

コンピュータ・グラフィックスにおける 色計算法の検討と干渉色表示への応用

Study on Color Computation in Computer Graphics and
Its Application to Rendering Color Caused by Light Interference

鈴木 信雄 横井 茂樹 鳥脇 純一郎
Nobuo SUZUKI Shigeki YOKOI Jun-ichiro TORIWAKI

名古屋大学工学部
Faculty of Engineering, Nagoya University

あらまし 一般のC.G.においては、フレームバッファに適当なRGB値を与えることにより色が表示される。しかし、人間が実物を直接見て知覚する色彩と同じものをディスプレイ上に表示する方法について詳しく述べられたものはなかった。

本研究では、ある物体からの反射光線のスペクトル分布データが与えられたとき、これと同じ色をディスプレイに表示するためのRGB値の求め方について、基本的な考え方を整理し、それに基づく金属の表示例を示す。さらに、従来行われていなかった光の干渉効果の表示アルゴリズムを検討し、しゃぼん玉の表示を試みた結果についても報告する。

Abstract In Computer Graphics, a picture can be generated by giving an appropriate RGB value to the Frame buffer. But the detail theory to display the same color as that of a real object by computer graphics has not been reported. In this paper, we show the fundamental theory for calculating the RGB value to obtain the same color perception as the real object and some experimental results of displaying metallic objects based on the theory. As another application of color computation, we present the algorithm to render color caused by light interference and show generated images of soap bubbles.

1. まえがき

工業デザイン等にCGを応用することを考えると、実際に製品を試作せずに、目的とする素材でできた製品の色・質感を正確に表現した画像を生成することが必要である。このためには、光線のスペクトル特性やディスプレイ装置の色・輝度特性も考慮して物体を表示しなければならないと考えられる。これまでコンピュータグラフィックスの研究において、文献(1)でこの問題に触れているが、詳しい方法を述べたものはなかった。

この問題に関しては、田島が色彩画像処理の立場から色再現の理論を整理して述べている(文献(2))が、この理論はCGに於ける正確な

色計算にそのまま応用できると考えられる。そこで本研究ではその理論に基づいてCGで表示計算を行う方法を検討し、実験的に金属の表示を行った結果について報告する。

さらに、光線のスペクトル特性まで考慮して初めて表示が可能となる干渉色の表示はこれまで近似的に効果を表現することは行われてきたが⁽³⁾干渉色の生成の原理に基づく表示は行われていなかった。本文では干渉色の表示アルゴリズムについて検討を行った結果についても述べる。

2. 色計算法

人間が、物体からの反射光(あるいは、直接光源)を見たとき、この光はある色に見える。

コンピュータ・グラフィックスでは、ディスプレイ装置により色の表示を行うがこれはフレームバッファにRGB値を指定し、それに応じてディスプレイの3原色蛍光体を光らせて色を表示している。物体色の正確な再現とは、物体からの反射光(スペクトル分布データ) $S(\lambda)$ が与えられたとき、これと同じ色に見える色をディスプレイ装置に表示することになる(図1)。

以下本節では、田島の解説⁽²⁾に基づいてこれをCGでの色計算に利用する計算方法を述べる。

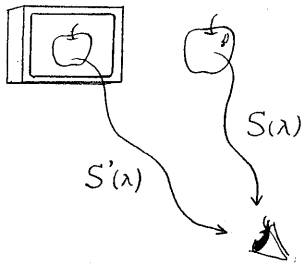


図1. 物体色のディスプレイ上での再現

2-1. 色知覚のしくみと表色

人の目の網膜には3種類の分光感度の異なる錘体と呼ばれる‘センサー’がある(図2)。2つの異なる分光組成の光が、その3種類のセンサーを同じ様に刺激すれば、人の目には同じ色に見える。

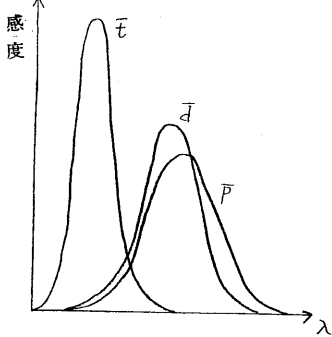


図2. 錘体の感度特性

これは数式を用いて表すと、以下ようになる。

今、2つの光の分光エネルギー分布を $S(\lambda)$ 、 $S'(\lambda)$ (以下 λ は波長を表す変数とする)、人の目の3つの錘体の分光感度をそれぞれ、 $\bar{p}(\lambda)$ 、 $\bar{d}(\lambda)$ 、 $\bar{e}(\lambda)$ とし、

$$\psi(P, D, T) = \int S(\lambda) \cdot \psi(\bar{p}, \bar{d}, \bar{e}) d\lambda$$

