

影および拡散照度を考慮した三次元 物体の陰影表示

西田友晃

(福山大学工学部)

中前栄八朗

(広島大学工学部)

1. はじめに

三次元物体の陰影表示は、機器・建築物のCADあるいはアニメーションに有用であり、種々の研究がなされている。本論文では、照明設計に有用な陰影表示法について提案する。

Shading model は、光源からの直射光による反射光、透過光および周囲の環境からの光を考慮する必要がある。従来、光源からの直射光による反射光、透過光に関する研究は多く行われているが[1-4]、周囲の環境による光については厳密に取り扱われておらず、一般にこの光として適当な一定値が用いられている。ところが室内を表示する場合、室内各部からの相互反射によりこの周囲環境からの光は無視できない程度存在し、また、室内に存在する物体の影響により一様には分布しない。本論文では、物体の影および相互反射を考慮した陰影表示法について論じる。

照明設計の分野において、相互反射を考慮した室内の照明設計には、CIE法がよく使用される。しかし、この方法は光源の配光は軸対称、室内の形状は直方体、室内の各面の拡散照度分布は一様と仮定おり、また、影の影響は考慮されていない[5]。なお、最近影を考慮した相互反射の計算について試みられたが[6]、この方法は、障害物を囲む二面が垂直な場合と、平行な場合にしか適用できず、また、これらの面上の相互反射成分は一様と仮定している。本論文では、任意の形状の室内に、任意に配置された複数個の物体が存在する場合に生じる影を考慮して、直射照度および相互反射による拡散照度を求める方法を提案する。提案手法は次の特徴をもっている。

1) 室内を構成する床、天井等の相互反射だけでなく、室内中に存在する物体による相互反射も考慮する。2) 光源が、点光源、線光源、面光源および多面体光源について適用可能である。点光源以外の光源に対する影は、本影と半影からなるが、この半影の表示も可能である。3) 直射照度および相互反射の計算のみならず、エリアシングの除去により高品質の画像が得られる。

なお、点光源、線光源、面光源および多面体光源に対する直射光の計算、およびエリアシングの除去法は筆者らがすでに開発している方法を用いる[7-11]。本論文では、光源が面光源の場合について適用例を挙げ、提案手法の有効性を示す。

2. 準備および処理の概略

準備として次の仮定をする。

- 1) 本論文で取り扱う物体は凸多面体または凸多角形の集合とする。また、面の法線ベクトルは物体の外部を向くものとする。
- 2) 室内および物体の構成面は完全拡散性の面とする。
- 3) 光源は、点光源、線光源、面光源および多面体光源を考え、線光源、面光源および多面体光源は完全拡散光源で一様輝度とする。
- 4) 透過光については考慮しない。

提案手法の基本的な考え方を以下に述べる。

- (1) 透視面上の各点について影の計算を行うと時間を要するので、あらかじめ面

上の影の領域を求めておく。光源と物体により構成される影を生じさせる空間（半影および本影を生じる空間をそれぞれ半影多面体および本影多面体とする）を求めておき、この空間と面との交差部分により影の領域を求める。

(2) 相互反射は次のようにして求める。壁、天井などの室内を構成する面および室内に存在する物体の構成面をいくつかの面素に分割して相互反射をあらかじめ計算しておき、透視図上の任意の点での相互反射は、面素の4隅の点の照度により補間する方法を用いる。

処理の概略手順は次の通りである。

1) 三次元モデルの作成。2) 面素分割。3) 影に関する面の分類。4) 影を生じる空間の抽出。5) 影の領域の計算。6) 相互反射の計算。7) 与えられた視点に対する物体の優先順位の設定。8) 図形の走査、可視面上の各点の照度計算。

ここで、3)~6)は、光源の種類と位置に関係し、7)、8)は視点の位置に関係する。

3)の面の分類とは、光源からの直射光の全部が当る面か、一部が当る面か、全く当たらない面かの分類である。8)の照度計算の直射照度については、計算点から見た光源の可視部分について、線光源は線積分、面光源および多面体光源は境界積分法により求める。本稿では、2)、6)、8)について述べる(3)、4)、5)については文献[7-9]、7)については文献[11]参照)。

