

多面体の形状処理とそのユーザ・インタフェース

TOPOLOGICAL PROCESSING OF POLYHEDRA AND ITS USER-INTERFACE

山内 聖
Kiyoshi YAMAUCHI

西野博二
Hiroji NISHINO

筑波大学
University of Tsukuba

This paper describes a topological processing system suitable for creating and subdividing polyhedra, especially focused on the user interface. All operations of topological processing are executed with a series of elementary Euler's operations.

Any portion to be processed is easily defined by means of vertices or their combinations directly selected on the display screen. Three methods for the selection are provided for user's convenience.

A polyhedron is made either by successive input of Euler's operations or by utilizing registered primitives. Some of them may be also defined by users. As subdividing algorithm, an efficient automatic triangulation for polyhedra is adopted.

1. はじめに

CAD、パターン認識、グラフィックスなどの各分野において、大規模な3次元形状情報を計算機で効率的に処理する必要性が、近年ますます高まってきているが、多面体の位相的性質についての研究はこれらの分野に広く応用される可能性がある [1]。

多面体をその頂点を含む平面によって切断すると、2個の新しい多面体に分割される。この操作を繰り返すことで最終的に4面体の集合にまで分割することができる。このような分割を多面体の4面体分割または三角錐分割、単体分割(simplicial subdivision)、広義の三角形分割(triangulation)などと呼ぶ。逆に4面体の合成によって任意の多面体を生成することもできる [2]。以下このような多面体の位相幾何学的な形状処理を単に多面体処理ということにする。

多面体処理はそれ自身幾何学的な興味があるが [3]、その手法を応用することにより、物体の種々の物理量計算や、ソリッドモデルの形状定義を簡便に行なうことができる [4]。

多面体処理においては、扱う多面体が複雑になればなるほど人間が自由にその形状を表現したり、表現された形状を直観的に判断することが困難になってくる。そこで、多面体処理に適した計算機ツールの援助が必要になるが、従来の3次元モデリングシステムはCAD/CAMにおける形状設計等に利用することを目的に開発されたものが多く、そのユーザインタフェースも任意の多面体を位相幾何学的に処理するには適しているとは言

ない [5]。

それは以下のような多面体処理の特性に起因している。

- 1) CADシステム等では、空間における物体の正確な位置や各部の寸法が重要であるが、ここで扱う多面体処理においてはそれらの情報はさほど重要ではなく、多面体の面と辺、辺と頂点の接続関係といった位相的な情報が重要である。
- 2) 多面体全体に対してよりも、特定の頂点、辺、面を指定して行なう処理が多い。
- 3) 同様の処理を繰り返し行なうことが多い。
- 4) 処理を施す前と後の多面体の形状の変化をインタラクティブに確認しながら処理を続ける必要がある。

そこで、これらの特性を反映させたユーザインタフェースの方式を提案し、多面体処理を専用に行なうための3次元モデリングシステムとして、[多面体処理システム]を開発した。

以下の章では、このシステムの概要、多面体処理の手法とそのユーザインタフェースについて述べ、このシステムを使用して行なった多面体の分割について考察する。(文中の" "で囲まれた語句は本システムのコマンドおよび機能である。)

2. システムの概要

2.1 システムの特徴

[多面体処理システム]の目的と開発方針は以下のようである。

目的：「多面体処理を自然な操作で実現する。」

開発方針：

- 1) 多面体を十分に定義でき、合成、分割、変形、移動、保存、表示を矛盾なく実現する。
- 2) ユーザインタフェースは多面体処理の特性を考慮したコマンドの設定と、人の慣用に近い処理の指定を可能にする。
- 3) 拡張性、移植性の優れたものとし、個人専有使用を可能にする。
- 4) 表示は、必要最小限の情報にとどめ高速性を重視する。
- 5) 最終的に、多面体の4面体分割を効率よく自動的にこなすことを可能にする。

