

# 画素シフト法に基づく非解析的テクスチャと その自然対象物生成への応用

岡田 稔 横井 茂樹 鳥脇 純一郎  
名古屋大学 工学部 情報工学科

自然界のシーンに存在する物体（自然対象物）のなかで、解析的関数で近似表現できるものは非常に少ない。岩石、雲、地形、動植物などの表面に見られる模様は一般に非解析的関数として扱う必要がある。このような非解析的な自然対象物を表現するために、解析的関数で与えられた基本テクスチャをランダム・フラクタルに基づいて位置を変位させ、結果として生成された非解析的なテクスチャを用いる方法が有効である。本稿ではこの手法を画素シフト法として一般化し、コンピュータ・グラフィックスによる様々な自然対象物の画像生成に有効であることを示す。

UNANALYTIC TEXTURE GENERATED BY THE PIXEL SHIFT  
METHOD AND ITS USE IN NATURAL MATERIAL SYNTHESIS

Minoru OKADA, Shigeki YOKOI and Jun-ichiro TORIWAKI  
Dept. of Information Eng., Faculty of Eng., Nagoya university  
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, 464-01 Japan

It is very difficult to approximate natural objects by the analytic function in mathematics. Thus surface patterns on rocks, clouds, plants and animals are needed to be handled as an unanalytic function. In order to synthesize these unanalytic natural objects, unanalytic texture is useful, which is generated by dislocating the fundamental texture given by the analytic function. In this paper, we generalize the above scheme to derive the method called the pixel shift method, and show that the method is effectively applicable to synthesizing images containing various natural objects by computer graphics.

## 1. はじめに

コンピュータ・グラフィックス (C. G.) の一分野として、テクスチャ生成、固体材料の質感表現の研究が盛んである<sup>(8)</sup>。それらは、壁材、床材をはじめとするインテリア材料、装飾品などの意匠設計においても重要な役割を果たしている。そのような固体材料のなかでも人工的な材料ではない、自然に生成された材料が(以下、自然対象物)問題点となっている。自然対象物の多くはその性状が不均質であり、解析的関数によって近似表現することは非常に困難である。ここで、自然対象物とは、岩石、雲、地形、動植物などを指し、自然対象物の質感表現においては、それらの表面に見られる模様が重要な要素となっている。

自然対象物の形状、模様においては、統計的自己相似のゆらぎを持つものが多いとされ、コンピュータ・グラフィックスの基本手法として、フラクタル理論<sup>(1)</sup>を応用した1次元、および2次元のランダム・フラクタルを用いる手法が近年試みられ、樹木の外形、海岸線、山肌、地形などの自然の自己相似性を持つ不規則形状を表現するのに有用であることが示されている<sup>(2)(4)</sup>。また、筆者らはすでに、3次元空間中の自己相似性を持つゆらぎを実現する手法として3次元ランダム・フラクタル手法を提案している<sup>(6)</sup>。さらに、ランダム・フラクタル生成のコストに関わる基礎実験も行っている<sup>(7)</sup>。本報告では、まず3次元ランダム・フラクタルに基づく自己相似ゆらぎの生成手法を3例示す。続いて文献(6)の方法に対して変位方向ベクトルの考え方を導入し、さらに一般化をはかった画素シフト法について述べる。画素シフト法は、適当に定義された材料の模様の原型となる原関数に対して自己相似ゆらぎを変位方向ベクトルによる変位関数によって画素の位置を変位させることにより非解析的テクスチャを生成するものである。画素シフト法の応用例として、指数関数的に減衰する裾を持つ台形状の原関数を用いることによって縞模様のある大理石のテクスチャが生成され、また、同心円状の原関数を用いることによって木目のテクスチャが生成されることを示し、本文の方法

が不均質性の材料のソリッドテクスチャ表現に有効であることを確かめる。

なお、大理石の質感表現については K. Perlin<sup>(3)</sup>が、また、木目の質感表現については鶴岡ら<sup>(9)</sup>がそれぞれ互いに全く異なる方針で試みているが、画素シフト法はそれらとは異なり、大理石、木目のみならず、これらの自然に生成された不均質材料のテクスチャ生成を統一的に扱うことのできる手法として有用である。

