グラフィクスとＣＡＤ　45－1
（１９９０．７．２０）

拡張３次ベジエ曲線によるフォント生成

村山　登
リコー中央研究所
(223:横浜市港北区新栄町 16-1:Phone 045(593)3411)

従来の３次ベジエ曲線のふくらみが、制御点の位置に依存しているのを、スカラーのふくらみ係数 c,d により制御できるように拡張した拡張ベジエ曲線を応用した、フォント自動カーブフィッティングとフォント生成について述べた。
また、c,d を適当に設定することにより、フォントの変形や、円や曲面生成にも有効なことを述べた。

FONT GENERATION with EXTENDED CUBIC BEZIER CURVE

Noboru Murayama
RICOH R&D Center
(16-1,Shin-ei-cho,Kohoku-ku,Yokohama,223,Japan; Phone:045(593)3411)

The auther introduced the automatic font curve fitting and font generation using the extended cubic Bezier polynomial which has the scaler apex parameters, c and d, to control the height of the apex of the generated curve without moving the control points. The auther also introduced the other applications of this extended Bezier polynomial, the font modification, the circle genaretion, and the curved surface generation.

1. はじめに

ベジエ曲線は Bernstein の多項式を曲線生成に応用したもので、1970年ルノー社の Bezier が車体デザインに使用して以来、[1] 生成制御点と生成曲線の関係が直観的でわかりやすいことから、CAD 分野だけではなく文書用のフォント生成にも広く使用されている。

またベジエ曲線を拡張することにより、当初のベジエ曲線のいくつかの問題点も解決された。[2,3,4,5,6] 拡張の主なものに、有理2次ベジエ曲線による円錐曲線生成(穂坂ら)、[2,6]ふくらみ係数の導入による曲線のふくらみ制御(村山)、[3,5] 複数の Bezier 曲線の連結によるB-Spline 曲線(Piegle)[4]などがある。 現在では、アウトラインフォントの生成には、PostScript に代表される PDL(Page Description Language) がサポートしていることもあって2次と3次のベジエ曲線によるフォント生成が標準になってきている。

ここでは筆者による、ふくらみ係数を持った3次拡張ベジエ曲線を中心に述べる。まず、ベジエ曲線と拡張ベジエ曲線について、次にフォントの自動カーブフィッティングとフォント生成への応用、そして曲面生成への応用の順に説明する。

2. ベジエ曲線と拡張ベジエ曲線

n 次ベジエ曲線の生成点 Bn は n+1 個の制御点 Pi により次の式で生成される。(図 1-1,1-2,1-3)

$$Bn = \sum_{i=0}^{n} nCi(1-t)^{n-i}\, t^{i}\, Pi \qquad (1)$$

nCi: 2項係数, $0 \leqq t \leqq 1$

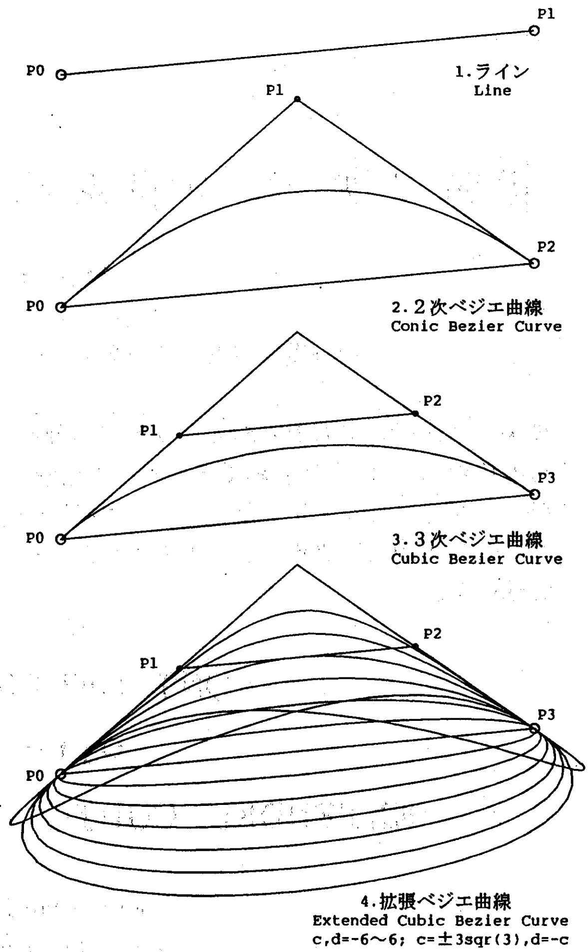
また、筆者による3次拡張ベジエ曲線 Be は次の式で生成される。(図 1-4)

