

自然の画像生成 -山の手続きの形状定義法-

三沢 雅一* 千葉 則茂** 斎藤 伸自*

*東北大学工学部 **仙台電波工業高等専門学校

自然物（現象）のリアルな画像生成は、造園設計やフライトシミュレーションなどの景観図の作成と、多くの応用をもつ重要な課題である。しかしながら、木や山や雲などの自然物は、人工物と比べ、その形状が複雑で多種多様であるため、通常の形状定義法では、設計や入力に多くの時間を必要とする。

本論文では、山を定義するための、等高線生成法と呼ぶ、手続的形状定義法について報告する。この定義法は、与えられた、種子等高線と呼ぶ、唯一つの等高線から、他の全ての等高線を生成するものであり、実在の山であれ、架空の山であれ、その良い近似を与えるものであり、広く有効な方法である。

"Simulation of Natural Scenes: Procedure Modeling for Mountains"(in Japanese)
by Masakazu MISAWA (Tohoku University, Sendai, 980, Japan), Norishige CHIBA
(Sendai National College of Technology, Miyagi-chou, Miyagi, 989-31, Japan),
and Nobuji SAITO (Tohoku University)

Realistic computer graphics simulation of natural scenes has many applications including landscape designing and flight simulation. Since, however, natural, as opposed to artificial, objects such as trees, mountains, and cloud, have an immense variety of irregular shapes, ordinary 3D-modeling methods require huge designing time, large amounts of storage, and consequently large computing time.

In this paper, we present procedure modeling, called "contour generation method," which produces mountains having natural ridge lines. Since it defines a mountain by generating its all contours from a single "seed contour" given by digitizing a real contour map or a handwritten imaginary contour, it can be useful in many applications.

自然の画像生成 - 山の手続的形狀定義法 -

Simulation of Natural Scenes: Procedure Modeling for Mountains

三沢 雅一* 千葉 則茂** 齋藤 伸白*

Masakazu HISAWA Norishige CHIBA Nobuji SAITO

*東北大学工学部 **仙台電波工業高等専門学校

(Tohoku University, Sendai National College of Technology)

Realistic computer graphics simulation of natural scenes has many applications including landscape designing and flight simulation. Since, however, natural objects have an immense variety of irregular shapes, ordinary 3D-modeling methods require huge designing time, large amounts of storage, and consequently large computing time.

We present here procedure modeling, called "contour generation method," which produces mountains having natural ridge lines. Since it defines a mountain by generating its all contours from a single "seed contour" given by digitizing a real contour map or a handwritten imaginary contour, it can be useful in many applications.

1. はじめに

コンピュータグラフィクスによる、山、木、水、火、雲などの自然物（現象）のリアルな画像生成は、フライトシミュレーションや都市計画、および造園設計などにおける景観図の作成と、多くの応用を持つ重要な課題である。

一般に、コンピュータグラフィクスにおける画像生成は、形状の定義とその描画からなりたつ。通常、形状の定義は人工物、自然物を問わず、多角形面を張合わせて定義 (B-rep) するか、基本立体の集合演算として定義 (CSG) されており、複雑な形状を定義するためには膨大なデータの入力を必要とする。したがって、自然物（現象）のような複雑な形状を持つものの定義には、少量の入力データとそれを“成長”させるアルゴリズムとで、膨大なデータを生成するような手続的形狀定義法が期待される。

本研究では、自然物として山を取りあげ、その手続的形狀定義法として、1本の等高線の形状を与えれば、その他の全ての等高線を生成するという“等高線生成法”を考案し検討を行ってきた。

これまでの山の形状定義法としては、次のような静的なものや手続的のものがあげられる。静的なものとしては、等高線地図から、等高線のデータをひろい、となりあう等高線を三角形面で張合わせて定義するものや、国土数値情報の格子点上での標高データを利用し、三角形面や四角形面を張合わせて定義するもの、などがある。また、2次曲面に、合成したテクスチャを張りつけて定義するものもある [Gar84] が、かなりリアリティに乏しい。手続的のなものとしては、逆フリー変換により得られるフラクタルブラウン運動 [Man83] や、中点変位法により得られるフラクタルブラウン運動の近似 [FFC82] [Vos85] [中嶋86] により定義するものがあげられる。これらは、リアリティのある山の画像を得る簡便な方法として広く認められているようであるが、どのような山に対して

も向いているとは思われない。特に、日本でよく見られるような山がもつ、流れるような尾根線や谷線は、等方的なフラクタルブラウン運動やその近似で構成することは難しいと思われる。図1の岩手山の写真（“日本の山”、山と溪谷社刊より転載）とフラクタルブラウン運動にもとづくもの [Vos85] を比べて見られたい。