3 相互反射の計算

照明設計の分野においては、影を考慮しない場合における相互反射の計算法はすでに開発されている[12]。これは付録に示すように、室内をいくつかの面に分割して解く方法である(分割された面を面素と呼ぶ)。すなわち、(付3)式において、面素数を n 、直射照度 E_{oi} ($i=1,2,\dots,n$)を要素とするベクトルを E_0 、全照度 E_i ($i=1,2,\dots,n$)を要素とするベクトルを E 、係数マトリクスを D とすると次式を解くことに帰着する。

$$E = D^{-1} E_0 \quad (1)$$

本論文では、影を考慮し、室内の机、ケースなどの面からの反射も考慮に入れて計算する。そのため、係数マトリクス D を影の計算が可能となるように変形し、(1)式の元数 n を増加させる。元数を増加させたのは次の理由による。

閉空間(ここでは室内)を構成する壁面、天井などのみでなく、従来は行われていなかった、室内の机、ケースなどの面からの反射も考慮に入れて計算するため、室内をいくつかの面素に分割するだけでなく、室内の物体の構成面も分割する必要がある。また、影の影響のため壁や床等の各面上の照度は一様でなくなる。これらのために面素数はかなり多くする必要がある。

3.1 面素数が多い場合の相互反射の計算

n が増加することによる問題点とその解決法について述べる。(1)式はガウスの消去法などを用いて計算することができるが、分割数が多い場合(1000程度)、マトリクス D のため、非常に多くの記憶容量($n \times n$)を必要とする。このような多元連立方程式を記憶容量のあまり大きくない計算機で解くことは困難なので、次に示すように近似し、マトリクス D を必ずしも主記憶装置に記憶しなくてよい方法を用いる。

α_{ij} を要素とするマトリクスA (すなわち $I - D$ 、ここで I は単位マトリクス) を考え、 k 次の反射成分を E_k ($k=0$ すなわち E_0 は直射成分) とすると、

$$E_k = A E_{k-1} \quad (k=1, 2, \dots) \quad (2)$$

の関係が成立する。したがって、すべての次数の反射成分を加えると全照度が求まる。ここで、高次の成分になるほどその値は小さくなるので、適当な次数までの近似計算を行う。K次成分まで考慮した照度は次式となる。

$$E = \sum_{k=0}^K E_k \quad (3)$$

したがって、まず直射照度 E_0 を求めた後、(2)式を用いて k 次反射成分を $k=1, 2, \dots, K$ の順に求め、これらの値を次々と加算すれば照度が求まる。このような計算方法を用いることにより、マトリクスAをディスクに登録しておき、(2)式の計算時に行単位(要素単位でもよい)に呼び出せばよく、必ずしも配列として主記憶装置中に確保する必要はない。したがって、主記憶装置中には基本的には E_k 、 E_{k-1} に相当する二つの列ベクトルと列ベクトルEのみ準備すればよい。

3. 2 影を考慮した相互反射の計算

影の影響を考慮するには面素と面素との間に障害物があるか否かを判定すればよい。しかしこの判定は複雑となるので、面素の4隅の頂点(格子点)を考え、頂点間に障害物があるか否かを判定する方法を用いる。これに準じて面素の照度についても、面素の4隅の格子点で求め、それらを平均したものをその面素の照度と考える。そのため(1)式においては、 n は面素数であったが、以後は格子点数とする。したがって、照度計算も影の存否の計算もいずれも格子点において行う。すなわち、影の影響を付加するために各格子点について影関数 v_{ij} 、照度を計算するため重み係数 w_j を新たに付加し、(付6)の d_{ij} にこれらを乗じた $\alpha_{ij} = v_{ij} w_j \rho_j F_{ij}$ を考える。ここで、 v_{ij} および w_j はそれぞれ次式で表わされる。

$$v_{ij} = \begin{cases} 1 & : P_i, P_j \text{ 間に物体が存在しない。} \\ 0 & : P_i, P_j \text{ 間に物体が存在する。} \end{cases}$$

$$w_j = \begin{cases} 1/4 & : P_j \text{ が面の4隅の点(例えば図1中の×印)} \\ 1/2 & : P_j \text{ が面の辺上の点(例えば図1中の△印)} \\ 1 & : \text{上記以外} \end{cases}$$