$\psi(P', D', T') = \int S'(\lambda) \cdot \psi(\bar{p}, \bar{d}, \bar{e}) d\lambda$ を考えると、 $(P, D, T) = (P', D', T')$ ならば、目は $S(\lambda)$ と $S'(\lambda)$ との違いを区別することができない、つまり同じ色に見える(等色している)ということである(図3)。これは、メタメリズムと言われる。

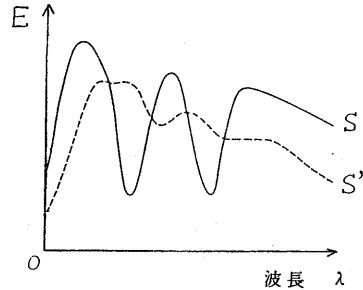


図3. 等色している2つの分光分布

ある光 $S(\lambda)$ が与えられ、これを3つの色光の混合で等色するという事は、3つの色光の分光強度を $A(\lambda)$ 、 $B(\lambda)$ 、 $\Gamma(\lambda)$ としたとき、係数 k_1, k_2, k_3 を調節して、

$$\int S(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{e} \end{pmatrix} d\lambda = k_1 \int A(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{e} \end{pmatrix} d\lambda + k_2 \int B(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{e} \end{pmatrix} d\lambda + k_3 \int \Gamma(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{e} \end{pmatrix} d\lambda$$

を成立させることである。この方程式は3個の未知数 k_1, k_2, k_3 について三個の線形連立方程式であるので、3つの色光が互いに独立であれば(すなわち、各色光が他の2つの色光で等色されなければ)、解が必ず存在する。

$$[a_{ij}] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \int A(\lambda) \bar{p}(\lambda) d\lambda & \int B(\lambda) \bar{p}(\lambda) d\lambda & \int \Gamma(\lambda) \bar{p}(\lambda) d\lambda \\ \int A(\lambda) \bar{d}(\lambda) d\lambda & \int B(\lambda) \bar{d}(\lambda) d\lambda & \int \Gamma(\lambda) \bar{d}(\lambda) d\lambda \\ \int A(\lambda) \bar{e}(\lambda) d\lambda & \int B(\lambda) \bar{e}(\lambda) d\lambda & \int \Gamma(\lambda) \bar{e}(\lambda) d\lambda \end{pmatrix}^{-1}$$

とおくと k_1, k_2, k_3 は次のようになる。このとき、 $\bar{\alpha}$ 、 $\bar{\beta}$ 、 $\bar{\gamma}$ は A, B, Γ の色光で任意の光を等色する際の等色関数と呼ばれる。

$$\begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = \int S(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{\alpha}(\lambda) \\ \bar{\beta}(\lambda) \\ \bar{\gamma}(\lambda) \end{pmatrix} d\lambda$$

$$\text{但し } \begin{pmatrix} \bar{x}(\lambda) \\ \bar{y}(\lambda) \\ \bar{z}(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{p}(\lambda) \\ \bar{d}(\lambda) \\ \bar{t}(\lambda) \end{pmatrix}$$

上式より一般的に以下の性質が等色関数について成り立つ。

<性質1> 独立な3原色を選べば、等色関数は目の錘体の分光感度の線形変換として求められる。

2-2. ディスプレイ装置による色の合成

ある光線のスペクトル分布 $S(\lambda)$ が与えられたとき、これと同じ色をディスプレイに表示することを考える。

ディスプレイの3原色の蛍光体のスペクトル分布を、 $r(\lambda)$ 、 $g(\lambda)$ 、 $b(\lambda)$ とし、これらを強度(輝度)比、 C_r 、 C_g 、 C_b で合成する(これらの値は、ディスプレイのフレームバッファに与えるRGB値によりコントロールされる)と、以下の光線 $S'(\lambda)$ になる。

$$S'(\lambda) =$$

$$C_r \cdot r(\lambda) + C_g \cdot g(\lambda) + C_b \cdot b(\lambda)$$

このとき

$$\begin{aligned} & \int S(\lambda) \cdot \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{t} \end{pmatrix} d\lambda \\ = & \int S'(\lambda) \cdot \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{t} \end{pmatrix} d\lambda \\ = & C_r \int r(\lambda) \cdot \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{t} \end{pmatrix} d\lambda \\ & + C_g \int g(\lambda) \cdot \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{t} \end{pmatrix} d\lambda \\ & + C_b \int b(\lambda) \cdot \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{t} \end{pmatrix} d\lambda \end{aligned}$$

