JR} 点で光線が不透明物体か透明物体に当たったかの情報を合わせて各々， $IST(JL), IST(JR)$ に記憶する。

(7) $IST(JL)$ の状態を調べ，基本光線 JL が透明物体中を通れば，通過距離 d を求め，積算減衰率を更新する。すなわち， A_R, A_G, A_B を透明物体の吸収係数の R, G, B 成分とすれば，

$$FR(JL) \leftarrow e^{-A_R d} FR(JL)$$

$$FG(JL) \leftarrow e^{-A_G d} FG(JL)$$

$$FB(JL) \leftarrow e^{-A_B d} FB(JL)$$

とする。

(8) R, G, B 各積算減衰率の最大値がしきい値以下となれば，それ以降の追跡を行わないことを示す値を $IST(JL)$ に記憶する。

(9) 基本光線 JR についても(7),(8)と同様の処理を行う。

(10) $IST(JL)$ の状態を調べ，基本光線 JL が不透明物体，あるいは何も物体と交わらないなら，その点での輝度 $IR(JL), IG(JL), IB(JL)$ を計算し，各々積算減衰率を掛けて，輝度変数を更新する。すなわち，

$$I_R \leftarrow FR(JL) \times IR(JL) + I_R$$

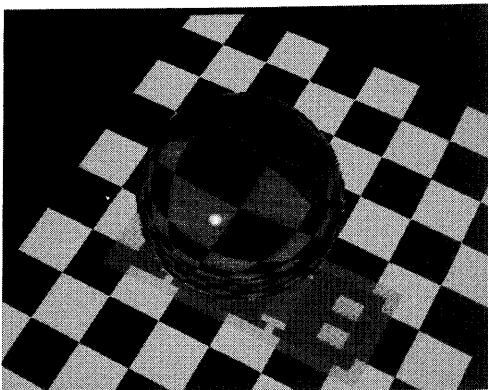
$$I_G \leftarrow FG(JL) \times IG(JL) + I_G$$

$$I_B \leftarrow FB(JL) \times IB(JL) + I_B$$

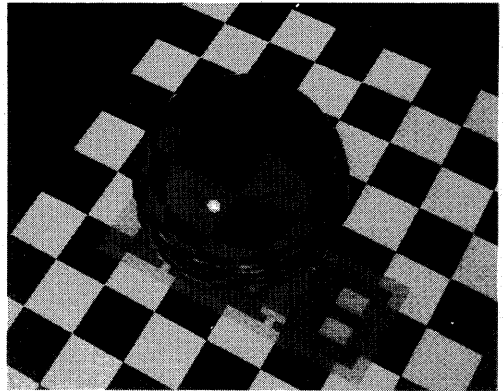
- (11) 基本光線 JR についても(10)と同様の処理を行う。
- (12) JB を1だけ増し, 次の基本光線の処理に移る。このとき, 処理すべき基本光線がなくなったら, STEP (14)へ
- (13) IST (JB)の状態を調べ,
 ①基本光線 JB の積算減衰率が, $しきい値$ 以下のとき:
 STEP (12)へ
 ②それ以外のとき
 STEP (4)へ
- (14) 輝度変数にしたがって画素 P の R, G, B に各成分値 IR, IG, IB を与え, 次の画素への処理に移る。全ての画素について処理を終了したら, このアルゴリズムを終える。

4. 表示例

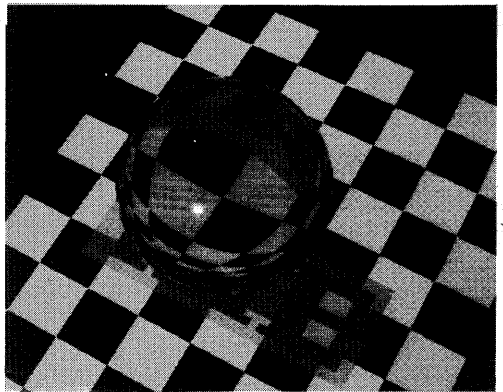
本方法を用いた様々な色の付いた透明なガラス球の表示例を図5に示す。



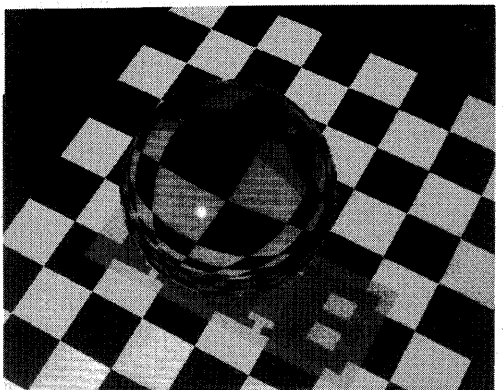
(a) $A_R=0.00, A_G=0.03, A_B=0.03$



(b) $A_R=0.00, A_G=0.05, A_B=0.00$



(c) $A_R=0.00, A_G=0.00, A_B=0.03$



(d) $A_R=0.03, A_G=0.03, A_B=0.00$

図5. 色の付いた透明なガラス球

5. まとめ

改良光線追跡法を拡張し，物質を通過する光線が物質に吸収される割合を R, G, B 各成分について求め，色の付いた透明物体を簡略化して表示する方法について述べ，その表示例を示した．本方法は，スペクトルデータを用いずに，色の付いた透明物体，吸収のある透明物体を表示できるため，実用性は高いと考えられる．

なお，本報告で用いた計算機は，ミニコンの OKITAC SYSTEM 50 / 40 で，表示装置はグラフィカ M305S (512 × 320 dots , R, G, B 各 5 bits) で，図 5 の表示時間は約 20 分であった．

謝 辞

本研究に関し，日頃有益な御助言を頂く，名古屋大学福村教授，並びに三重大学木村助教授に感謝いたします．

文 献

- (1) Whitted, T.: An Improved Illumination Model for Shaded Display, C.ACM, 23, 6, pp. 343-349 (1980) .
- (2) 安田ほか：透明物体表示のための改良光線追跡法，情報処理学会「グラフィックスとCAD」シンポジウム，pp. 141-148 (1983-12) .
- (3) Hall, R.A. and Greenberg, D.P.: A Testbed for Realistic Image Synthesis, IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 3, No. 8, pp. 10-20 (1983) .
- (4) 日本色彩学会編：色彩科学ハンドブック，東京大学出版会 (1980) .
- (5) 久保田：応用光学，岩波全書 (1962) .
- (6) 石黒：光学，共立全書 (1969) .