上記1)は3次元モデリングシステムとして最低限必要な機能であり、2),3),4)は、本システムを、使用者が個人で多面体処理のために利用することから決定した。今回のシステム開発にあたっては特に2)を重視した。なお5)は本システムの開発動機でもある。システムの全体構成を図1に示す。

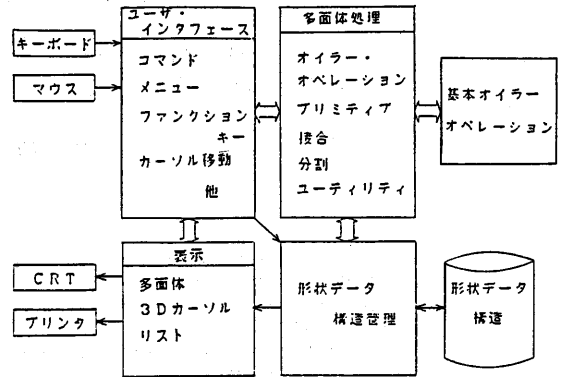


図1 多面体処理システム構成図

2.2 データ構造

多面体の計算機内での記述方法は、境界表現(B-Reps.)を採用した。その理由は、形状を変更する際の容易さや、処理を施す頂点や辺などの形状データに直接アクセスできることなどがシステムの操作性向上に適しているからである [6]。

B-Reps. の形状データは、頂点V、辺E、面F、面ループL、多面体Pの結合関係(位相情報)とこれらに付随して格納される座標、法線などの値(幾何情報)である。

本システムではこれらの形状データを上述の多面体処理の特性を反映して、ウィングド・エッジ・データ構造で表現している [7]。また、アクセスの頻度が高い結合関係は、逆方向のポインタも持たせたり、頂点の座標は実座標と表示座標の2つを用意するといった前処理を行ない計算速度を向上させている(図2参照)。

3. 基本操作

本システムのユーザインタフェースは、多面体処理に適し、人の慣用に近い形式で、対話的に処理の指定を行なえるようにした。多面体処理の”コマンド”の入力形式は、キーボードから直接入力する方法と、メニューから選択する方法があり、使用頻度の高いコマンドはファンクションキーに登録することができる(表1参照)。またコマンドは処理の種類のみを指定すればよく、処理を行なう頂点や辺など(処理部位)は、画面上から選択し、指定すればよい。

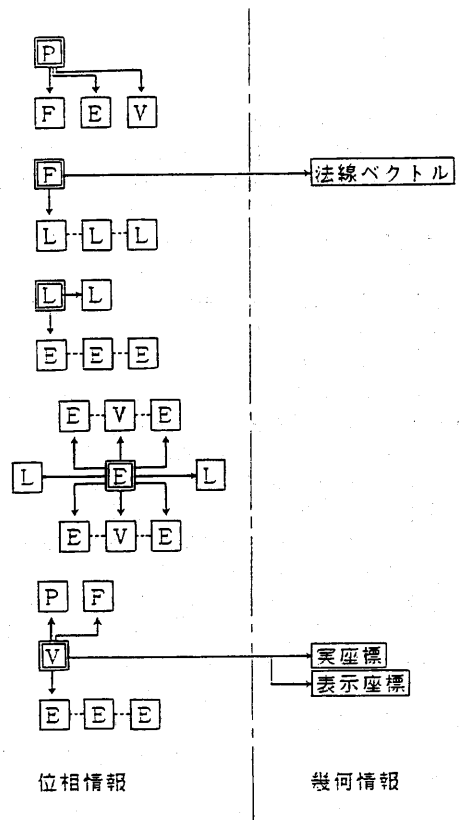


図2 多面体の内部表現

例えば多面体の保存を行なう場合、“SD”とタイプ入力するか、“多面体の保存”をメニューから選択し、保存する多面体を画面上から選択する。

処理部位の指定方法も、いくつかの方法が用意され、目的や使用者の好みに応じて随時、混用できる。その中でも使用者が画面上から直接処理部位を選ぶための“3Dカーソル”、“処理部位番号”などが有効である。