一般に静的なものは、実在の山の定義には向くが、架空の山の定義には向かない。また、手続的なものは、架空の山の定義には向くが、実在の山の定義には向かない。意図した形の山を定義しようとする、その形状の骨格を与える“低周波成分”は入力データとして与えなければならない。ここで提案する等高線生成法は、山の特徴を良く表わしているような等高線を1本与えれば、他の全ての等高線を生成するというものであり、尾根線や谷線もうまく生成され、実在の山であれ、架空の山であれ、その良い近似を与えるものであり、広く有効な方法であると考えられる。

2. 多角形縮小問題

本方法は、山の等高線の形状の類似性にもとづき、すなわち、ある等高線に注目したときに、その内側や外側の等高線の形状とが、非常に良く似ていることから、“種子等高線”と呼ぶ、ただ1つの等高線だけから他の等高線を全て生成できないだろうかというアイデアにもとづいている。

まず、等高線の生成を次のような閉曲線縮小問題（山の裾野方向への生成は拡大となる）として考え、検討を行なった。

閉曲線縮小問題：

閉曲線を一定距離（オフセット） d だけ縮小した“相似閉曲線”を求めよ。

この問題は、CADの分野ではオフセット問題と呼ばれ、これ自体応用も多く興味深い問題である [佐藤83] [TH84] [Hos85]。いま、“一定距離 d だけ縮小”ということをも自然に次のように考えてみる。

“与えられた閉曲線上の全ての点をその法線方向に d だけ移動する。”

すると、次のような3つの問題が生じる。

- (1) 図2に示すように、閉曲線の折れた凹部では不連続部分が生じ、折れた凸部では不連続となり、交差は生じる場合と生じない場合がある。
- (2) 図3に示すように、閉曲線のなめらかな凸部では“角”が生じる。
- (3) 図4に示すように、閉曲線の幅の狭い領域で、移動してできる曲線に交差が生じ、複数の“島”が生じる。

したがって、(2)、(3)の問題については、不要な交差により生じた閉曲線部分は除去しなければならない。(1)の問題のうち、図2(b)に示す

問題については不要な線分を除去しなければならない。また、図2(a)に示す不連続に対しては、その連続のさせ方により、図5に示すような3通りの形状が考えられる。図5(a)のものは、“延張線”により定義するものであり、(b)は直線で接続してしまうものであり、(c)は半径 d の円弧で接続するものである。ただし、(b)では、後で述べるように、うまく閉曲線が生成できない場合がある。図5(c)による相似曲線は、“与えられた閉曲線の最も近い点への距離が d であるような点の集合”として厳密に定義できる。海岸線に対する等距離線、すなわち水線はこの定義によるものである。等高線の形状としては、どの定義が良いかは不明であり、もちろん、“一定距離 d だけ縮小”ということ自体、良い等高線を生成するとは思われないが、まず、ここでは、図5(a)、(b)、(c)について検討を行なってみた。