が成り立つように (C_r, C_g, C_b) を定めると、右側のディスプレイから出た光 $S'(\lambda)$ は、目に入ったとき元の $S(\lambda)$ と等色(同じ色)に見えるはずである。

ここで、一般に用いられるCIE・XYZ系表色系における等色関数、 $\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 、 $\bar{z}(\lambda)$ (関数形は文献(4)参照)を用いる。<性質1>によって、 $\begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{d} \\ \bar{t} \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix}$ (Tはある線形変換行列)とおける。これを代入して上式は、

$$\begin{aligned} & \int S(\lambda) T \cdot \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} d\lambda \\ = & C_r \int r(\lambda) T \cdot \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} d\lambda \\ & + C_g \int g(\lambda) T \cdot \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} d\lambda \\ & + C_b \int b(\lambda) T \cdot \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} d\lambda \end{aligned}$$

と書ける。これをTを前に出して考えると、

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \int S(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} d\lambda$$

$$\begin{aligned} = & C_r \int r(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} d\lambda + C_g \int g(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} d\lambda \\ & + C_b \int b(\lambda) \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} d\lambda \end{aligned}$$

が成り立つように (C_r, C_g, C_b) を定めれば、 $S(\lambda)$ とディスプレイの色 $S'(\lambda)$ を等色にできる。これを行列を用いて書き換えると、

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

但し、

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \int r(\lambda) \bar{x} d\lambda & \int g(\lambda) \bar{x} d\lambda & \int b(\lambda) \bar{x} d\lambda \\ \int r(\lambda) \bar{y} d\lambda & \int g(\lambda) \bar{y} d\lambda & \int b(\lambda) \bar{y} d\lambda \\ \int r(\lambda) \bar{z} d\lambda & \int g(\lambda) \bar{z} d\lambda & \int b(\lambda) \bar{z} d\lambda \end{pmatrix}$$

ここで $r(\lambda) \bar{x} d\lambda = X_r$ 、 $g(\lambda) \bar{x} d\lambda = X_g$ 、 $b(\lambda) \bar{x} d\lambda = X_b$ 、 $r(\lambda) \bar{y} d\lambda = Y_r$ 、.....とおけば、これらはディスプレイの各蛍光体による発光光のXYZ3刺激値を表し、これを正規化したものがディスプレイの色度座標 (x_r, y_r) となる。すなわち、

$$X_r : Y_r : Z_r = x_r : y_r : z_r (= 1 - x_r - y_r)$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 x_r & m_2 x_g & m_3 x_b \\ m_1 y_r & m_2 y_g & m_3 y_b \\ m_1 z_r & m_2 z_g & m_3 z_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_r \\ C_g \\ C_b \end{pmatrix}$$

$$= M \begin{pmatrix} C_r \\ C_g \\ C_b \end{pmatrix}$$

とおくことができる。ここで m_1, m_2, m_3 は、例えばディスプレイの最高輝度値 $(C_{r \max}, C_{g \max}, C_{b \max})$ のとき(フレームバッファのRGB値に最高値を与えたときに対応する)に、ちょうど白色(標準光C)の3刺激値になるようにして求められる。

結局、表示したいスペクトルデータ $S(\lambda)$ (通常はサンプリングした値として与えられる $\{S(\lambda_i)\}$) が与えられたとき、 $\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 、 $\bar{z}(\lambda)$ の重みをかけて積分する(スペクトルがサンプリングデータで与えられるときはこれらのサンプル値を掛け合わせて加え

る) ことにより (X, Y, Z) 3 刺激値を求め
る。

これより、次式によりディスプレイの 3 原色の
(C_r, C_g, C_b) を以下のように与えれば
よい。

$$\begin{pmatrix} C_r \\ C_g \\ C_b \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