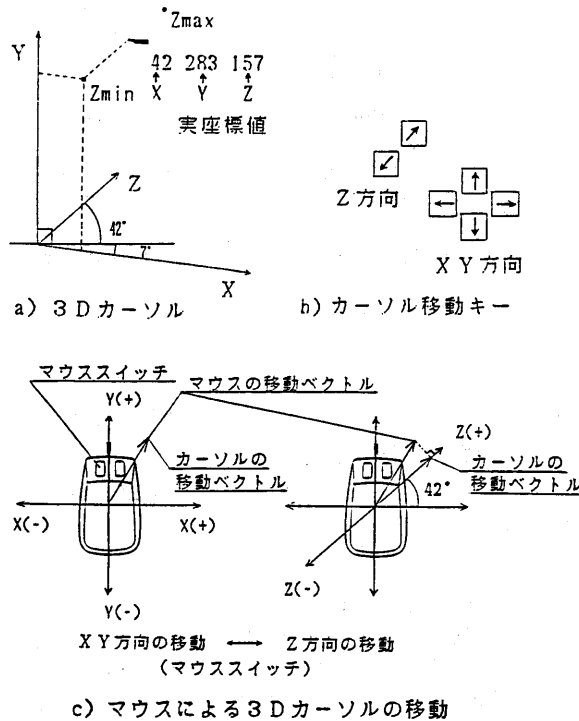


図3 3Dカーソル

3.1 3Dカーソルの表示と移動

使用者が3次元座標を画面上で確認するために、本システムでは3Dカーソル(3次元グラフィックカーソル)を用いている。3Dカーソルは使用者が自由に移動させ、頂点の入力や処理部位の指定に利用するが、直観的に空間位置が確認できるため、多面体処理に非常に有効である。

3Dカーソルの近傍には実際の座標値も表示されるが、カーソルが単に画面上の一点を示すだけであると、奥行き方向の位置が確認できない。このような問題を解決する手段として、従来から画面上に三面図を表示する方法[8],[9]や、後の処理でまとめて深さ付けを行なう方法[10]などがありCADシステムに多く用いられている。しかし、画面が分割されて表示スペースが狭くなると、操作が複雑になるといった問題がある。そこで本システムでは多面体処理に適した3Dカーソルの表示方法を採用した(図3参照)。

3Dカーソルの移動方法はカーソル移動キーによる平行軸移動とマウスによる任意方向移動の2つが用意されている。

(1) カーソル移動キーによる平行軸移動

X、Y、Zのそれぞれ正負方向のカーソル移動キーを連続して押すことにより、3Dカーソルを移動させる方法であり、カーソルが座標軸に平行に移動するため、平行な辺や面を多く持つ多面体の入力に適している。(図3-b参照)

(2) マウスによる任意方向移動

マウス操作による3Dカーソルの移動は、2次元の任意位置に瞬時に移動させることが可能である。奥行き方向に移動させるには一旦、縦横方向の位置を固定する必要がある(図3-c参照)。

また3Dカーソルは多面体処理の各操作の途中、使用者やシステムによって最後に参照された頂点位置に自動的に移動する。

表1 コマンド、メニューとファンクションキー

メイン・メニュー	主なサブ・メニューとコマンド、ファンクションキー					
多面体の入力 →	オイラー・オペレーション	OP	[E-OP]	プリミティブ	PR	[PRIM]
多面体の変形 →	SWEEP SW	[SWEEP]	PULL PU	[PULL]	CUT	CU [CUT]
多面体の接合 →	接合 J2	[JOIN2]	4面体接合 J4	[JOIN4]		
多面体の分割 →	2分割 D2	[DIV2]	定頂点分割 DC	[DIV-C]	可変頂点分割 DM	[DIV-M]
データ管理 →	データ保存 SD	[SAVE]	データ読込 LD	[LOAD]	複製	CP [COPY]
(処理部位選択)	ピック	[P]	サーチ	[S↑] 、 [S↓]		
(表示)	処理部位番号	[CLR]	視点移動	[←EYE] 、 [EYE→]		

