

三次元離散分布ベクトルからの流線算出とその表示

佐藤泰典 原田耕一 山下英生 中前栄八郎
(広 島 大 学 ・ 工 学 部)

1. はじめに

内燃機関、特に燃料直接噴射式ディーゼル機関において、シリンダ内の空気流動は、着火から排気に至るまでのすべての燃焼過程に大きな影響を及ぼし、機関特性(燃料消費率、排気煙濃度等)の優劣を決定する大きな要因となる。したがって、吸入時の空気流動の研究が、燃料の噴霧や着火とならぶ重要な項目となっている。空気流動の様子を観察、把握するための一手法として、シリンダ内全域での流速の三次元計測を行い、空気流動の解析、検討を行う方法がある^[1](付録A参照)。しかし、この手法においては、以下の点で、測定結果の把握が困難である。

- (i) 測定点が離散的なため、連続的な流れの様子を把握しにくい。
- (ii) 流速ベクトルが、垂直成分と水平成分にわけて表示されているため、観察者が、流速ベクトルを三次元的に認識することが難しい。

今回、提案する手法は、これらの問題点を克服するための、以下の特徴を持った表示法である。

- (i) 三次元空間の離散的な点の流速ベクトル値を用いて、三次元空間を補間し、流線(ある時刻における各流体粒子の速度ベクトルの包絡線)^[2]を算出する。
- (ii) 流線を流速の大きさに応じた色で表し、これをカラーXYプロットで描く。
- (iii) 表示の際、流線を二次平面に透視変換し、右眼用と左眼用のそれぞれ画像により、立体視を行う。

したがって、本手法により、三次元空間の流線の状態と各点の流速を同時に立体的に観察できる。

以下、流線の算出方法およびシリンダ壁面の流速ベクトルの外挿法について述べ、性能の異なる2種類の吸気ポートによる空気流動の状態を図示し、本手法の有用性を示す。

2. 流線の計算

2.1 流線の算出方法

三次元空間内の定常流中において、流線の方程式は、流速ベクトル $V(x, y, z)$ を用いて次式で表される。

$$\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} = \frac{dz}{V_z} \quad (1)$$

ただし、 dx, dy, dz は定常流中の1つの流体粒子が微小時間のあいだに動いた距離の x, y, z 成分であり、 V_x, V_y, V_z は、その粒子の存在する点における流速ベクトルの x, y, z 成分である。

まず、シリンダ内の三次元空間を流速ベクトルの測定点が頂点となるような四面体要素に分割する。四面体要素分割方法については次節で詳しく述べ

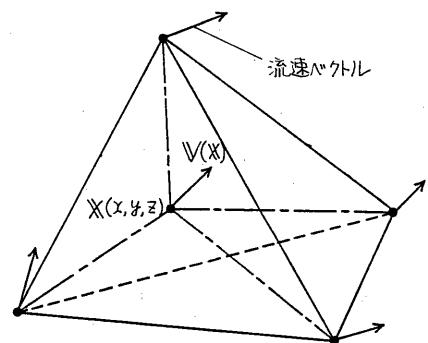


図1 四面体要素

る。

図1に示すように、四面体要素内の任意の点 $X(x, y, z)$ の流速ベクトル $V(X)$ を4頂点の流速ベクトルにより一次式で近似すると、 $V(X)$ は次式で与えられる。

$$V(X) = AX + B \quad (2)$$

ただし、 A, B は各四面体要素について、頂点の座標および流速ベクトルから決定される係数マトリクスである。

(1)式に補助変数 t を導入し、(2)式を代入すると、次式が得られる。

$$\frac{dX}{dt} = AX + B \quad (3)$$

(3)式の解は次式で与えられる。

$$X(t) = e^{At} \{ X(t-\Delta t) + A^{-1}B \} - A^{-1}B \quad (4)$$

ただし、 Δt は計算ステップ幅である。(4)式を繰り返し用いることにより、四面体要素内の流線が求まる。

ここで、

$$e^{At} \doteq E + At \quad (5)$$

(E は単位行列)