また、ここでは、等高線データは、点列として与えられるので、閉曲線は、多角形となり、図3の“角”の問題は生じない。

ここで、多角形(等高線)の縮小アルゴリズムをまとめておく。ここでは、図5(c)に示す等距離線を求めるものを示しておくが、他の場合も同様で

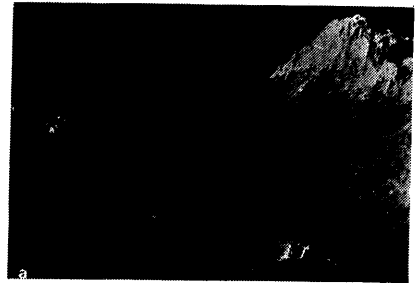


図1 岩手山とフラクタルブラウン運動による山

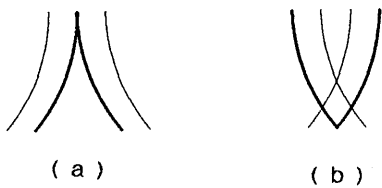


図2 不連続と交差

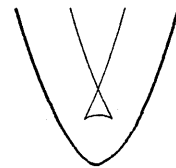


図3 “角”問題

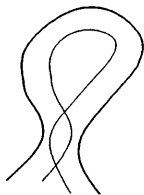


図4 “島”問題

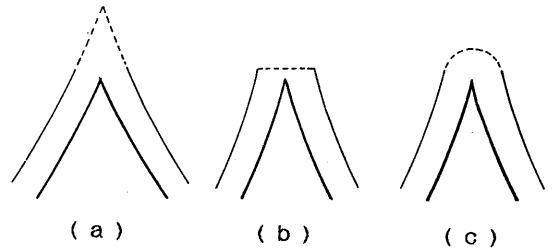


図5 連続化の方法

ある。図6に例を示す。

多角形縮小アルゴリズム：

- ステップ1. 多角形の各線分について、左まわりに方向を与え、その多角形の内部（線分の方の左側）へ距離 d だけ平行移動した有向線分を求め、縮小図形を構成する線分の集合 C に加える。（図6（a））
- ステップ2. 多角形の凹部の頂点に対して、半径 d の有向円弧を求め、 C に加える。（図6（b））
- ステップ3. C 中の線分どうしの全ての交点を求め有向グラフ D を求める。（図6（c））
- ステップ4. 有向グラフ D 中から全ての左回りの閉路（面、領域）を見つける。これを求める縮小図形とする。（図6（d））

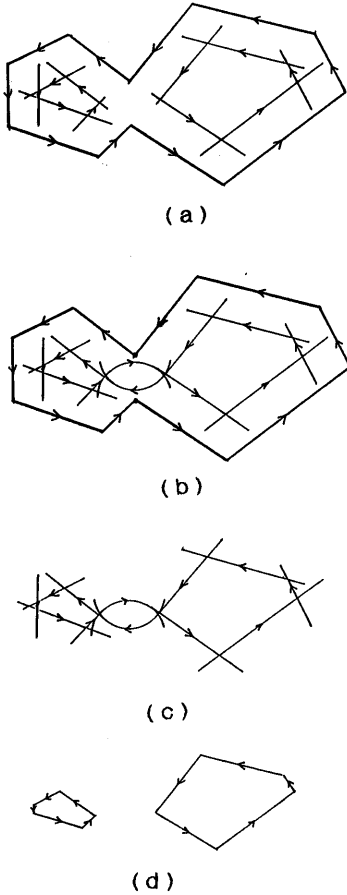


図6 多角形縮小アルゴリズム

ただし、求める縮小図形も、ここでは等高線であり、多角形として得られた方が、次の等高線の生成のためには都合がよい。したがって、ステップ2における円弧は次のように多角形で近似して求めている。

図7に示すように、角の二等分線に $1.2d$ （= d とする）の距離の点と、その角を示す2つの線分を平行移動して求まる線分の延長線どうしの交点までの距離とのうち、小さい方の点と、その角を示す線分の端点を結び、円弧の近似とする。

なお、等距離線は、多角形のポロノイ領域 [浅野84] [Lee82] を求めてから計算すると、容易に求められることがわかっている [小久保85] が、そのポロノイ領域を求めるアルゴリズム自体が複雑であるため、ここでは、採用していない。

また、図8に示すように、(b)による方法では、凸部を構成する2つの線分の長さとの関係により閉曲線とならない場合が起りうる。以下の実験では、前もって、このような状態となる部分を検出し、除去してから行っている。

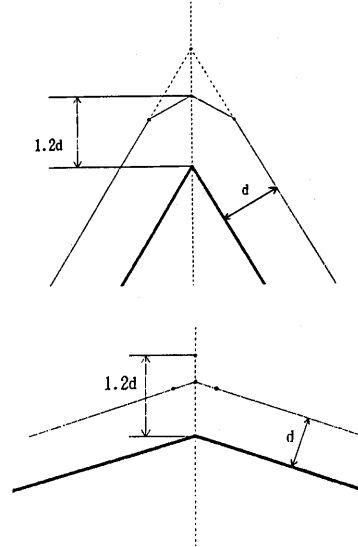


図7 円弧の近似

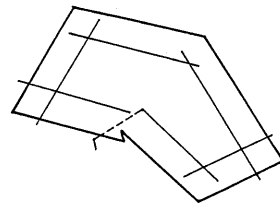


図8 閉曲線とならない例

3. 単純等高線生成法

前述の多角形縮小アルゴリズムにより、次のような単純な等高線生成法が得られる（これを単純等高線生成法と呼ぶことにする）。

単純等高線生成法：

- ステップ0. 種子等高線を入力し、多角形の集合Pの唯一の元とする。
- ステップ1. Pが空でない限り、その一つの元をpとし、ステップ1.1.、ステップ1.2.を繰り返す。
 - ステップ1.1. “多角形縮小アルゴリズム”をPに適用する。
 - ステップ1.2. Pよりpを除去し、ステップ1.1.で得られた閉路（多角形領域）をPに加える。