3.2 頂点の入力

多面体処理においては頂点の正確な位置はそれほど重要でないが、画面への表示を行なうために、なんらかの方法で頂点座標を決定する必要がある。本システムでは次に示す方法が用意されている。

(1) 3Dカーソルによる入力

使用者が希望の位置に3Dカーソルを移動させ、頂点の座標を入力する方法である。位置は多少不正確になるが、操作性に優れ、多面体処理に適している。ファンクションキーの入力で“簡易視点移動”を行なうことにより、多面体の裏側の頂点も簡単に入力できる(図4参照)。

(2) 座標値入力

頂点の座標値をキーボードから直接入力する方法であり、数値的には最も正確な方法といえるが、多面体処理には一般的に適していない。しかし高精度の処理を行なう場合を考慮してこの方法での入力も可能にしている。

3.3 頂点の指定

多面体処理には頂点、辺、面を指定する操作が多い。頂点の指定は辺や面の入力にも利用され、頂点の入力とともに本システムの操作性向上の要点となっている。

指定方法は次の3つが用意されている。

(1) 頂点ピック

希望の頂点の近くへ3Dカーソルを移動させることにより頂点を指定する方法である。使用者が“頂点ピック”を指定すると、システムは表示されているすべての頂点と3Dカーソルとの間で、画面上の距離を計算し、その値が最小になるような頂点を指定する(図5-a参照)。

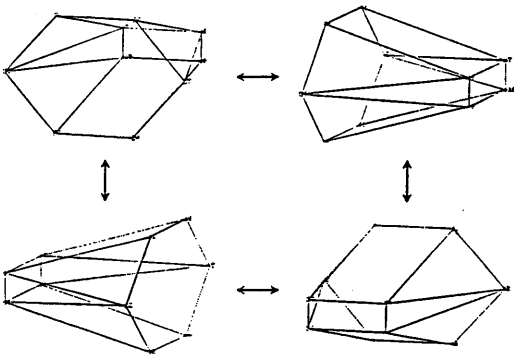
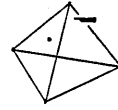


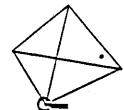
図4 XZ座標軸交換による簡易的な視点移動

(2) 頂点サーチ

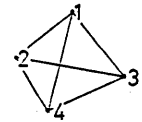
“頂点サーチ”が指定されると、システムは画面上での上下方向の位置より頂点をソートする。使用者が上下どちらかの方向のキーを押すごとに、ソートされた頂点上を3Dカーソルが移動し、使用者がそれを確認して頂点を指定する方法である。(図5-b参照)



a) 頂点ピック



b) 頂点サーチ



c) 頂点番号

図5 頂点の指定

(3) 頂点番号指定

画面上の頂点の近傍に表示される“頂点番号”を、使用者が数字キーで入力することにより頂点を指定する。この頂点番号は表示の際に便宜的に割りつけられるもので、画面上のすべての頂点を一意に指定することができ、必要なときにだけ表示される(図5-c参照)。

このように、どの方法も使用者が頂点の座標を把握している必要はなく、画面を見ながら簡単に頂点の指定を行なうことができる。また、実際にシステムを使用した結果、画面上の頂点が多く、画面全体に散在しているときは(1)の方法、頂点が集中しているときは(2)の方法、頂点が少ないときは(3)の方法が、それぞれ適していることが確認された。