ここでマトリックス M は上で示したように、デ
ィスプレイの蛍光体のスペクトル特性 r(λ)、
g(λ)、b(λ) を知るか、あるいはその色
度座標が分かれば計算される。なお、ここでは
XYZ 表色系を用いたが、他の表色系 (RGB
表色系⁽⁴⁾など) を用いることも可能である。

2-3. ディスプレイの輝度の非線形性の補正

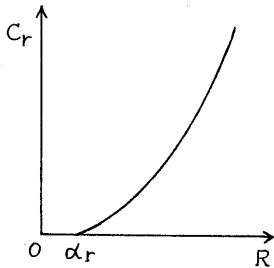


図 4. ディスプレイの特性曲線

通常ディスプレイ装置はフレームバッファに
与えた (R, G, B) 値を DA 変換してこれを
電圧値として加えることにより蛍光体を発光さ
せている。このとき、電圧と発光輝度とはリネ
アでないのが一般的であり (図 4)、これは通
常次式で表される。

$$\begin{aligned} C_r &= (R - \alpha_r)^\gamma \\ C_g &= (G - \alpha_g)^\gamma \\ C_b &= (B - \alpha_b)^\gamma \end{aligned}$$

(R, G, B) : 電圧値 (すなわちフレーム
バッファに与える RGB 値)

(C_r, C_g, C_b) : 発光輝度

(γ, α_r, α_g, α_b) : ディスプレイ装置の蛍光
体によって定まる定数

したがって、上式を逆変換して必要な (C_r,
C_g, C_b) を与えるための (R, G, B) が
求められる。

3. 金属の質感表示

上で述べたスペクトルデータを用いた色計算
法を利用して、金属の質感表示を試みた。金属
表面でのスペクトルデータに基づいた反射モデ
ルは、Cook が述べているので、本研究では
そのモデルに基づき表示を行った。

3-1. Cook のモデル⁽⁵⁾

Cook のモデルでは拡散反射も扱われている
が、金属の場合拡散反射は無しとして良いの
で、以下の式で表される。

$$\left. \begin{aligned} N: & \text{法線ベクトル、} & E: & \text{視線方向ベクトル} \\ L: & \text{光源方向ベクトル、} & H = & (E + L) / 2 \end{aligned} \right\}$$

$$I_r(\lambda) = I_{i_a}(\lambda) R_a + \sum I_{i_l}(\lambda) d\omega_{i_l} \cdot R_s(\lambda)$$

I_{i_a}(λ) : 環境光強度

R_a : 環境光の反射率

I_{i_l}(λ) : 光源の強さ

dω_{i_l} : 表面の注目点から見た光源の立体角

R_s(λ) : 鏡面反射率

$$R_s(\lambda) = \frac{F(\lambda) \cdot D \cdot G}{\pi (N \cdot E)}$$

D は微小面の方向分布、即ち面のざらつきを表
す関数で、次のような関数を用いる。

(a = cos⁻¹ N · H, m は任意定数)

$$D_1 = C \cdot \text{Exp}(-a^2 / m^2)$$

$$D_2 = 1 / m^2 \cos^4 a \cdot \text{Exp}(-\tan^2 a / m^2)$$

G は視線あるいは入射光線が面に対して浅い角
度になったとき表面のざらつきのために光
源の一部分が遮られる割合を計算した項である。
F は反射係数、物体の垂直反射分光エネルギー
と入射角により計算される。F のみが、波長
に依存した関数となっている。

光源の分光エネルギー I_i(λ)、物体の垂直
反射分光エネルギーは与えられているとすると、
これらの式を用いて、適当な間隔でサンプリ
ングした各波長に対して反射光強度 I_r(λ) を計
算し、反射光スペクトル (分光エネルギー分布)
を得る。この結果のスペクトルデータを基に前
節で導いた方法により (R, G, B) 値を計算し
てフレームバッファに与える。

$$* \quad G = \min \left(1, \frac{2 (N \cdot H) (N \cdot E)}{(E \cdot H)}, \frac{2 (N \cdot H) (N \cdot L)}{(E \cdot H)} \right)$$

$$** \quad F = \frac{1}{2} \frac{(g - c)^2}{(g + c)^2} \left\{ 1 + \frac{(c(g + c) - 1)^2}{(c(g - c) + 1)^2} \right\} \quad c = N \cdot E \quad g = \frac{\sqrt{n^2 + c^2} - 1}{n} \quad n: \text{屈折率}$$