## 2. 3次元ゆらぎ関数の生成

連続的なゆらぎ関数を計算機で実現する手段として、手続き的に生成された離散的なゆらぎ格子の間隔を補間する方法を用いることにする。ここで、離散的とは実数座標を有せず、整数座標のみで定義されることを意味し、連続とは実数座標においても定義されることを意味する。本章では離散的なゆらぎ格子を中点変位法によるランダム・フラクタルに基づいて手続き的に生成する方法として3種類の方法を示す。また、離散的なゆらぎ格子に対して3次元の線形補間を適用することにより、連続したゆらぎ関数を作成する方法について示す。

### 2-1 3次元フラクタル格子の生成

ランダム・フラクタルによる3次元格子(3次元フラクタル格子)の手続きは3次元空間を再帰的に分割することにより構成される。この再帰分割の形状はさまざまなものが考えられるが、計算機で実現するときに配列として扱うことができ都合が良いことから、立方体を用いることにする。

立方体分割によると、再帰手続きは立方体格子の8頂点のフラクタル値に基づいてそれを分割してできる8個の立方体格子の各頂点のフラクタル値を求めることによって構成される(図1)。一辺に $2^{R+1}$ (Rは再帰の深さ)個の格子点を含む立方体格子を定義し、その8頂点に適当な初期値を与える。以下に1再帰レベルの処理を示す。

(1) 格子の辺の中心点のフラクタル値  $D_e$  を、辺の2端点のフラクタル値  $D_{vi}$  ( $i = 1, 2$ ) の平均値

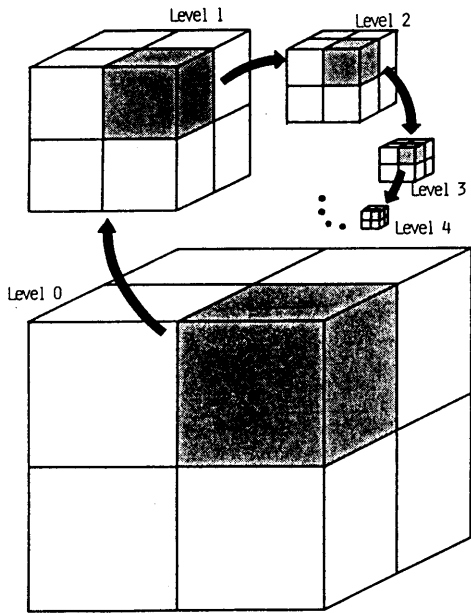


図1 8分木構造による3次元ランダム・フラクタル格子の生成  
Fig.1 Generation of 3-dimensional random fractal lattice by oct tree structure.

と乱数による値  $g \cdot Lr$  の和とする (式(1)、図2参照)。1 2 の辺について同様に処理する。

$$D_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 D_{vi} + g \cdot Lr \quad (1)$$

$$\text{ただし、} Lr = Lr^{(n-1)} \cdot e^{-\beta} = e^{-(n-1)\beta} \quad (2)$$

$$Lr^{(0)} = 1$$

$n$  : 再帰レベル ( $n=1, 2, \dots$ )

$g$  :  $N(0, 1)$  に従う正規乱数

$\beta$  : 減衰定数

ここで用いられている正規乱数の平均値、分散の値は本質的なものではなく、生成されるフラクタルの使用目的に応じて変更し得るものである。

(2) 立方体格子の面の中心点のフラクタル値  $D_p$  を、その平面の4頂点のフラクタル値  $D_{ei}$  ( $i=1, \dots, 4$ ) の平均値と乱数による値  $g \cdot Lr$  の和とし、6面について同様に処理する (図3参照)。

$$D_p = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 D_{ei} + g \cdot Lr \quad (3)$$

(3) 立方体格子の中心点のフラクタル値  $D_c$  を6近傍点、すなわち6面の中心点のフラクタル値  $D_{pi}$  ( $i=1, \dots, 6$ ) の平均値と乱数による値  $g \cdot Lr$  の和とする (図4参照)。

$$D_c = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 D_{pi} + g \cdot Lr \quad (4)$$

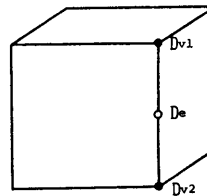


図2 格子の辺の中心点の値 De の計算  
Fig.2 Calculation of value De as the center of an edge.