3.4 辺の指定

辺の指定は、面の入力、局所変形操作等に利用される。

指定の方法は次の2つである。

(1) 2 頂点指定

指定したい辺の両端の頂点を指定する。

(2) 辺番号指定

頂点番号指定と同様に画面上の辺に振られた番号を数字キーで入力する。

上記(1)は、(2)よりも入力データは2倍だが幾何学での辺の指定の慣例から、実際の多面体処理における利用頻度は高い。

3. 5 面の指定

面の指定は、多面体の合成における接合面の指定等に使用する。

指定の方法は次の2つである。

(1) 2 頂点指定

指定したい面に含まれている頂点の中から、同一辺上でない2頂点を指定する。

三角形の面に限っては、2頂点で特定できないため3頂点を指定する。

(2) 面番号指定

頂点、辺番号指定と同様である。

3. 6 多面体の指定

多面体の指定は処理を行なう多面体の指定に使用する。上記の頂点、辺、面の指定はすべて、画面上に表示された多面体に含まれているものを対象としているが、多面体の指定は、下記の(1)を除いてシステムに登録されているすべての多面体に対して実行される。

指定の方法は次の3つである。

(1) 1 頂点指定

画面上の多面体の中から、指定したい多面体に含まれる1つの頂点を指定する。

(2) 多面体番号指定

システム中の多面体の登録番号を数字キーで入力する。

(3) 多面体名指定

登録されている多面体の名前をタイプ入力する。

この“多面体番号”と“多面体名”は、形状データと共にシステムに登録するもので、多面体番号はシステムが自動的に割りつけるが、多面体名は、多面体を入力したり、分割によって新しい多面体が生成されたときに、使用者が指定する。

4. 多面体の生成

4. 1 オイラー・オペレーション

本システムではモデル化された頂点、辺、面、多面体の個数は、それらを v, e, f, p とおけば、初期のオイラー式に p を追加した式

$$v - e + f - 2p = 0 \quad (1)$$

を常に満たしている。また、多面体の生成の途中においても式(1)を満たしている。

ここで、式(1)を

$$\begin{aligned} a \cdot x &= 0, \\ a &= (1 \ -1 \ -1 \ -2), \\ x &= (v \ e \ f \ p) \end{aligned} \quad (2)$$

と書き直す。本システムでの多面体の生成は式(2)を満たす x を順次作成することである。式(2)のある格子点からある格子点への多面体生成による移動を“オイラー・オペレーション”と呼ぶが、3つの独立な遷移ベクトルの組み合わせだけで、種々の多面体の処理とモデルを生成できる [6]。この3つの基本遷移ベクトルを次のように選ぶ。

(1 1 0 0) : 頂点と辺の生成 (mve)

(1 0 1 1) : 頂点と面と多面体の生成 (mvfp)

(0 1 1 0) : 辺と面の生成 (mef)

ここで m は生成を示す。

本システムで扱うすべての多面体は、これら3つの“基本オイラー・オペレーション”を逐次実行することにより生成される。本システムではこれらのオペレーションを、それぞれ1つのコマンドで直接実行する機能を持っている (図6参照)。したがって、頂点の位相的なつながりを使用者の思いどおりに定義できるため、自由に多面体を定義することができる。

また、局所変形やプリミティブの生成などの、多面体の形状を扱うコマンドのすべてがこの3つのオペレーションの組み合わせで構成されている。

4. 2 プリミティブ

使用されることの多い基本的な多面体は、“プリミティブ”(基本図形)としてシステムに登録

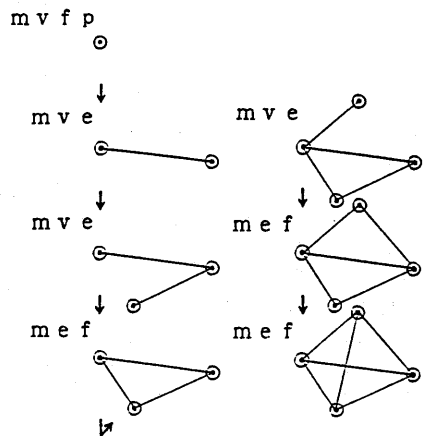
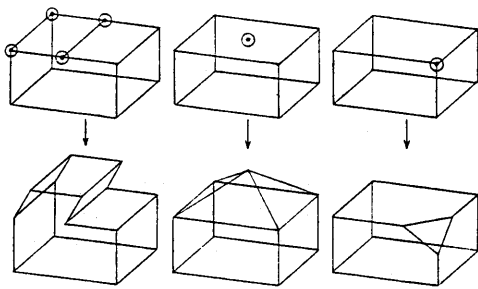