3-2. 実験

2節で求めた変換行列と、金属（銅、銀、金、アルミ等）の反射光の分光エネルギーデータ（文献(6)より）を用いて、Cookのモデルを計算し、表示した例を示す（図5）。なお、ここでスペクトルデータはサンプリング数10で与えている。

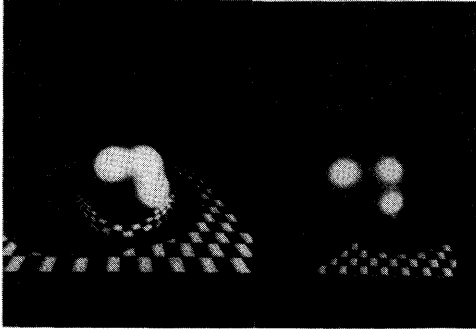


図5. 金属（左：銀、右：金）の表示例

4. 干渉色表示

光の干渉によって色がつくと考えられている現象はいくつかあるが、今回はその中で身近な対象であるしゃぼん玉の色彩をコンピュータで計算し、表示してみることにした。

先に表示した金属の色彩は、実測された反射スペクトルデータから求めた色である。しかし、しゃぼん玉の色彩は、数学的に求めた分光エネルギー分布を基にして計算される。

4-1. 光の干渉効果

しゃぼん玉は、その形状の複雑な変化により、色が微妙に変化することがその美しさの1つの原因なのだが、今回はしゃぼん玉の色彩を表示することが主な目的のため、描くのは球と平面に限ることにした。ここでしゃぼん玉に色がついて見える仕組みについて、一般的な説明を与える。(7)

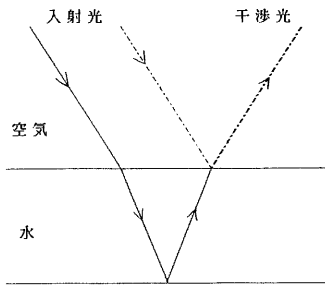


図6. 薄膜での光の干渉

図6で、入射光はまず単色光を考える。水の薄膜の表面（空気|水）で反射した光と底の面（水|空気）で反射した光との光路の長さの差により干渉が起こり、光路差と光の波長の関係で明るくなるとか暗くなるとかなるのである。

ところが、一般的に入射光は白色光（つまり連続スペクトル）であるので、それぞれの波長での干渉が結果的に色をつけることになるのである。

入射光としては光源からの直接光だけでなく、しゃぼん玉の周囲に存在する物体（空なども含む）からの反射光全体を考える必要がある。ここで、上面での反射光と底面での反射光に対応する入射光線がコヒーレントな場合でないと干渉は起きない。しゃぼん膜の厚さを考慮すれば、干渉を考える入射幅もかなり狭いと考えられこの範囲ではコヒーレントな光線が来ていると考えられると思われる。

実際のしゃぼん玉では、重力や周りの空気の流れなどにより、膜の厚みが時々刻々と変化するため、また見る角度によっても光路差が変化するため、あの様に複雑な色模様が出る。また重力のため水がどんどん下の方に流れて行くため膜は上方から次第に薄くなり、同心円状の色縞ができる（図7）。しかし、これらの効果は形状表現の問題であると考えられ、本研究では扱わなかった。

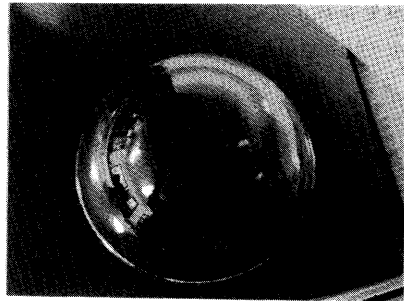


図7. 実物のしゃぼん玉

4-2. 干渉効果表示のための基本的計算

(1) 光路差の計算(7)