また、面素は十分小さいから(付5)式のForm factor F_{ij} は次のように近似できる。まず、面Sと点P(X, Y, Z)の位置関係を示す次式の関数Fを定義する。

$$F(S, P) = aX + bY + cZ + d$$

ここで、 a, b, c, d は面Sを含む面の方程式の係数であり、 (a, b, c) は面の単位法線ベクトルである。そして P_i の属す面を S_a 、 P_j の属す面を S_b とし、 P_j を含む面素の面積を A_j とすると、 $\cos \theta_i = F(S_a, P_j) / r_{ij}$ 、 $\cos \theta_j = F(S_b, P_j) / r_{ij}$ の関係があるから、 F_{ij} は次式となる。

$$F_{ij} = F(S_a, P_j) F(S_b, P_j) / (\pi r_{ij}^4) A_j \quad (4)$$

次に影関数の計算について述べる。

v_{ij} の計算は複雑であり、この v_{ij} を逐点的に求めると多大の時間を要するので、面 S_b 上で同一直線上に並ぶ点 P_j ($j=1, \dots, m_k$) を含む線分 $P_{m_1} P_{m_k}$ を一つの線光源とみなして処理する。すなわち、図 1 中の面 S_a 上の P_i について考えると、 v_{ij} は次の手順により求まる。

- 1) v_{ij} ($j=1, \dots, m_k$) を 1 にセットする。
- 2) 面 S_a または面 S_b の負領域にある多面体を除く。
- 3) P_i, P_{m_1}, P_{m_k} を囲む Bounding box と凸多面体を囲む Bounding box を用いた minimax テストにより三角形 $P_i P_{m_1} P_{m_k}$ と交差する可能性のある凸多面体を抽出する。
- 4) 三角形 $P_i P_{m_1} P_{m_k}$ を含む面と交差する凸多面体を抽出する。
- 5) P_i から見たこれらの凸多面体の輪郭線を抽出し、これらの輪郭線と P_i から見た際の線分 $P_{m_1} P_{m_k}$ との交差判定をする。
- 6) 線分 $P_{m_1} P_{m_k}$ 中の輪郭線に囲まれる区間 (不可視区間) を求め、この区間中のすべての格子点について $v_{ij}=0$ とする (図 1 (b) は P_i から見たときの凸多面体 V の輪郭線と線分 $P_{m_1} P_{m_k}$ の関係を示す)。

なお、輪郭線および可視区間の求め方は文献 [13] 参照。

3.3 面素分割

天井、壁、床および室内の物体の構成面の面素への分割について述べる。ところで、室内の物体すべてについての相互反射を考慮すると、膨大な面素数となる。したがって、ある程度表面積が大きく、かつ反射率が大きいものについてのみ相互反射を考慮することとし、これらについて分割する。

基本的には面素の巾 W を入力し、分割する面のサイズ ($W_u \times W_v$) に合わせて、分割巾 w_u および w_v を決定する。

$$w_u = W_u / [W_u / W + 0.5] \quad (5)$$

$$w_v = W_v / [W_v / W + 0.5]$$

ただし、 $[]$ は整数化を行う記号とする。なお、基本的には分割する面の形状は長方形または平行四辺形とする。それ以外の形状の面に関しては、その面を囲む最小の長方形を格子状に分割し、格子点が本来の形状以外の部分では反射率を 0 とおく (図 2 (a) の × 印)。