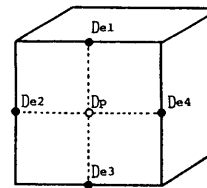


図3 格子の面の中心点の値 Dp の計算  
Fig.3 Calculation of value Dp as the center of a square.

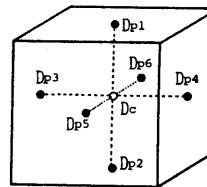


図4 格子の中心点の値 Dc の計算  
Fig.4 Calculation of value Dc as the center of a cube.

以上の処理を計算機で実現するためには主記憶上に3次元配列 (配列寸法  $2^R + 1$ ) をとり、必要とするレベル回数の処理を繰り返し、計算された格子点のフラクタル値を逐次的に格納すればよい。従って、最大再帰レベル  $R$  は有限であり、主記憶の容量によって制限される。この立方体再分割によるランダム・フラクタル生成方法をタイプ I とする。タイプ I での記憶容量コストは明かに  $O(2^{3R})$  である。

本手法で得られる3次元ランダム・フラクタル格子において、ある点のフラクタル値とその近傍点のフラクタル値の平均値との差  $\varepsilon^{(n)}$  ( $n$ は再帰レベル)を考えると、

$$\varepsilon^{(n)} = g \cdot e^{-(n-1)\beta}, \quad g \text{ は } N(0, 1) \text{ に従う} \quad (5)$$

となるため、その期待値は0であり、分散は  $n$  と共に指数関数的に減衰する。すなわち、十分大きいレベル数  $n$  に対して最終的に生成された格子の上では、近い距離にある格子点同士は十分に近いフラクタル値を持つことから、3次元格子上のフラクタル値は実用上、連続とみなしてよい。このことは、生成されるゆらぎ関数を用いて原テクスチャを変位させて生成されたテクスチャも十分な精度で連続したものになることを保証する点で重要な性質である。

### 3-2 リスト探索によるタイプII

タイプIでは、途中のレベルでのフラクタル値を記憶するのに、3次元配列を用いた。しかし、実際のテクスチャ生成では切り出される物体表面位置の点のみが求めれば良い。それらの点のフラクタル値の計算に必要な配列要素は全体の一部分である。そこで指定された座標に関する上位レベルの座標のフラクタル値のみを、リスト形式で記憶する手法が考えられ、文献(7)で紹介されている。

タイプIIでの記憶容量コストはタイプIと同じく  $O(2^{3R})$  であるが、コストの係数はタイプIと比較してかなり小さな値となる。

### 3-3 疑似乱数の性質を利用するタイプIII

タイプIIの方法によると、フラクタル値を求めたい座標値の個数が多いと、新しい座標値の計算に必要な親ノードリストの探索が総当たり法によるために計算量が膨大となる。これは、ある要素のフラクタル値はどのノードから探索されても同じ値を持っている必要があることから生じる。

もし、どの要素からスタートしても、同じノードに同じ乱数の値を与えることができれば、過去の要素で探索したノードの情報を記憶していなくても済

むことになる。文献(7)では、同じ乱数の値を得る手法を疑似乱数の性質を利用して実現している。計算機で乱数を生成するための疑似乱数生成アルゴリズム(算術乱数)では、乱数の種が同一であれば、その結果生成される乱数系列も同一であるという性質を持っている<sup>(5)</sup>。すなわち、座標  $(x, y, z)$  のノードに対して、座標値から一義的に求められる値を疑似乱数生成の種として用いることよって、任意のノードに対していつでも同一の乱数が生成される。