図6 オイラー・オペレーションによる多面体の生成

されており、必要なときに取り出したり、新しく登録することができる。従来の3次元モデリングシステムではプリミティブの生成の際に、各部の寸法の入力が必要であったが、本システムでは多面体処理の特性から寸法入力は省略可能になっている。

4.3 多面体の局所変形

図7に示すような多面体の“局所変形操作”は多面体の自由な形状生成にきわめて有効である。コマンドと位置を示す辺や面を指定すると、オイラー・オペレーションの逐次コールにより処理が実行される。



a) SWEEP b) PULL c) CUT

図7 多面体の局所変形操作

4.4 多面体の接合

すべての多面体は、“4面体の接合”の繰り返しだけで生成できる。しかし、複雑な多面体を4面体の接合のみで行なうと、相当な手間と時間が費やされるため、上述のオイラー・オペレーションやプリミティブによって概形を定義し、局所変形や接合によって目的の多面体を生成するといった方法が効率的である。

従来の3次元モデリングシステムは、和、差、積などの集合演算で物体の合成を行なっている。この方法は多くの利点を持っており実際のCAD/CAMへの適合性も優れている。しかし多面体の合成にはこのような集合演算よりも接合の処理を行なう場合が多い。接合は和の特別な場合と考えられるが、もし多面体の接合を従来のシステムの和演算で行なうとすると次のような操作を行わなければならない。

- 1) 接合を行なう2つの面のそれぞれを構成する頂点の座標を調べる。
- 2) その座標から2つの面の形状を照合し、接合が可能かどうかを判定する。

- 3) 接合可能であれば、一致させる頂点の組み合わせを計算する。
- 4) 2つの多面体の空間での位置関係を計算する。
- 5) 一致させる頂点の組の1つが同じ位置になるように、片方の多面体を平行移動する。
- 6) 2つの面の法線の向きがちょうど逆になるような回転の角度を計算する。
- 7) その角度で片方の多面体を回転し、2つの面を一致させる。
- 8) 2つの多面体の和を求めて、新しい多面体とする。

この方法では、頂点の正確な位置情報と使用者による複雑な座標計算が必要で、処理手順も多く、計算誤差が大きい場合は目的の多面体を得られないときもある。

このような面倒な計算から使用者を開放するために、本システムでは、多面体の接合に必要な計算をすべて自動的に行なっている。その指定の方法も使用者にとって簡易なものになっており、使用者は“接合”のコマンドを入力し接合したい面を上述の方法で指定するだけで良い(図8参照)。システムは、多面体の接合に必要な上記1)から8)の計算をすべて自動的に行なう。

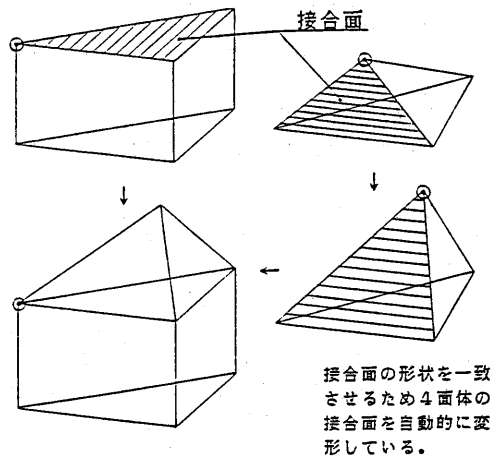


図8 4面体の接合

5. 多面体の分割

従来の3次元モデリングシステムにおいて物体の分割は、必要でない部分を取り除き、必要な部分だけを残すという物体の部分削除の機能を実現させるための手段であった。しかし、本システム