一般の室内を考えると、壁面にはドアや窓などがあり、天井には照明器具が存在する。したがって、このような面の反射率分布は不連続となる。これに対処するため、反射率の異なる領域内の格子点については異なる反射率を与える方法を用いる (図 2 (b) の ・ 印)。ここで、すべての格子点について反射率を記憶するのでは効率が悪

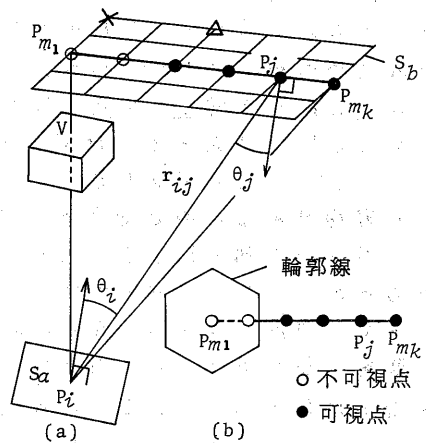


図 1 計算点を影とする点の抽出

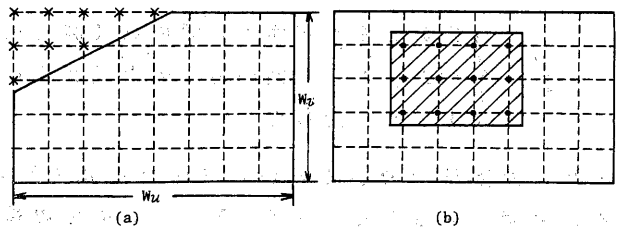


図 2 面の面素への分割

いので、反射率が変化する格子点番号をランレングス法により符合化して記憶しておく。すなわち、異なる反射率をもつ格子点は i 行の j_1 から j_2 列までのような形式により記憶する。

3.4 透視面上の各点の照度

透視面を走査する際の走査線上の各点の照度計算について述べる。

各面素内の相互反射成分を一様（例えば、四隅の頂点の照度の平均値）とみなす方法も考えられる。しかし、この場合表示した面素の境界部において照度が階段状に変化して、スムーズな照度分布を得ることができない。したがって、面素の4隅の照度から、線形補間により各面素内の任意の点の照度を算出する方法を用いる。

走査線上のある点 P の相互反射による照度の計算について述べる。図3(a)に示すように、面 S_f 上の点 P を囲む格子点を $P_{i,j}, P_{i+1,j}, P_{i+1,j+1}, P_{i,j+1}$ とし、これらの点における照度を $E_{i,j}, E_{i+1,j}, E_{i+1,j+1}, E_{i,j+1}$ とすると、点 P の照度 E は

$$E = (1-\alpha)(1-\beta) E_{i,j} + (1-\alpha) \beta E_{i+1,j} + (1-\beta) \alpha E_{i,j+1} + \alpha \beta E_{i+1,j+1} \quad (6)$$

となる。ここで、 α, β は P の三次元上での座標を逆透視変換により求めた後、次のようにして求める。すなわち、図3(b)に示すように、面 S_f の i 方向のベクトルを u, j 方向を v とし、そのベクトルの長さは格子巾 w_u, w_v の逆数に等しいものとし、

$$\begin{aligned} t_u &= (P - P_{0,0}) \cdot u \\ t_v &= (P - P_{0,0}) \cdot v \end{aligned} \quad (7)$$

を求め、 i, j を

$$\begin{aligned} i &= [t_u] \\ j &= [t_v] \end{aligned}$$

とおくと、点 P がどの面素に存在するかわかる。すなわち、 α, β は次式で求まる。

$$\begin{aligned} \alpha &= t_u - [t_u] \\ \beta &= t_v - [t_v] \end{aligned} \quad (8)$$