この乱数をタイプIIにおいて必要とする乱数として用いることにより、フラクタル値を求めたい座標値ごとに最上位ノードの情報をリストに記憶するだけでよく、新たな座標値のフラクタル値を求めるときにリストをクリアして新しいリストを作成すれば良い。このことにより記憶容量が大幅に削減され、リスト探索のための計算量も大幅に削減される。この方法によるランダム・フラクタル生成手法をタイプIIIとする。

タイプIIIでは、疑似乱数の生成アルゴリズムによっては、生成された乱数に偏りが生じるが、乱数精度が生成画像の見た目の自然さに及ぼす影響は少ないと考えられる。

タイプIIIでの記憶容量コストは  $O(R)$  であり、記憶容量の点から考えると、タイプI, II, IIIの中で最も効率がよいと思われる。

### 3-4 3次元ゆらぎ格子の補間

前節までの手法で生成された離散的な3次元ゆらぎ格子に基づいて、連続的なゆらぎ関数を格子点のフラクタル値の線形補間で求めるものとする。

すなわち、図5のように任意の点  $P_x$  (図5○印)のフラクタル値  $D_x$  をそれに隣接する8格子点(図5●印)のフラクタル値の3次元線形補間によって次の手順で求める。

- (1) 点  $P_x$  を含む単位格子を点  $P_x$  を基準にして格子に平行な平面で8つの直方体に分割し、各々を  $B_i (i=1, \dots, 8)$ 、その体積を  $V_i$  とする(図5■印)。
- (2)  $B_i$  と対角関係にある格子頂点を点  $P_i$  とする。
- (3) 点  $P_i$  のフラクタル値を  $D_i$  とすると点  $P_x$  のフラクタル値  $D_x$  は次式で与えられる。

$$Dx = \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^8 D_i \cdot V_i \quad (6)$$

ただし、 $V_0$ は単位格子の体積

補間の結果、実数座標値を持つ点  $P = (x, y, z)$  に対してフラクタル値が与えられる関数が定められるが、この関数を3次元ゆらぎ関数と呼び、 $D(P)$ で表す。

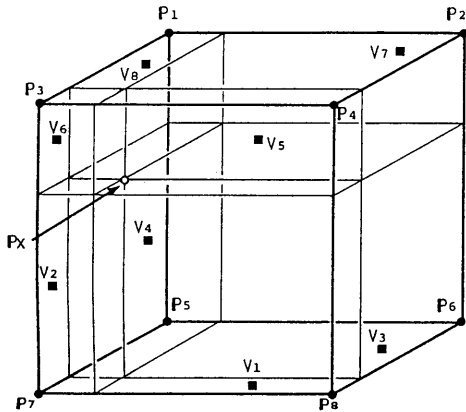


図5 3次元線形補間  
Fig.5 3-dimensional linear interpolation.

#### 4. 画素シフト法によるテクスチャ生成

##### 4-1 画素シフト法

自然に生成されたテクスチャは不規則性状を持ち、解析的関数で表現するのは困難であるが、その基本的な構造は規則的なものであり、これに物理的な変形作用によるゆらぎが加わったものと考えるのは1つの自然な考え方であろう。我々はこの考え方を基にして次の方針で3次元テクスチャの生成を試みる。

まず、規則的な形状、性状を表す原関数  $G(P)$  を定め、次に、3次元フラクタル格子を定めた後、前節の補間法によって3次元ゆらぎ関数  $D(P)$  をつくる。点  $P$  において、この  $D(P)$  の値に基づいて式(7)のように座標  $P'$  を定める。

$$P' = F(P, D(P)) \quad (7)$$

$$= P + k \cdot D(P) \cdot u$$

ここに、 $F$ は3次元ゆらぎ関数  $D(P)$  の値に基づいて座標値の変位をさせる関数で、 $u$ は変位の方向を定める単位ベクトルである。また、 $k$ はゆらぎによる変位の割合を示す係数である。以下、 $F$ を変位関数、 $u$ を変位方向ベクトル、そして  $k$ をゆらぎ寄与度と呼ぶ。この結果、原関数の点  $P'$  における値  $G(P')$  が点  $P$  において観測されるものとする(図6)。すなわち、座標値  $(x, y, z)$  を持つ3次元画素点  $P$  が与えられると、その点では、