と近似すると、(4)式は、

$$X(t) \doteq (E + At)X(t-\Delta t) + Bt \quad (6)$$

となり、 A^{-1} を計算することなく、 $X(t)$ を求めることが可能となる。

(6)式を変形し、次式を得る。

$$X(t) - X(t-\Delta t) = \{ AX(t-\Delta t) + B \} t \\ = V(X(t-\Delta t))t \quad (7)$$

つまり、流線を構成する点列の間隔は、流速ベクトルの値により異なることがわかる。このため計算ステップ幅を流速ベクトルの関数として決定する必要がある。

2.2 計算ステップ幅の決定

(4)式の計算を行う際、計算ステップ幅が小さいほど計算結果の精度が良いことがわかっている。しかし、計算ス

テップ幅を小さくすると、計算時間やメモリの増大につながるため、以下の手法を用いて、適当な計算ステップ幅を決定する。

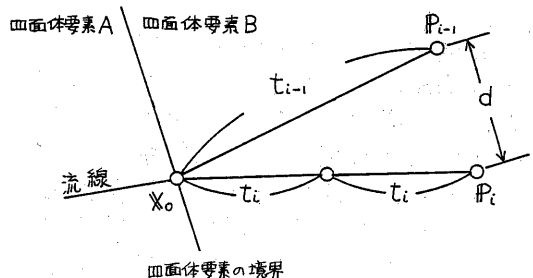


図2 計算ステップ幅の説明
($n = 2$ の例)

ここで、1つの四面体要素内では流速の大きな変化はないと考え、各四面体要素ごとに計算ステップ幅を決定する。図2に示すように、流線がある四面体要素Aから、次の四面体要素Bへ移るとき、四面体要素の境界との交点を求め、その交点を四面体要素Bの出発点 X_0 とする。その点から、次式で与えられる計算ステップ幅 t_i ：

$$t_i = t_f / n^i \quad (8)$$

(t_f は基本計算ステップ幅、 n は定数、 i は増分パラメータ)

で、 n^i 回進んだ点を P_i とする。 i を0, 1, 2, ... と増加してゆき、次式を満足する i を求める。

$$d < \epsilon \quad (9)$$

ただし、 d は点 P_i と P_{i-1} の距離、 ϵ は許容誤差を表し、 $V(X_0)$ の関数として次式で決定される。

$$\epsilon = \epsilon_0 (|V(X_0)| / V_0) \quad (10)$$

(10)式は、基準流速を V_0 とすれば、そのときの許容誤差を ϵ_0 とすることを意味している。

2.3 壁面上の流速ベクトルの外挿法

シリンダ壁面の流速ベクトルは測定できないため、何らかの方法により、

図3において、壁面上の点 g では、流速ベクトルの半径方向成分が零であると仮定する。また、点 g の旋回方向成分および軸方向成分を次式より求める。

$$\left. \begin{aligned} V_{rg} &= 0 && \text{(半径方向)} \\ V_{\theta g} &= \frac{\sum_{i=1}^8 \frac{1}{R_i} V_{\theta i}}{\sum_{i=1}^8 \frac{1}{R_i}} && \text{(旋回方向)} \\ V_{zg} &= \frac{\sum_{i=1}^8 \frac{1}{R_i} V_{zi}}{\sum_{i=1}^8 \frac{1}{R_i}} && \text{(軸方向)} \end{aligned} \right\} (11)$$

3. 四面体要素分割の手法

- (i) 四面体要素に取り囲まれるべき線分(1-2)を決定する。
- (ii) 基本三角形(1-2-3)を構成する。
- (iii) 基本三角形(1-2-3)に対して、四面体要素(1-2-3-4)を構成するような最適な点(球面過剰^{[4][5]}(付録B参照)が最大となる点)(4)を捜し求める。
- (iv) 以上のようにして求めた四面体要素と、それを構成する線分とを登録する。
- (v) 三角形(1-2-4)を新たに基本三角形とする。なお、4→3という番号つけかえを行うものとする。
- (vi) 線分(1-2)が四面体要素で取り囲まれたならば、次の新たな線分に対して、(i)~(v)の操作を行う。
- (vii) 領域内に存在するネットワーク構造の中の全ての線分が取り囲まれるまで操作を繰り返す。