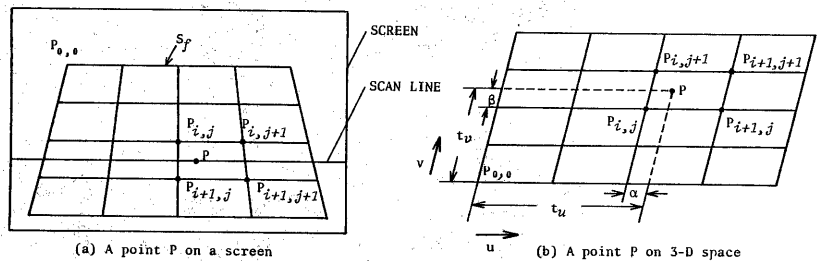
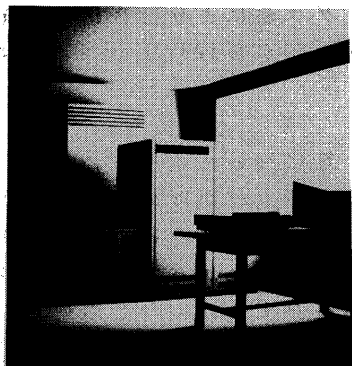


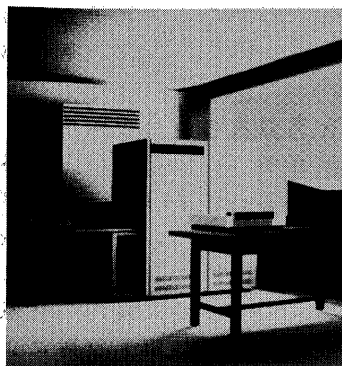
図3 透視面上の照度計算

4. 適用例

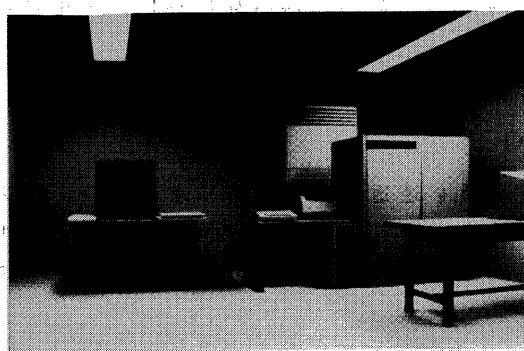
図4は、光源が面光源の場合の表示例である。(a)、(b)は、窓からの光により照射された計算機室を示す。(a)は直射照度のみの計算であり、(b)は相互反射を考慮したものである。(c)、(d)は天井に2つの面光源がある例で、(c)は直射照度のみの計算であり、(d)は相互反射を考慮したものである。(e)は(c)、(d)の例の照度分布を示したもので、相互反射を考慮したものの(左上)、直射照度のみ(右上)、影を考慮せず相互反射を考慮したものの(左下)、相互反射のみ計算したものの(右下)である。図から判かるように、直射光のみのときは天井に光が全くないが、相互反射を考慮した場合には天井が明るくなり、かつその相互反射の分



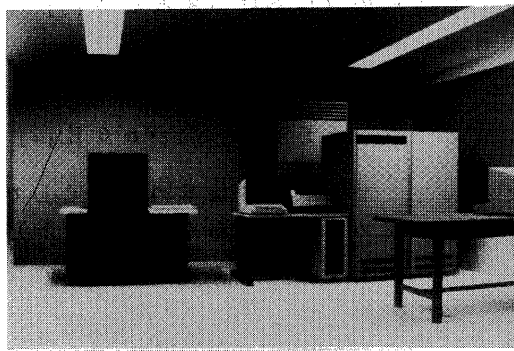
(a)