$$G(P') = G(P + k \cdot D(P) \cdot u)$$

というテクスチャが観測される。このようにして、ゆらぎによって仮想的に3次元画素がシフトされて観測されることから、本方法を画素シフト法と呼ぶ。

##### 4-2 大理石の生成

層状の縞模様のある大理石は、石灰質の岩石に割れ目が生じ、そこに周囲から不純物が充填されることによって生成される。また、この不純物層から石灰質への融解、浸透によって、不純物層のまわりの狭い節目には、薄く色の淡い浸透層が生じている。この層構造は規則的ではなく、まわりの岩石などの圧力によってゆらいだものとなっている。これらの前提から、次のモデル化を考える。

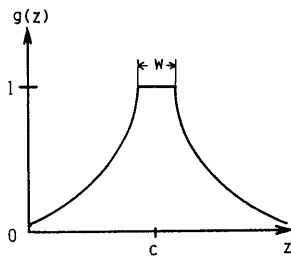


図6 指数関数の裾を持つ台形状原関数  
Fig.6 Trapezoid fundamental texture with exponential skirt.

(1) もともとの割れ目は複雑な曲面でなく、一定の厚みを持ち、特定方向(ここでは  $x-y$  平面と平行な方向)に延びた層である。

(2) 境界面での浸透は不純物から石灰質への一方のみである。

そこで図6に示すような指数減衰の裾を持つ台形状の関数を用いて1つの層を表現する原関数  $G(P)$  をつくる。すなわち、

$$G(P) = e^{-\alpha d} \quad (d > 0) \quad (8)$$

$$= 1 \quad (d \leq 0)$$

ただし、 $d = |z - c| - w / 2$

; 縞線からの距離

$w$ : 縞の幅

$c$ : 縞中心の  $z$  座標

$\alpha$ : 減衰定数 ( $\alpha > 0$ )

また、変位関数  $F$  における変位方向ベクトルは、

$$u = (0, 0, 1) \quad (9)$$

を用いて  $z$  軸方向に変位させる。

#### 4-3 木目の生成

四季のはっきりしている地域などに生長する木は、夏冬の寒暖差、照度差などによって年輪を生じ、木材の切断方向によって様々な木目がみられる。ここでは、式(10)に示す放射状の正弦波関数を原関数(図7)として用いると  $z$  方向に正目となるような木目が得られる。

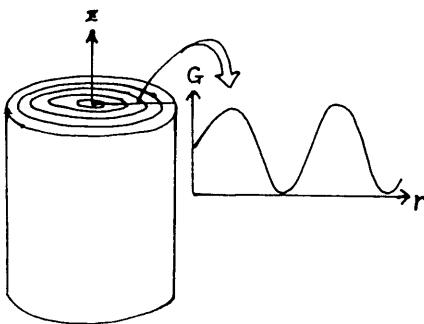


図7 同心円状の正弦波原関数  
Fig.7 Fundamental texture as coaxial sine wave.

$$G(P) = \sin(k2 \cdot r) \quad (10)$$

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

また、変位関数  $F$  における変位方向ベクトルは、

$$u = \left( \frac{x-x_0}{r}, \frac{y-y_0}{r}, 0 \right) \quad (11)$$

$(x_0, y_0)$  は木目中心

$k2$  は年輪間隔を定める係数

すなわち、木目を表す原関数の放射方向に座標を変位させる。

#### 4-4 表示例

図8~10に本手法によって生成された大理石、木目の模様をもつコップ、灰皿、トーストの表示例を示す。各図とも(a)は大理石、(b)は木目模様の表示例である。各図において全ての表示例にはタイプIで生成された同一のランダム・フラクタル格子を用いている。ランダム・フラクタル格子の大きさ(フラクタル値が格納される3次元配列の大きさ)は  $65^3$  (再帰の深さ6)であり、ゆらぎの寄与度  $k$  については、大理石においては  $k=16$ 、木目においては  $k=1.6$  に設定した。