膜の厚さを d 、 θ_1 、 θ_2 をそれぞれ入射角、屈折角とすると光路差 l は図8より、次のようになる。

$$l = 2d \cdot \cos \theta_2$$

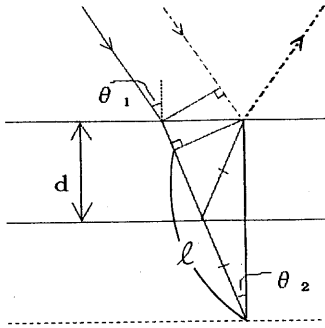


図 8. 光路差の算出

(2)境界面での振幅の反射・透過係数⁽⁸⁾

屈折率の異なる媒質の境界において(図9)、光線の振幅の反射係数、透過係数は以下のフレネルの式により求められる。但し、屈折率は波長に依存せず一定として考えている(θ_1, θ_2 は各々入射角, 屈折角。 \parallel と \perp はそれぞれ入射面に平行な偏光(s偏光)、垂直な偏光(p偏光)の場合を表す)。

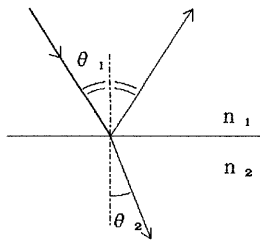


図 9. 光の反射、透過係数

振幅反射係数は次式で与えられる。

$$R_{\parallel} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

$$R_{\perp} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

振幅透過係数は次式で与えられる。

$$T_{\parallel} = \frac{2 n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

$$T_{\perp} = \frac{2 n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

(3)干渉におけるスペクトル変化の計算

入射角 θ_1 、屈折角 θ_2 、しゃぼん膜の厚さ d 、波長 λ (=380~780nm)とすると

$$\sin \theta_1 / \sin \theta_2 = 4 / 3 \quad (= \text{水の屈折率})$$

$$\text{光路差: } l = 2 d \cdot \cos \theta_2$$

$$\text{光路差による位相差: } 2\pi l / \lambda$$

ある波長 λ でs偏光(添字 \parallel)の光の成分のみ

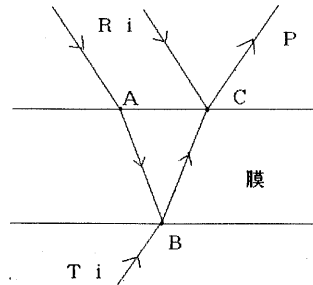


図 10. しゃぼん膜における反射、透過について考える(t :透過係数、 r :反射係数、添字は図10での位置)。

まず上面に入射する光線を

$$R_i = I_{r\parallel}(\lambda) \cdot \sin(2\pi / \lambda \cdot t + \phi)$$

とおく。このとき上面Cでの反射光は位相が反転するので、次式で与えられる。

$$I_{r\parallel}(\lambda) r_{c\parallel} \cdot \sin(2\pi / \lambda \cdot t + \phi - \pi)$$

またAを透過し、底面Bで反射する光線は光路差により位相がずれるため、次式で与えられる。

$$I_{r\parallel}(\lambda) \cdot t_{a\parallel} \cdot r_{b\parallel} \cdot t_{c\parallel} \cdot \sin(2\pi / \lambda \cdot t + \phi + 2\pi l / \lambda)$$

このとき両者の干渉光は以下のようなになる。

$$I_{r\parallel}(\lambda) \cdot r_{\parallel} \cdot \sin(2\pi / \lambda \cdot t + \delta)$$

(r_{\parallel} は脚注*)

また、Bに入射して来る光線を

$$T_i = I_{r\parallel}(\lambda) \cdot \sin(2\pi / \lambda \cdot t + \gamma)$$

とおくと、透過してC点から出てきたとき、

$$I_{t\parallel}(\lambda) t_{b\parallel} \cdot t_{c\parallel} \cdot \sin(2\pi / \lambda \cdot t + \gamma)$$

($t_{\parallel} = t_{b\parallel} \cdot t_{c\parallel}$ とおく)

となる。式の上からは干渉光と透過光は干渉して合成波形が求められるが、当然両者はコヒーレントでなく、波長が少し異なれば位相の差が全く変化し、強め合ったり弱め合ったりするため干渉はないものとして扱える。