= 3 =

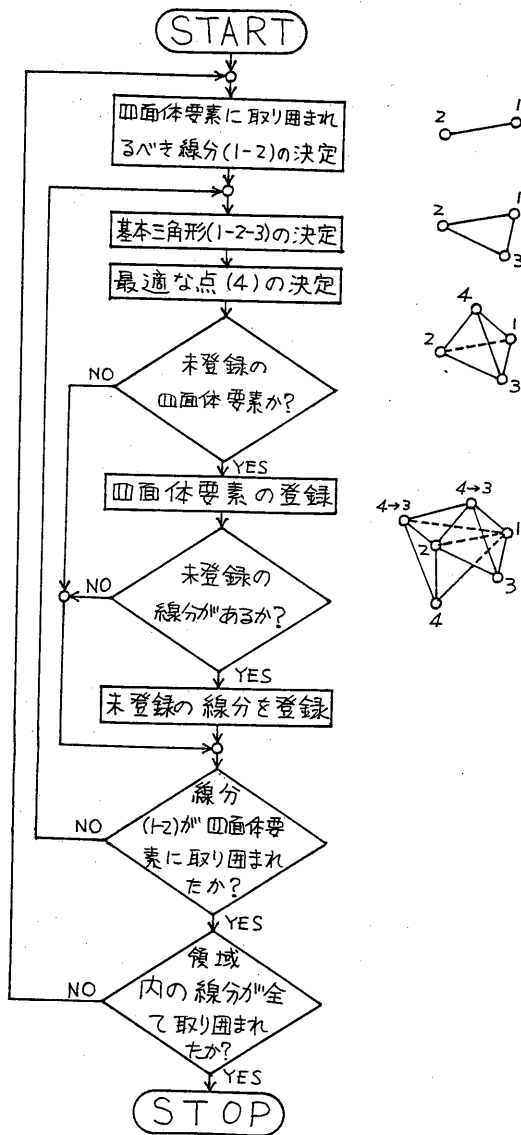


図4 四面体要素分割の手順

4. 適用例

図5(a)に高スワールポートの、(b)に低スワールポートの実測した流速ベクトルを示す。(c)、(d)に本手法を用いて表示した流線を示す。2枚の画を両眼で立体視することにより、三次元空間の流線の状態を容易に立体的に把握できる。

5. おわりに

流速ベクトルの表示ではわかりにくいシリンダ内の空気流動の様子が、本手法の流速に応じた色表示により、流線と流速の大きさを同時に把握することができる。

実際の機関性能試験により、良好な機関性能を示した高スワールポートの空気流動の状態が、低スワールポートと比較して、全体的に流速が大きく、しかも、スワールの中心が、シリンダの中心とほぼ一致している様子が容易に把握できる。

以上のように、本手法の適用により、三次元空間の流線の様子がより詳細に直視的に観測できるようになった。

なお、本報告で用いた計算機はTOSBAC DS600で、表示装置はグラフィックWX4636で、図5(c)の計算時間は約17分であった。

謝 辞

データを提供頂き、貴重なご意見をいただいた広島大学工学部第1類(機械系)広安教授ならびに同研究室の各位に感謝致します。

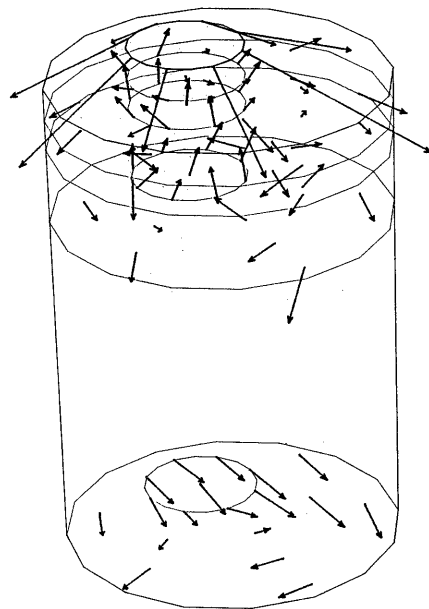
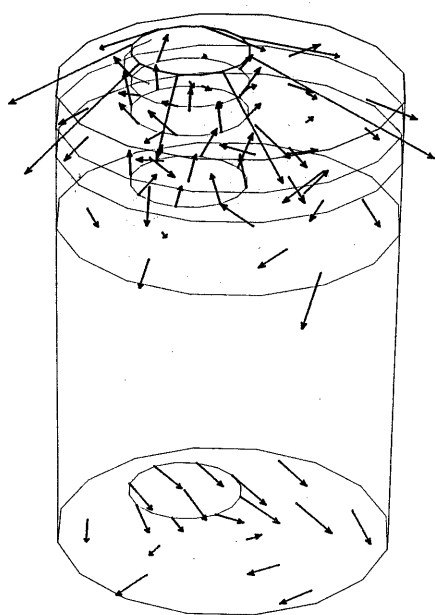
参考文献