ソリッドモデラとして、岡田ら<sup>(9)</sup>による平面多面体の方法を用い、表示は  $512 \times 512$  ピクセル、RGB各色8ビットのラスタ型グラフィックディスプレイ(Graphica M-1008)による。画像生成は名古屋大学大型計算機センターFACOM M780による。

#### 4-5 一般の画像生成への応用

今日のコンピュータ・グラフィックス手法によれば、実にリアルな画像生成が可能となっている。しかしその反面、数式で表現しやすい規則的な構造を持った画像の生成に向いており、一般的にコンピュータ・グラフィックスによる生成画像は人工的な印象を与えるのは否めない。これに対し、現実中存在する自然のシーンにおいては、なんらかの形で不規則さが含まれている。そのような不規則さを手続的に生成する手段として、1次元、2次元のランダム・フラクタル手法は有用なものとして利用されてきた。

本報告の画像生成においては、3次元ランダム・

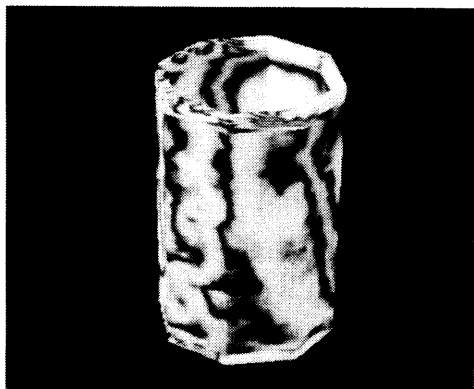


図8 (a) 大理石のコップ  
Fig.8(a) A marble cup.



図8 (b) 木目調のコップ  
Fig.8(b) A woody cup.

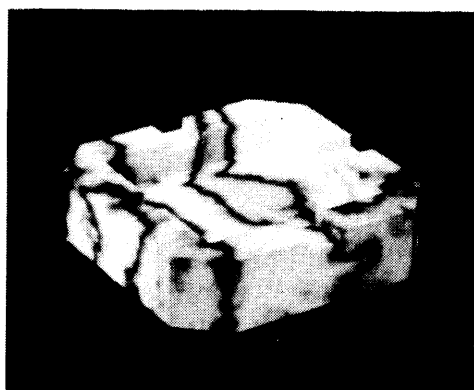


図9 (a) 大理石の灰皿  
Fig.9(a) A marble ashtray.

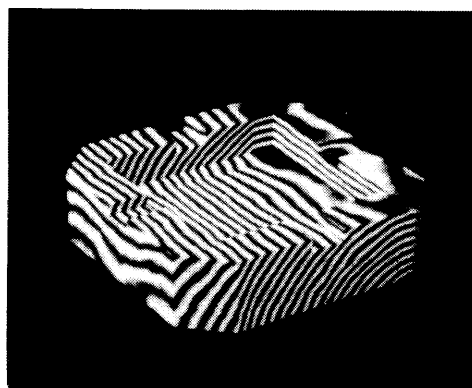


図9 (b) 木目調の灰皿  
Fig.9(b) A woody ashtray.

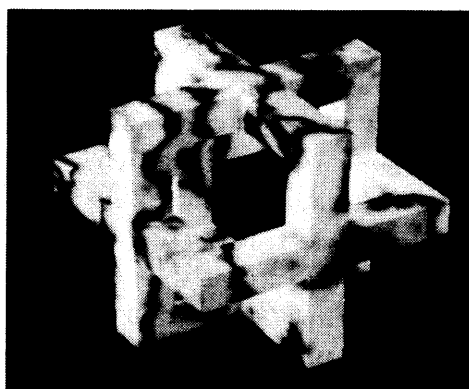


図10 (a) 大理石のトーラス  
Fig.10(a) A marble torus.

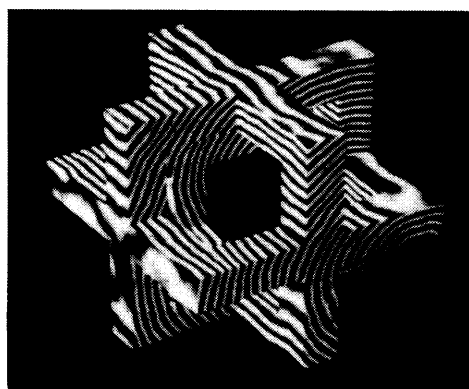


図10 (b) 木目調のトーラス  
Fig.10(b) A woody torus.