図5 (a), (b), と図7で示す3種類の定義による生成結果を、各々図9 (a), (b), (c)に示す。図9 (d)に実際の地形図（宮城県、泣面山）を示す。図9 (a)に示したものは、凹部（谷）の切込みがきつく、図9 (b)のものは、凹部が内側に入るほど点の数が増え極端に丸みをおびてしまう。また、どれも凸部（尾根）では、切込みがきつ

くなっている。谷部での切込みのしかたから見ると、この3種類の結果の中では、図9 (c)が比較的良い。

図10に d^- の値を $1.4d$, $1.6d$ とした場合の生成例を示す。 $d^- = 1.4d$ のものが、ほぼ実際のもの、その切込み度合いに近い。この d^- は地質等によって定まる。浸食のしかたを表わす値と考えられる。しかしながら、いずれにせよ、内側（標高の高い）の等高線になるほど、その形状は単純化する傾向にあり、等高線生成法としては不十分であると言わざるを得ない。形状が単純化するの、尾根部の生成での点の減少、島化することによる点の減少のためである。

このように、形状の単純化が生じるが、これほど単純な方法でも、それらしい山の近似は得られるということに注意したい。従って、このままの生成アルゴリズムでも、得られた等高線に三角形面を張り [FKU77] [CS78] [GD82], 図11に示すような中点変位法 [FFC82], [中嶋86]を適用し、形状に“ゆらぎ”を与えることでも、それらしい山の形状定義は得られるものと考えられる。しかしながら、流れるような自然な尾根線を実現するためには、等高線自体リアルなものを生成しておくほうが有効である。

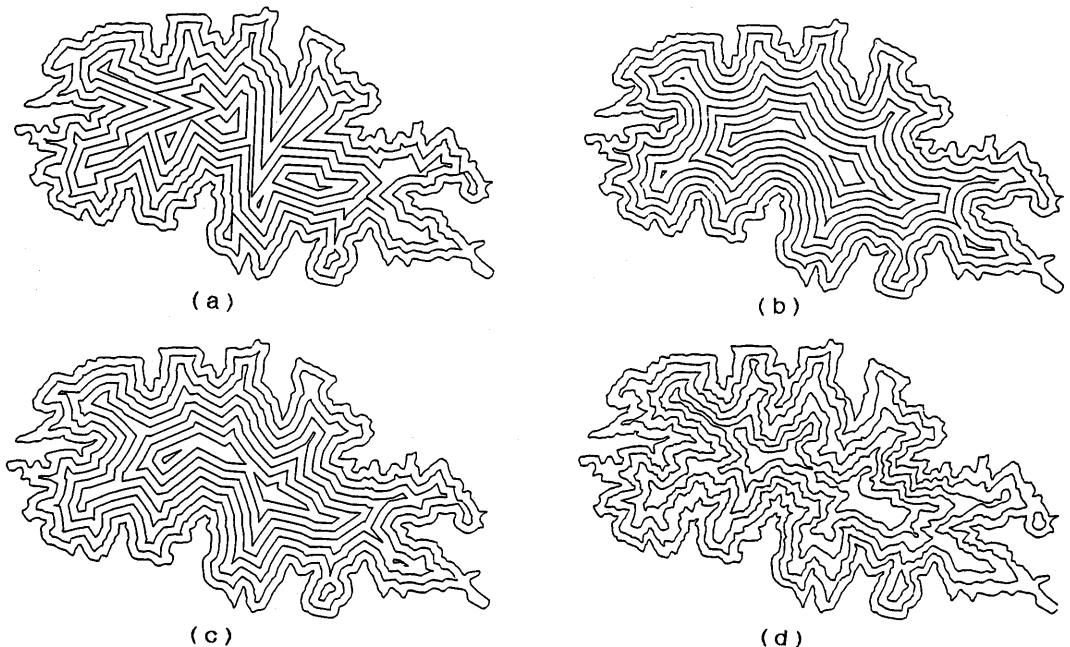
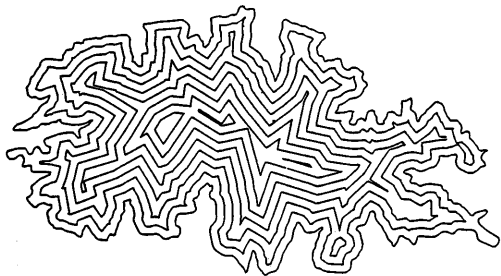
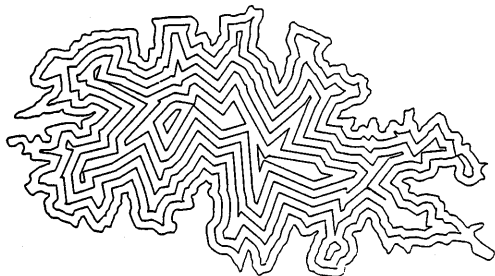