における多面体分割は多面体の生成にも使用されるが、4面体分割に必要な2つの多面体への分離(“2分割”)が重要な目的である。

5.1 多面体分割の指定方法

従来のシステムでの物体分割の指定方法は、他の物体を指定し集合演算を行ったり、平面の方程式を指定し物体を切断する方法などが多く用いられていたが、本システムでは多面体処理の特色を反映してこれらの方法とは異なる操作指定を行なっている。

本システムにおける多面体分割の操作は、多面体を分割する平面(分割面)の指定で行なうが、実際には多面体に含まれる3つの頂点を指定するだけで良い。システムは指定された頂点で決定される平面を分割面として多面体を分割する(図9参照)。

この方法では任意の平面で多面体分割を行なうには、新しい頂点が必要になる場合があり、操作の手順も多くなる。しかし、新しく頂点入力を行なうような分割は多面体処理にはあまり用いられない。多面体処理で用いる分割面はその多面体の頂点を含む平面である場合が多く、特に多面体の4面体分割における分割面はすべて、頂点だけで決定される平面である。

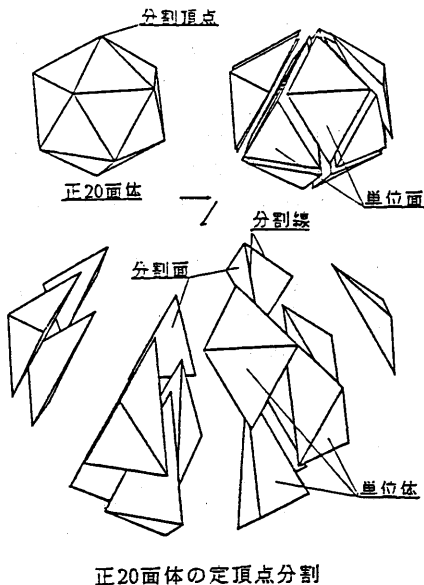


図9 多面体の分割

5.2 多面体の4面体分割

多角形がすべて三角形に分割できるのと同様に、多面体はすべて4面体(単位体)に分割することができる。この“4面体分割”を行なって生成された4面体を調べることによって、もとの多面体の重心や体積などの物理量を容易に計算することができる。また、その手法は物体の多面体近似、ソリッドモデルの効率的な記述方法にも応用できる[11]。

しかし多角形の三角形分割とは違って、多面体の4面体分割においては、生成される4面体の数は一意的には定まらず、分割方法によっては生成される4面体の数が極端に多くなり、その後の処理効率に影響を与えることになる。そこで効率のよい、つまり生成される4面体の数が少なく、分割の計算手順が少なくなるような4面体分割を自動的に行なう機能が必要になる。しかも4面体分割の方法は分割する多面体ごとに異なっており、分割を行なうたびに計算を行なうため、その計算手順も考慮する必要がある。