このとき、光線Pのエネルギー EP_{\parallel} は以下の式で表される。

$$EP_{\parallel} = r_{\parallel}^2 I_{r\parallel}^2 + t_{\parallel}^2 I_{t\parallel}^2$$

p偏光成分についても全く同様に扱え(上式で添字 \parallel を全て \perp に変更すればよい)、この結果次式が導かれる。

$$EP_{\perp} = r_{\perp}^2 I_{r\perp}^2 + t_{\perp}^2 I_{t\perp}^2$$

すると全エネルギー EP は、

$$EP = EP_{\parallel} + EP_{\perp} = (r_{\parallel}^2 I_{r\parallel}^2 + r_{\perp}^2 I_{r\perp}^2) + (t_{\parallel}^2 I_{t\parallel}^2 + t_{\perp}^2 I_{t\perp}^2)$$

* $r_{\parallel} = \sqrt{r_{c\parallel}^2 + (t_{a\parallel} \cdot r_{b\parallel} \cdot t_{c\parallel})^2 + 2 r_{c\parallel} \cdot t_{a\parallel} \cdot r_{b\parallel} \cdot t_{c\parallel} \cdot \cos \alpha}$, ($\alpha = 2\pi l / \lambda - \pi$)

ここで、s 偏光と p 偏光の光のエネルギーは全体のそれぞれ半分ずつであると仮定し（この仮定は、しゃぼん玉に外から入射する光線についてはほぼ成り立つと考えられる。しゃぼん玉内部では厳密には両者は等しくならないが、計算の簡略化のためこの近似を用いた）、

$$I_{r//}^2 = I_{r\perp}^2 = I_r^2 / 2$$

$$I_{t//}^2 = I_{t\perp}^2 = I_t^2 / 2, \text{ と近似すると、}$$

$$E_P = \frac{r_{//}^2 + r_{\perp}^2}{2} I_r^2 + \frac{t_{//}^2 + t_{\perp}^2}{2} I_t^2$$

となり、入射光 r_i 、 t_i のエネルギーから光線 P のエネルギー E_p が波長毎に求められる。

なお、光の干渉はこれ以外にも透過光及び 2 次反射光に関して考えられるが、以下の理由で無視できると考えられる。

・透過光の干渉について

光が膜を透過する場合にも、理論的には干渉は起こる。しかし、図 1 1 で A、B 2 つの光が干渉するとした場合 A は B に比べ、2 回多く反射することになる。媒質が水の場合、反射係数は $\theta = 0$ （垂直入射）の時、 $r = 0.14$ で $r^2 = 0.02$ となり、 $A : B = 2 : 100$ （振幅比）で干渉はほとんど無視できる。

・2 次干渉光について

膜の中で 2 回以上反射して出てきた光の干渉光への影響も、上と同じく無視できる。

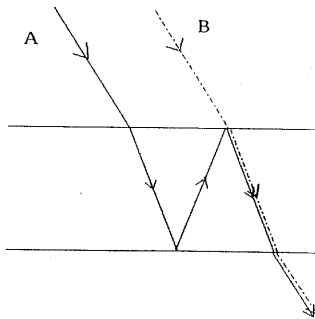


図 1 1. 透過光の干渉

4-3. しゃぼん玉の表示アルゴリズム

しゃぼん膜を非常に薄い球殻として考える。前節で考えたモデルに基づき光線追跡法に干渉効果を含めて考え、視点に入射する光のスペクトル分布を求める。

視点への入射光線 r_1 は、反射光 h_2 と透過光 t_2 の合成されたものである（図 1 2）。干渉効

果は、反射光とそれが膜に入射して裏の面で反射して戻ってくるものとの干渉だけを考えるため、光線の反射の時にだけこの効果を計算すればよい。これと、透過して来る光線が合成されて膜から出て来る。

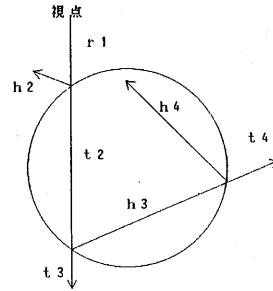


図 1 2. 干渉効果を含んだ光線追跡

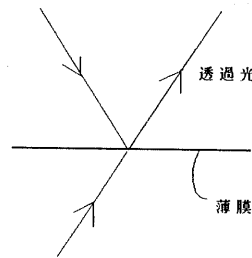


図 1 3. 透過光の屈折

このとき膜の厚みは非常に小さいため、膜の厚みは考えずに光線を追跡し（図 1 3）、光線が膜に当たる毎に反射光、透過光に分岐し各々が $4 - 2$ 、(4) で示した反射率、透過率に応じて減衰するとして計算すればよい。