図9 (a) (b) (c) : 単純生成法による生成例
(d) : 実際の地形図



(a) $d' = 1.4d$



(b) $d' = 1.6d$

図10 d' のちがいによる生成例

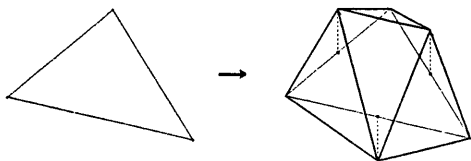


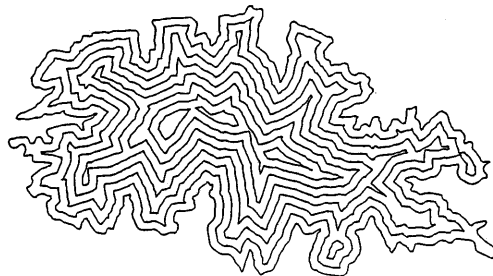
図11 三角形面への中点変位法

4. 改良等高線生成法

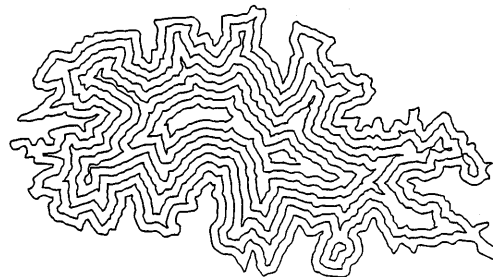
4.1. 中点変位による等高線生成法

3章で示した実験結果をみた場合、比較的良いとした図9の(c)でも、凸部(尾根)凹部(谷)の変化の流れ、すなわち、尾根線や谷線の直線的な流れだけがめだち、不自然な印象を与える。これは生成過程において、生成された多角形に“ゆらぎ”を与えることにより解決されと考えられる。“ゆらぎ”を与える簡便な方法としては、線分に対する中点変位法が考えられる。等高線の生成過程で、生成された多角形の辺となる線分のうち、長さが $2d_0$ 以上のもものについて、全ての線分の長さが $2d_0$ 以下となるまで、線分に対する中点変位法を適用する。ただし、 d_0 は種子等高線の平均線分長であり、変位は、線分長を $2l$ とし、図13で示される θ を一様

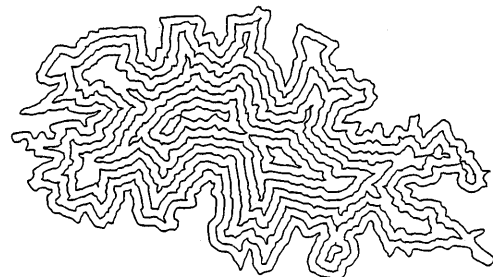
乱数として、 $\min\{d', |l \tan \theta|\}$ で定め、変位の方向はランダムに定めている。従って、ここでは、フラクタル理論にもとづいた中点変位法[Vos85]ではなく、単に“中点をランダムに変位させる”という意味で、中点変位法という用語を使っていることを断っておく。図12に、 $d' = 1.4d$ 、 $d' = 0.3d$ とし、 θ をパラメータとした場合の生成例を示す。 $0 < \theta < 20^\circ$ 、の場合が最も“それらしく”なっているが、凸部、凹部の“直線的”変化は保存されてしまっている。これは、中点変位法の特徴である、“一度定まった点は固定されてしまう”，ということによっている[Vos85]。これは、以下に示すように、閉曲線を“周波数領域において操作する”ことによっても、解決できる。



(a) $0^\circ < \theta < 10^\circ$



(b) $0^\circ < \theta < 20^\circ$



(c) $0^\circ < \theta < 30^\circ$

図12 中点変位法の適用例

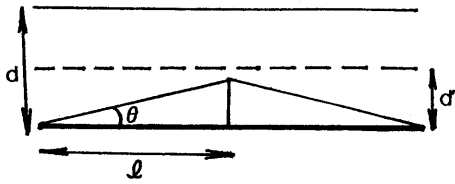


図 13 線分への中点変位法

4. 2. フーリエ記述子の操作による等高線生成法

平面上の閉曲線を周波数領域で記述するフーリエ記述子がいくつか提案されているが、ここでは、[上坂84]のP形記述子と呼ばれるものを用いる。P形記述子の定義は次のようである。

いま、等しい長さhをもつ線分からなるn角形があるとす。その複素平面上での頂点列を $z(j)$ とする。すなわち、

$$z(j) = x(j) + iy(j) \\ (j=0, 1, \dots, n, i^2 = -1)$$

とする。すると、各線分が表わすベクトル $z(j+1) - z(j)$ に対し、それがx方向、y方向にどれだけ変化するかを示すベクトル $w(j)$ がhを用いて、