- [1] 村上, 西田, 新井, 広安, 梶山:
「LDVを用いた機関吸入特性の定常流計測法」, 第4回内燃機関合同シンポジウム・講演論文集, PP.19-24 (1984)
- [2] 浅沼編:「流れの可視化ハンドブック」, 朝倉書店 (1977)
- [3] C.O.FREDERICK, et al., "TWO-DIMENSIONAL AUTOMATIC MESH GENERATION FOR STRUCTURAL ANALYSIS," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.2, pp.133-144 (1970)
- [4] NGUYEN-VAN-PHAI, "AUTOMATIC MESH GENERATION WITH TETRAHEDRON ELEMENT," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.18, pp.273-289 (1982)

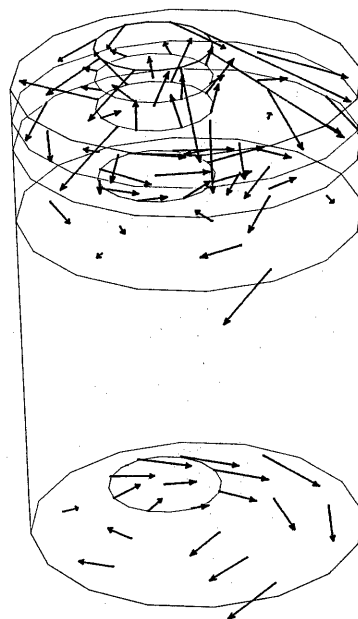
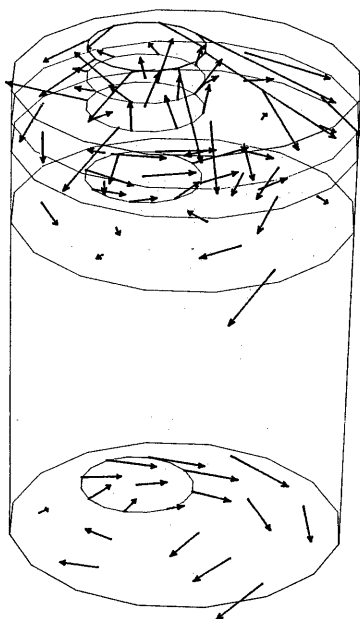
岡田編：「幾何学大辞典」Vol. 2
(空間)，植書店 (1974)

〔6〕村山：「燃焼室形状と燃焼」(内
燃機関編集委員会編：「内燃機関の燃
焼」)，山海堂 (1973)

〔7〕菅野，真保，飯島：「内燃機関工学
概論」，理工学社 (1977)

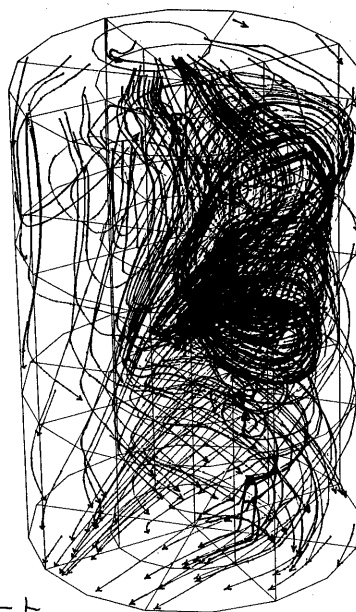
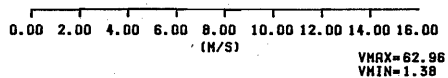
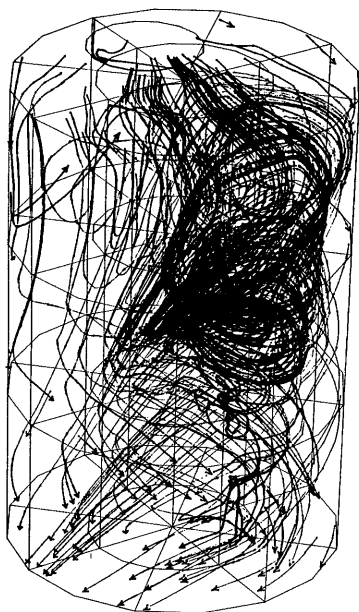
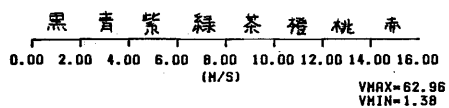