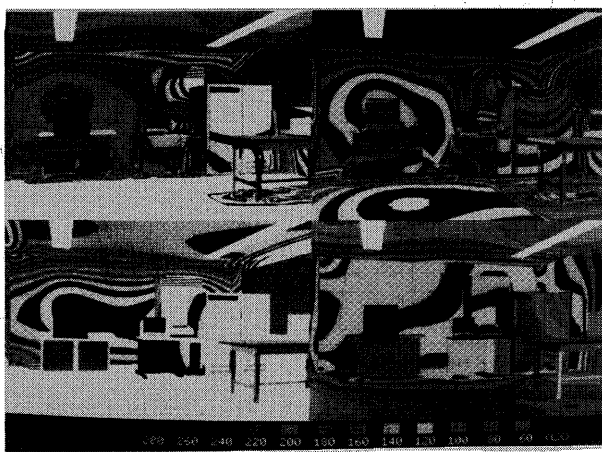
(b)



(c)



(d)



(e)

図4 適用例

布が一樣でないことが判かる。この例から明らかなように、影と相互反射を共に考慮する必要があることがよく判る。

なお、これらの例においては、壁、床、天井の他に計算機、机、クーラの表面からの反射も考慮している。また、面素数は 980 で、反射の次数は 4 次まで計算した。

本適用例の計算には TOSBAC データシステム 600 およびグラフィカ M508R (512 × 512 画素、RGB 各 256 レベル) を用いた。

5. おわりに

本論文では、室内を構成する面のみでなく、室内に存在する机やケースなどの面からの反射についても考慮した陰影表示法について提案した。本論文により次の結果が得られた。

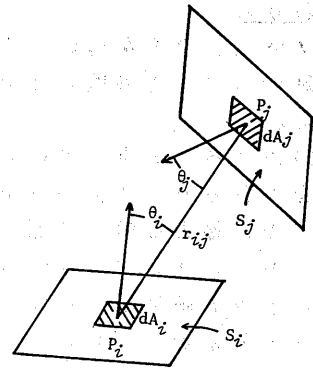
- 1) 室内のすべての点において相互反射を計算すると時間を要するので、室内をいくつかの面素に分割し、透視面を走査する前にあらかじめ相互反射を計算しておく方法を用いた。また影の影響を計算するには、面素を構成する格子点について、他の面素の格子点との間に物体が存在するか否かを判定した。この格子間の影の計算は、直線状に並ぶ格子点を線光源とみなすことにより、能率よく計算できる。
- 2) 半影の表示および相互反射を考慮することにより、より現実感のある画像を得ることができた。
- 3) 線光源、面光源、多面体光源等の各種の光源による直射照度および相互反射が計算できるので、照明設計に適用可能である。

[参考文献]

- 1) Bui-Tuong, Phong: Illumination for Computer-Generated Pictures, CACM, Vol. 18, No. 6 (1975) pp. 311-317.
- 2) Cook, R.L. and Torrance, K.E.: A Reflectance Model for Computer Graphics: acm Trans. on Graphics, Vol. 1, No. 1 (1982) pp. 7-24.
- 3) Blinn, J.F. and Newell, M.E.: Texture and Reflection in Computer Generated Images, CACM Vol. 19, No. 10 (1976) pp. 542-546.
- 4) 安田、横井、鳥脇、鶴岡、三宅: 透明物体表示のための改良光線追跡法、グラフィクスとCAD研究会、12-3 (1984)
- 5) 高橋、石野他: 室内照明における照度予測の電子計算化、照明学会誌、Vol. 54, No. 12 (1970) pp. 21-31.
- 6) Jansen, P. and Lewin, I.: The Effect of Room Obstruction on the Calculation of Inter-reflected Components, IES Tech. Conf. Preprint No. 29 (1982).
- 7) 西田、中前: 三次元物体のカラー陰影表示の一手法、情報処理学会、コンピュータビジョン研究会4-18 (1980).
- 8) 西田、中前: 線光源により照射された三次元物体の陰影表示、情報処理学会誌、Vol. 23, No. 4 (1982) pp. 373-380.
- 9) Nishita, T. and Nakamae, E.: Half-Tone Representation of 3-D Objects Illuminated by Area Sources or Polyhedron Sources, IEEE, COMPSAC (1983) pp. 237-241.
- 10) 西田、中前: マルチスキニング法によるスムーズエッジ処理を施した三次元物体の陰影表示、情報処理学会論文誌、Vol. 25, No. 5 (1984).
- 11) 西田、中前: 三次元物体の陰影表示の方法、情報処理、Vol. 15, No. 1 (1974) pp. 18-25.
- 12) 石川他: 現代照明環境システム、オーム社 (1981).
- 13) 中前、西田: 多面体の隠線消去の一手法、情報処理、Vol. 13, No. 4 (1972) pp. 239-246.