$w(j) = (z(j+1) - z(j)) / h$ と表わされる。このwから定まるwの離散フーリエ変換

$$c(k) = (1/n) \sum_{j=0}^{n-1} w(j) \exp(-2\pi i * jk/n)$$

をP形記述子と呼ぶ。これを用いれば、等高線を周波数領域で記述することができる。

実際の地形図からの等高線と、生成した等高線、各々のパワースペクトルを調べると、両者にそれほど違いは見られなかった。そこで、ここでは、 f_0 番目以上の高周波成分のフーリエ記述子の位相 ϕ を一樣乱数で“ふらせ”て、直線的な形状にゆらぎを与えることにした。すなわち、再生図形の頂点列 z' は次のように定義される。

$$w(j) = \sum_{|k| \geq f_0} c(k) * \exp(2\pi i * jk/n) \\ + \sum_{|k| \geq f_0} |c(k)| * \exp(i\phi) * \exp(2\pi i * jk/n) \\ z'(m) = z(0) + h \sum_{j=0}^{m-1} w(j)$$

図14に、単純等高線生成法により生成された等高線に対する z' の例を示す。これより、 $f_0 = 256$ のときが最も“それらしいゆれをもつ”図形となるといえよう。(ただし、FFTにおけるサンプル数は1024である。)図15に、次に示すようなフーリエ記述子による等高線生成法を用いて生成した等高線を示す。多角形の縮小は、図5(c)に示した連続の仕方によってあり、 $d' = 1.4d$ 、 $f_0 = 256$ としている。

フーリエ記述子の操作による等高線生成法：

- ステップ0. 種子等高線を入力し、多角形の集合Pの唯一の元とする。
- ステップ1. Pが空でない限り、その一つの元をpとし、ステップ1.1.、ステップ1.2.を繰り返す。
 - ステップ1.1. “多角形縮小アルゴリズム”をpに適用する。
 - ステップ1.2. ステップ1.1.で得られた図形に対し、FFTによりP形フーリエ記述子を求める。 f_0 以上の高周波成分の位相をランダムに“ふらせ”、逆フーリエ変換により縮小した等高線を求める。
 - ステップ1.3. Pよりpを除去し、ステップ1.2.で得られた閉路をPに加える。

生成例をみると、ただ位相を変えただけでは内側にいくにしたがい、丸みができてしまうことがわかる。解決策としては、次節で示すように、中点変位との組合せが自然に考えられよう。

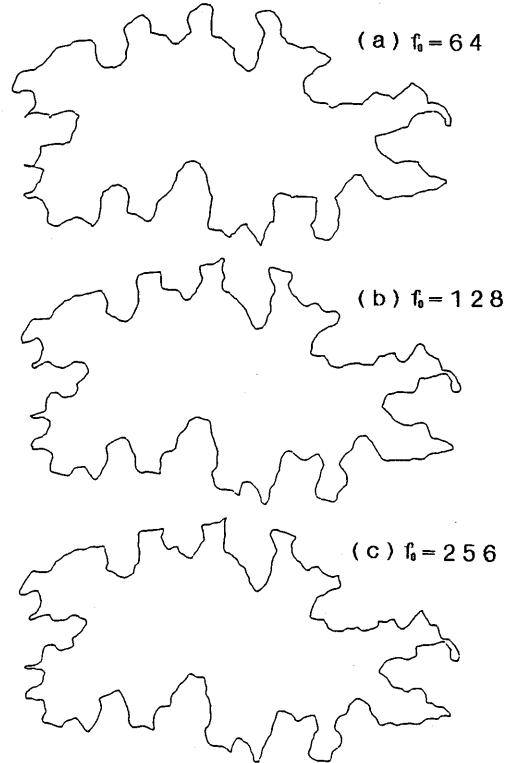


図 14 フーリエ記述子の位相のランダム化

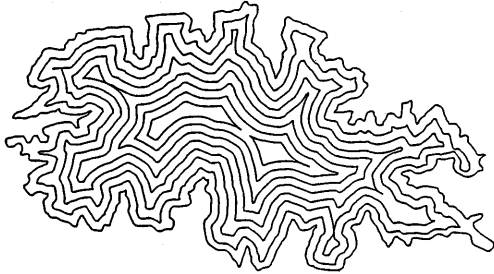


図 15 フーリエ記述子の操作による
等高線生成法

4. 3. 改良等高線生成法

以下に、多角形縮小アルゴリズムで生成された多角形に、前述の線分に対する中点変位法をほどこすことにより、ランダム性を“注入”しながら、等高線を生成するという、改良等高線生成法を示す。