(a) 低スワールポート

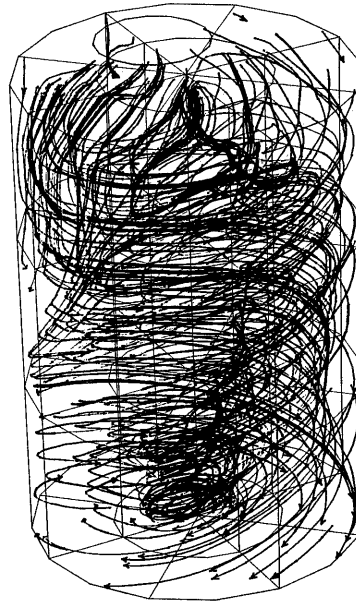
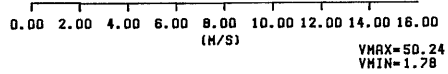
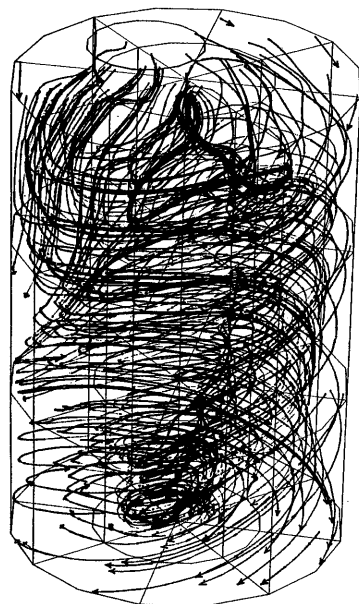
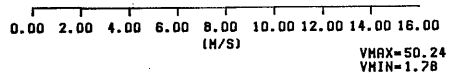