最後に視点への入射光スペクトルエネルギーが求められたら、2 節で述べた色計算法に基づき (R, G, B) 値を求める。

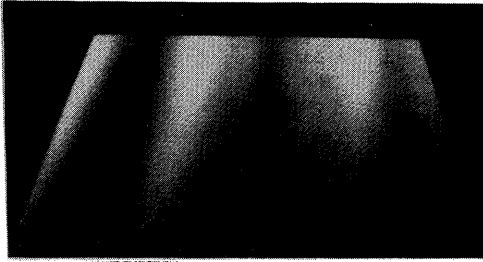
4-4. 表示例

(1) 厚みが連続的に変化する薄膜の表示を行った（図 1 4）。

そして以下のような色変化が観察された。

| | | | |
|---------|-------|-------|----------|
| 膜厚 (nm) | 300 | 400 | 500 |
| 表示色 | 白 | 黄 赤茶 | 紺 青(白) 黄 |
| | 1000 | 1500 | 2000 |
| | 赤 青 緑 | 桃 青 緑 | 桃 淡青 淡橙 |

これはボイズの観察⁽⁷⁾とも良く合っている。



厚み 300nm \longrightarrow 2000nm

図14. 薄膜の表示

(2) しゃぼん玉の表示

しゃぼん玉の膜の厚みは、重力の影響で上が薄く、下へいくほど厚くなっている。この効果を表すために球の中心に関して極座標表示で位置を表したとき(図15)、 $\phi = 0$ の時最も薄く($d = 300 \text{ nm}$)で、 ϕ の値に比例して厚みを増していくと(例えば $\phi = 90$ のとき $d = 1200 \text{ nm}$)実際に近い表示が得られた。

本表示例において、光源からの反射光はディスプレイの表示輝度に限界があり、十分な明るさとして表示できない。そこで、強い反射光を表現するため、ある程度以上の強い光線は画像上で上下、左右方向にぼかしスター状の反射光を得るようにして光沢感を表現した。

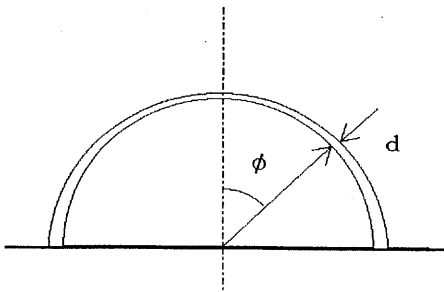


図15. 半球状のしゃぼん玉

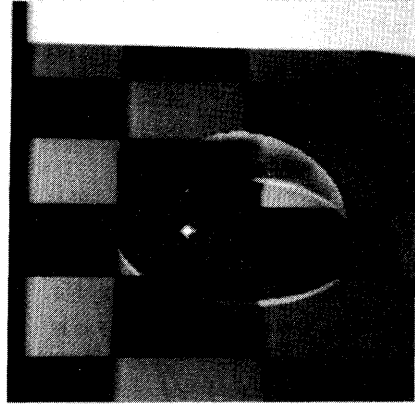


図16. しゃぼん玉の表示例

5. むすび

本研究ではCGにおける色の正確な計算法とそれに基づく干渉色表示の方法について検討した。今後さらに多くの表示例に適用して正当性及び有用性を確認していきたいと考えている。

<参考文献>

- (1) Hall, R. A. and Greenberg, D. P.: A Testbed for Realistic Image Synthesis, IEEE Comput. Gr. Appl., Vol. 3, No. 8, pp. 10-20 (1983).
- (2) 田島譲二: "第4節 カラー画像処理アルゴリズム", 横井編: 画像処理アルゴリズム, pp105~150, トリケップス(1988)
- (3) Perlin, K.: An Image Synthesizer, Proc. SIGGRAPH '85, pp. 287-296 (1985).
- (4) 日本色彩学会編: "色彩科学ハンドブック", 東京大学出版会(1982)
- (5) Robert L. Cook: "A REFLECTANCE MODEL FOR COMPUTER GRAPHICS", Computer Graphics Vol. 15, Number 3 August 1981
- (6) 東京天文台編: "理科年表 昭和62年", 丸善株式会社(1987)
- (7) ボイズ: "シャボン玉の世界", 東京図書(株), (1975)
- (8) 山口重雄: "屈折率", 共立出版, (1981)