改良等高線生成法：

フーリエ記述子の操作による等高線生成法に以下のステップ1.0.を加え、ステップ1.2.を次のように修正する。

ステップ1.0. 4. 1節で述べた中点変位法をPに加える。

ステップ1.2. ステップ 1.1で得られた図形に対し、FFTによりP形フーリエ記述子を求める。 f_0 以上の高周波成分の位相をランダムに“ふらせ”，逆フーリエ変換により縮小した等高線を求める。ほぼ、一直線上にある点を除去し、線分の数を減らしておく。（これは、ステップ1.0.での中点変位の対象となる、長さ $2d_0$ 以上の線分の減少を防ぐために行う。ここでは、 $2d_0$ 以上となる線分を全体の20%程度となるようにしている。）

$d' = 3d$, $d'' = 0.5d$, $20^\circ < \theta < 40^\circ$, $f_0 = 256$ とした場合が最もそれらしくなった。 d' , d'' , θ をただの中点変位法を適用した場合より大きくとっているのは、位相のランダム化によりやや形状が丸みをおびることから、ゆらぎを強く与えるためである。図16に、等高線の生成例を示す。図17には各生成法による鳥瞰図を示す。

これまでのうちで、最も“それらしい”山の形状が得られているといえよう。峰（頂上）の位置もよく似ており、尾根線や谷線の流れも自然な印象を受ける。

4. 4. 注意

中点変位や、フーリエ記述子の操作を行うと、閉曲線自身にねじれや交わりが発生することがある。したがって、これを取り除かなければならないが、完全な方法は、現在のところ、筆者らにはわかっていない。しかしながら、ほとんどの場合は、次のような除去法を適用することにより解決されている。

方法1：多角形縮小アルゴリズムのように、グラフをつくり、線分数がある閾値より少ない面（多角形領域）をみつけ、除去する。

方法2：閉曲線を構成する点列に交点を加え新たな点列とする。交点間の点数がある閾値以上の部分点列上の点を出発点として、交点が見つかるまで、この点列をたどり、見つけた交点から、同一交点の、もう一方の交点の手前の点まで除去することを繰り返す。

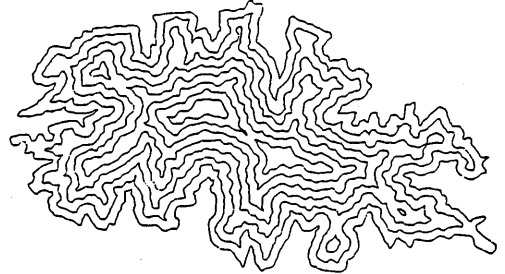


図 16 改良等高線生成法による生成例

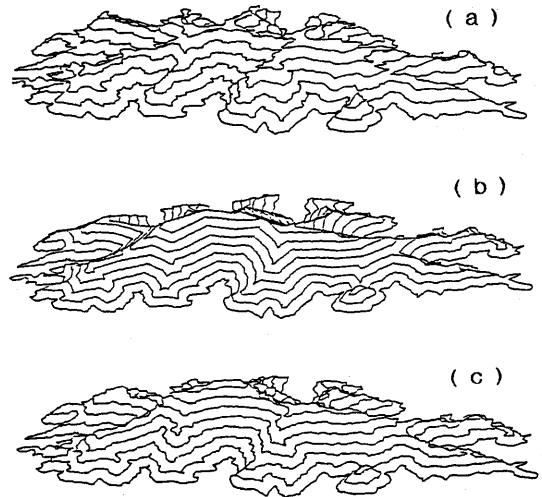


図 17 (a) 地形図からの鳥瞰図
(b) 単純等高線生成法による鳥瞰図
(c) 改良等高線生成法による鳥瞰図

5. 今後の課題

与えられた種子等高線の形状には、その山地の浸蝕の度合が反映されていると考えられるので、山の形状にも自然に反映される生成法が望まれる。そのためには、次のようなことが大切となろう。

改良等高線生成法の中での定数、 d' 、 d'' 、 θ 、 f_0 、を種子等高線の形状により定めることが大切である。 θ については、フラクタル次元にもとづく方法〔中嶋85〕も有効であろう。等高線の生成は、一定距離を基本としているが、もちろん実際には一定ではなく、同一等高線内でも場所によって異なる。前述の定数とともに、この点についても地形学的な考察が必要であろう。