(b) 高スワールポート

図5 流速ベクトル(実測値)と流線の表示



(c) 低スワールポート



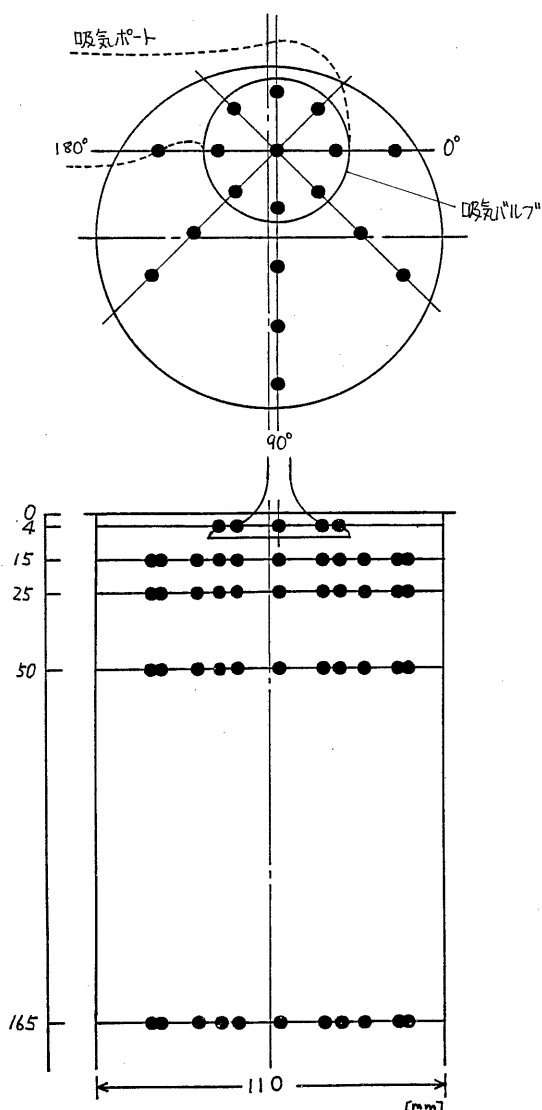
(d) 高スワールポート

図5 流速ベクトル（実測値）と流線の表示

付録A 適用例として用いた シリンダについて

実験方法^[1]

吸入式定常流試験装置とレーザ・ドップラ流速計を用い、シリンダ内の吸入空気流動の流速を測定する。図A-1に測定点網を示す。互いに形状の異なる2種の吸気ポートについて、シリンダ内の空気流動特性の相異を比較す

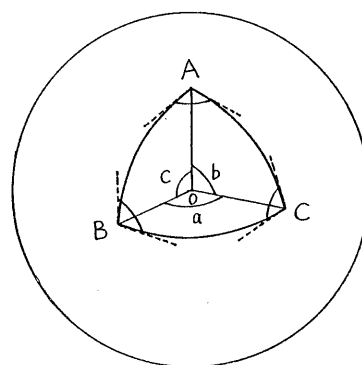


図A-1 測定点網

る。吸気ポート形状の違いにより、スワール比（渦流の毎分回転数に対する機関のr.p.m.の比）^{[6][7]}が異なる。高いスワール比($r_s=3.5$)を示すものを高スワールポート、低いスワール比($r_s=2.0$)を示すものを低スワールポートと呼ぶことにする。

付録B 四面体要素構成における 最適な点の決定

3節に述べた最適な点の決定は、球面過剰^[5]の概念に基づいて行われる。



図A-2 球面過剰

図A-2において、点Oを球の中心とし、点A, B, Cを球面上の点とすると、球面過剰Eは、

$$E = \angle A + \angle B + \angle C - \pi \quad (A-1)$$

と表される。ここで、 $\angle A, \angle B, \angle C$ は頂点における接線のなす角、すなわち、 OA, OB, OC を稜とする二面角の平面角で測る。

ここで、

$$\pi < \angle A + \angle B + \angle C < 3\pi \quad (A-2)$$

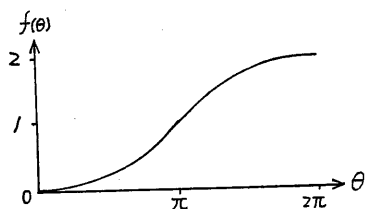
であるので、球面過剰のとり範囲は、

$$0 < E < 2\pi \quad (A-3)$$

となる。

いま、 $f(\theta) = 1 - \cos \frac{\theta}{2}$ という関数を考えると、この関数は、 $0 < \theta < 2\pi$ の間で単調増加し、

$f(0) = 0 < f(\theta) < 2 = f(2\pi)$ (a-4)
 である(図A-3参照)。



図A-3 $f(\theta)$ のグラフ

よって、 E を直接求めることなく球面過剰の大小を知ることができる。すなわち、公式により、

$$\cos \frac{E}{2} = \frac{1 + \cos a + \cos b + \cos c}{4 \cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}} \quad (a-5)$$

$$\cos \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\cos a + 1}{2}} \quad (a-6)$$

であるので

$$\cos \frac{E}{2} = \frac{1 + \cos a + \cos b + \cos c}{\sqrt{2(\cos a + 1)(\cos b + 1)(\cos c + 1)}} \quad (a-7)$$

よって、

$$\begin{aligned} f(E) &= 1 - \cos \frac{E}{2} \\ &= 1 - \frac{1 + \cos a + \cos b + \cos c}{\sqrt{2(\cos a + 1)(\cos b + 1)(\cos c + 1)}} \quad (a-8) \end{aligned}$$

(a-8)式により、 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ が求まれば、球面過剰の大小関係を知ることができる。球面過剰を最大とする点を最適な点として、四面体要素を構成する。