付録 相互反射の一般式および近似解法 [12]

まず、影を考慮しない場合の従来の計算法について述べる。室内を構成する面のうち、付図1に示すような2面を考える。ただし、これらの面は完全拡散反射面とする。面 S_i 上の点 P_i の全照度を E_i 、直射照度を E_{oi} 、点 P_j の反射率を ρ_j 、面 S_j 上の点 P_j の全照度を E_j 、点 P_j を含む面の面積を A_j とすると、相互反射の一般式は次式となる。



付図1 相互反射の計算

$$E_i = E_{oi} + \int_{A_j} \rho_j e_0(i,j) E_j dA_j \quad (\text{付1})$$

ここで、右辺の第二項は、面 S_j からの相互反射成分である。ただし、 $e_0(i,j) = \cos \theta_i \cos \theta_j / (\pi r_{ij}^2)$ (e_0 は固有照度率と呼ばれる)、 r_{ij} は $P_i P_j$ 間の距離、 θ_i は点 P_i での面の法線と線分 $P_i P_j$ との角、 θ_j は点 P_j での面の法線と線分 $P_i P_j$ との角である。

上記の積分方程式の厳密解を解析的に求めることは、一般に困難であり、フーリエ級数または指数関数で近似して解く方法が用いられている。ここでは、室内をいくつかの面に分割する数値解法を採用する。分割した面を面素と呼ぶことにする。 n 個の面素により室内が構成されているとすると、相互反射の一般式は次式となる。

$$E_i = E_{oi} + \sum_{j=1}^n \int_{A_j} \rho_j e_0(i,j) E_j dA_j \quad (\text{付2})$$

また、 E_i を面 S_i において積分すれば、光束が求まる。

$$\int_{A_j} E_i dA_i = \int_{A_j} E_{oi} dA_i + \sum_{j=1}^n \int_{A_j} \int_{A_i} \rho_j e_0(i,j) E_j dA_j dA_i \quad (\text{付3})$$

したがって、 S_i の面積を A_i とし、各面素での照度および反射率を一様とすると、照度 E_i は(付3)に $1/A_j$ を乗ずることにより求まる。すなわち、

$$E_i = E_{oi} + \sum_{j=1}^n \rho_j F_{ij} E_j \quad (\text{付4})$$

ここで、 F_{ij} は固有入射光束係数(Form factor)であり、次式で表わされる。

$$F_{ij} = 1/(A_i) \int_{A_j} \int_{A_i} \cos \theta_i \cos \theta_j / (\pi r_{ij}^2) dA_j dA_i \quad (\text{付5})$$

なお、 $\cos \theta_i \leq 0$ または $\cos \theta_j \leq 0$ のときは $F_{ij} = 0$ である。

$d_{ij} = \rho_j F_{ij}$ とすると(付4)は、

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-d_{11} & -d_{12} & -d_{13} & \cdots & -d_{1n} \\ -d_{21} & 1-d_{22} & -d_{23} & \cdots & -d_{2n} \\ -d_{31} & -d_{32} & 1-d_{33} & \cdots & -d_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -d_{n1} & -d_{n2} & \vdots & \vdots & 1-d_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_{01} \\ E_{02} \\ E_{03} \\ \vdots \\ E_{0n} \end{bmatrix} \quad (\text{付6})$$

となる。したがって、この n 元一次連立方程式を解けば各面素の照度が求まる。