等高線生成法の使い方に関する検討も大切である。すなわち、実際の山の近似として使う場合、どの標高の、どのような特徴をもつ等高線を種子等高線とすればよいのか。また、広大な山地の形成には、複数の山の種子等高線について、裾野の方向へ拡大し互いの等高線を併合しなければならないが、これをどのようにするのか、ということもある。

等高線に面を張る方法も、いくつか提案されているが、〔FKU77〕、〔CS78〕、〔GD82〕、〔中嶋86〕、尾根線や谷線の流れがうまく表現されるようなものが望ましいので、この点からの検討も必要である。また、筆者らは、自然物の形状定義には、3次元フレームバッファが有効である〔青木86〕〔新保86〕と考えているので、これに応じた面の生成アルゴリズムが必要となる。形状定義のデータ構造が異なるので、“面を張る”という図形処理的アルゴリズムによらない可能性もある。

生成した山から、傾斜量を求め、水系を定めたり、日射量を求めたりし、地方や季節を反映させた、樹木を中心とした、植物の分布を求めるアルゴリズムの開発も、広大な景観を生成するためには重要である。さらに、さまざまなスケールでの景観を構成する、樹木や川や岩石などの“大道具”や、草、こけ、落葉や石ころなどの“小道具”の形状定義に対する研究が期待される。筆者らは、この点で、フラクタルブラウン運動で、全てのスケールでの山を定義しようとする自己相似性の立場をとっていないことを記しておきたい。山を遠くに見れば、フラクタルブラウン運動に見えるかも知れないが、近くに見れば、樹木や草や川や、岩が見え、さらに近くに見れば、石ころやこけなどが見えてくるという自然な立場をとる。

6. まとめ

いくつかの等高線生成法を示し、山の尾根線や谷線の自然な流れを実現する山の形状定義法として、改良等高線生成法が最も優れていることを示した。また今後の課題についてもふれた。

謝辞

日頃、御討論頂く東北大学西関隆夫助教授に感謝致します。

なお、本研究の一部は文部省科研費（奨励研究（A）60750301）の補助による。

参考文献

- [佐藤83] 佐藤, 他, 図形生成アルゴリズムとLSIパターンへの応用, 電子通信学会論文誌, J66-C, 12, 1983.
- [小久保85] 小久保, 東京大学工学部修士論文: 一般化Voronoi線図の構成算法の研究, 1985.
- [浅野84] 浅野, 計算幾何学とその応用, 情報処理, 25, 3, 1984.
- [中嶋85] 中嶋, 他, フラクタル次元に基づくデジタル図形の疑似符号化について, 信学技報, IE85-13.
- [上坂84] 上坂吉則, 閉曲線にも適用できる新しいフーリエ記述子, 電子通信学会論文誌, J67-A, 3, 1984.
- [青木86] 青木富雄, 3次元フレームバッファによる形状定義に関する研究, 東北大学工学部卒業研究.
- [新保86] 新保賢津雄, 3次元フレームバッファによる画像生成に関する研究, 東北大学工学部卒業研究.
- [中嶋86] 中嶋, 他, 三次元自然形状の疑似符号化について, 情報処理学会研究会資料グラフィクスとCAD, 20-1.
- [CS78] H. N. Christiansen and T. W. Sederberg, Conversion of complex contour line definitions into polygonal element mosaics, Computer Graphics, 12, 3, 1978, pp187-192.
- [FFC82] A. Fournier, D. Fussell, and L. Carpenter, Computer rendering of stochastic models, C.ACM, 25, 6, 1982, pp.371-384.
- [FKU77] H. Fuchs, Z. M. Kedem, and S.P. Uselton, Optimal surface reconstruction from planar contours, C. ACM, 20, 10, 1977, pp.693-702.
- [Gar84] G. Y. Gardner, Simulation of natural scenes using textured quadric surfaces, Computer Graphics, 18, 3, 1984, pp11-20.
- [GD82] S. Ganapathy and T. G. Dennehy, A new general triangulation method for planar contours, Computer Graphics, 16, 3, 1982, pp.69-75.
- [Hos85] J. Hoschek, Offset curves in the plane, CAD, 17, 2, 1985, pp.77-82.
- [Lee82] D. T. Lee, Medial axis transformation of a planar shapes, IEEE TOPAMI, PAMI-4, 4, 1982.
- [Man83] B. B. Mandelbrot, The Fractal Geometry of Nature, W. H. FREEMAN AND COMPANY, 1983.
- [TH84] W. Tiller and E. G. Hanson, Offsets of two-dimensional profiles, IEEE CG&A, September, 1984, pp.36-46.
- [Vos85] R. F. Voss, Random fractal forgeries, Fundamental Algorithms for Computer Graphics, Springer-Verlag.