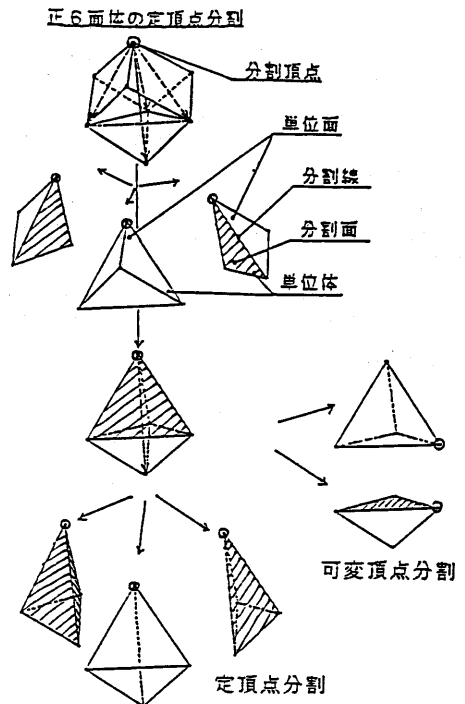


図10 定頂点分割と可変頂点分割

多面体を凸多面体に限ると、有効な4面体分割のアルゴリズムが開発されている[12]。すべての分割面をある頂点(分割頂点)を通るように定めた“定頂点分割”と、それを拡張した“可変頂点分割”は、かなり効率の良い分割を行なうことができる(図10参照)。その分割頂点の選択は、ある頂点に接している面を構成する辺の数を調べ、その合計が最大になるような頂点を分割頂点とするだけでよい。本システムでは、これらの手法を用いて多面体の4面体分割を行なっている。また、上述のデータ構造にはこの分割頂点選択のための前処理が施されている。

6. おわりに

以上[多面体処理システム]における多面体の位相幾何学的処理と、それに適したユーザインタフェースについて述べた。

操作性、高速性を開発方針としてシステム開発を行なったが実際に使用してみると予想と食い違う結果も現われた。例えば本システムの設計段階においては、入力にはマウスのみを使用する方針であったが、システムを多面体処理に使用した結果、使用者の手の動きや扱う多面体の形状との適合などを考慮すると、頂点の入力にはカーソル移動キーが適し、頂点や辺のピックにはマウスが適していることが確認された。また、キーボード操作に慣れている使用者には処理部位番号の効果は大きく、マウスを使用してもあまり操作時間は短縮されないう結果が出た。

現在、本システムには凸でない多面体の効率的な4面体分割の機能はない。凸でない多面体を凸多面体に分割する効率的なアルゴリズムは、Chazalleらが発表している[13],[14]。この手法を本システムで実現することにより、凸でない多面体も凸多面体と同様に扱うことができる。この作業は現在進行中である。

参考文献

- [1] 浅野孝夫：計算幾何学とその応用、情報処理、Vol.25, No.3, pp.208-221 (1984)
- [2] Coxeter, H. : Regular Polytopes, Third Edition, Dover Publications, Inc., New York (1967)
- [3] Wenninger, M. : POLYHEDRON MODELS, Cambridge University Press (1971)
- [4] 加藤英二他、多面体幾何モデルの安定な姿勢の決定、情報処理学会第25回全国大会講演論文集、pp.897-898(1982)
- [5] 3次元図形処理技術の動向、三次元形状処理と形状モデリング技術の調査、pp.21-50 情報処理振興事業協会技術センター(1983)
- [6] 古川正志：ソリッド・モデリングにおける内部構造とその生成アルゴリズム、PIXEL No.24, pp.62-69 (1984)
- [7] Kimura, F. and Hosaka, M. : PROGRAM PACKAGE GEOMAP Reference Manual, Electrotechnical Laboratory (1977)
- [8] 河合利幸、西村仁志 他：LINKS-1によるアニメーションの製作について、グラフィックスとCAD研究会資料14-4、情報処理学会(1984)
- [9] 真田佳房：PRIME MEDUSAソリッド・モデリング・システム、PIXEL, No.24, pp.98-102 (1984)
- [10] AD-2000 (ANVIL-4000)、三次元形状処理と形状モデリング技術の調査、pp.55-69、情報処理振興事業協会技術センター(1983)
- [11] 吉川 進：多面体の分解アルゴリズムに関する考察、第26回プログラミングシンポジウム報告集、pp.149-155、情報処理学会(1985)
- [12] 山内 聖：3次元モデリングシステムにおける多面体の分割と合成、理工学研究科実験・実習中間発表資料、pp.208-209、筑波大学(1985)
- [13] Chazalle, B. and Dobkin, D. : Decomposition of a Polygon into Convex Parts, Proc.11th ACM Sym. Theory of Computing, Atlanta, pp.38-48 (1979)
- [14] Chazelle, B. : Convex Decompositions of Polyhedra, STOC, Milwaukee, pp.70-79 (1981)