フラクタルを位置の変位として用いることにより不規則性を持つ層構造を表現した。もちろん自然界の不規則性には、色彩、密度、濃度などの多くの要素があり、それらの要素に対して3次元ランダム・フラクタル手法を利用すれば、当然、様々な種類の不規則性の表現に応用可能と考えられる。

従来の1次元、および2次元ランダム・フラクタルによる画像生成においては、中点変位によって再帰中点の高さを変化させ、フラクタルによって直接に形状を定義する方法がほとんどであった。本稿で提案した3次元ランダム・フラクタルを用いる手法では、3次元空間個々の座標の位置自体を変位させるものであり、従来のそれ自身で形状を定義するという、方法の単純な拡張ではない。当然、この考え方を2次元に適用すれば2次元平面内で座標を変位させる手法が考えられるが、そのような手法は従来まったく考えられていなかった。

## 5. むすび

非解析的テクスチャを手続き的に生成する方法として、ランダム・フラクタルに基づき、原関数、変位方向ベクトルの考え方を導入した画素シフト法を提案した。また、本方法を用いて大理石、および木目のソリッドテクスチャの生成方法、および生成画像を示し、これら自然対象物の表面に見られるテクスチャを統一的に扱う可能性を示唆し、コンピュータ・グラフィックスでの有用性を示した。

以下にその要点を述べる。

(1) 一般に用いられている2次元テクスチャマッピング法のみならず、ソリッドテクスチャ方式に適用することができる。

(2) 離散的ランダム・フラクタルと線形補間を組み合わせることにより、高次の自己相似性に欠けるが、3次元的に連続で実用的なゆらぎ関数を構成できることが確認された。

(3) 同一のゆらぎ関数を用いても、原関数、変位方向ベクトルを適当に選択することによってさまざまな不均質性材料のテクスチャ表現が可能であるこ

とが示された。

4-5節で述べたように、本手法に基づく多くの応用が考えられるので、それらについての検討が課題となっている。

謝辞 本研究に際して、活発な討論を頂いた鳥脳研究室諸氏に感謝する。本研究の一部は文部省科研費(奨励研究(A)No.63790294)による。

## 参考文献

- (1) B. B. Mandelbrot: "The Fractal Geometry of Nature", W. H. Freeman & Co. (1982).
- (2) A. Fournier, D. Fussler, L. Carpenter: "Computer Rendering of Stochastic Models", CACM 25-6, pp. 371-384 (1982).
- (3) K. Perlin: "An Image Synthesizer", Proc. SIGGRAPH'85, pp. 287-296 (1985).
- (4) S. Tsuruoka, N. Suzuki, F. Kimura, S. Yokoi, Y. Miyake: "Rugged Texture Generation by Stochastic Models", Proc. of Science on Form, 1, pp. 297-304 (1985).
- (5) 津田孝夫: 「モンテカルロ法とシミュレーション」, 培風館 (1969).
- (6) 岡田、横井、鳥脳、堀: 「3次元ランダム・フラクタルを利用した不均質材料のテクスチャ表現」情処論, vol. 28 No. 11, pp. 1146-1153 (昭62)
- (7) 岡田、多賀、横井、鳥脳: 「3次元ランダム・フラクタルによるテクスチャ生成に関する検討」, 情処研報vol187, No29. グラフィクスとCAD26-4 (1987).
- (8) 横井茂樹: 「物体の質感表現のためのシェーディング技法」, Pixel 15, pp. 87-93. (1983)
- (9) 鶴岡、新帯、木村、横井、三宅: 「ポテンシャル法を用いた木目の表示方法について」, NICOGRAPH'85論文集, pp. 83-88 (1985).
- (10) 金、岡田、横井、鳥脳: 「半空間集合のCSG表現形状データに対する光線追跡アルゴリズムの検討」, 信学技報PRU88-129, pp. 33-40 (1989)