$$Be = \sum_{i=0}^{3} (1-t)^{3-i}\, t^{i}\, Ci \qquad (2)$$

C0=P0,C1={cP1-(c-3)P0},

C3=P3,C2={dP2-(d-3)P3},$0 \leqq t \leqq 1$

c,d:ふくらみ係数



図／ ベジエ曲線と拡張ベジエ曲線
Fig.／ Bezier and Extended Bezier Curve

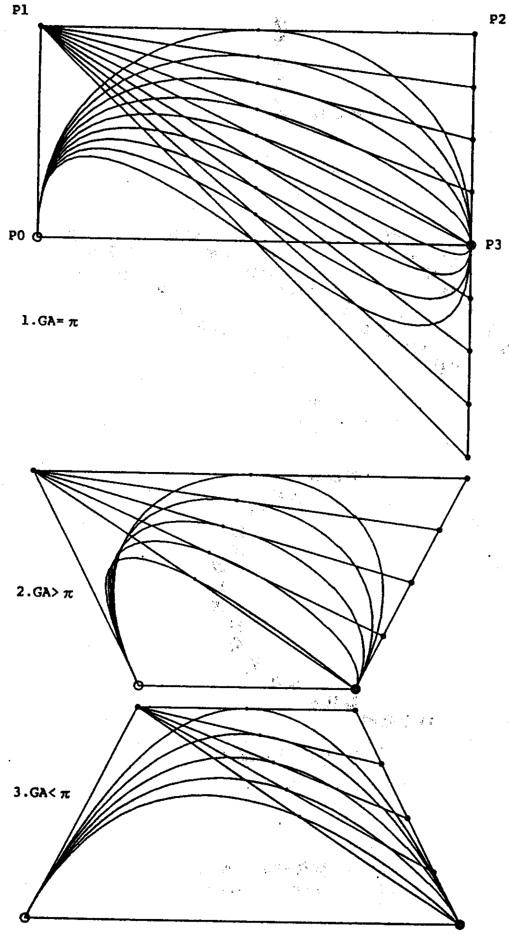


図2-1中点保存拡張ベジエ曲線, c=d=4
Fig.2-1 Midpoint Reserved Expanded Bezier Curve, c=d=4
GA:Generation Angle: ∠P0 + ∠P3

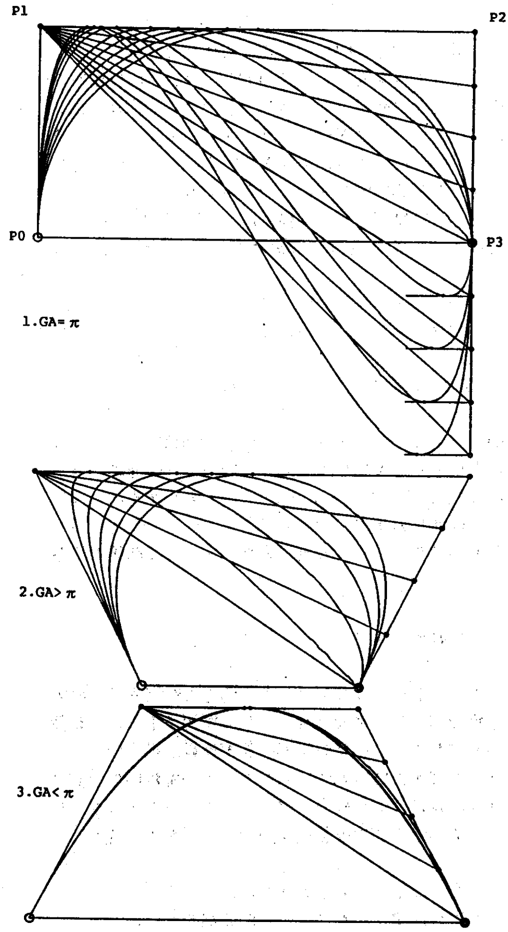


図2-2 頂点保存拡張ベジエ曲線, c=f(P1,P2),d=g(P1,P2)
Fig.2-2 Apex Reserved Expanded Bezier Curve, c=f(P1,P2),d=f(P1,P2)
GA:Generation Angle: ∠P0 + ∠P3

3．互換性

図 1 からも明らかなように従来の３次ベジエ曲線のふくらみを変えるには 制御点 P1,P2 の位置を変えることで対処していたが、 式(2)による拡張ベジエ曲線は、P1,P2 は適当にとり、ふくらみはスカラー量 c,d により 自由に変更できるようにしたものでありフォント生成に限らず多くの利点をもっている。

また、従来のベジエ曲線とは、 その制御点 Qi に変換することで 完全に互換性をとることができる。

$$Q_0=P_0,\ Q_1=\{cP_1-(c-3)P_0\}/3$$
$$Q_2=\{dP_2-(d-3)P_3\}/3,\ Q_3=P_3 \qquad (3)$$

また、c=d=3 とすれば $Q_i=P_i$ となる。

図 2-1 、図 2-2 は c,d の値により曲線が どのように変化するかを示したもので、図 2-1 は 曲線が P1,P2 の中点を常に通るように c=d=4 としたもの、 図 2-2 は曲線の頂点が一定になるように c,d を設定したものであり、c,d の値によりいろいろな曲線が得られることがわかる。

4．自動カーブフィッティング

フォントのようなディジタル図形の輪郭線は、縦線と横線だけから構成され、しかも座標値も整数の整数図形である。この整数図形の基本性質は従来のユークリッド図形とは根本的に異なる。この整数図形の基本性質に着目して自動カーブフィッティングが行なわれる。その主な基本性質は次の 4 つ である。(図 3)

1.点は面積 1 の 正方形である。
2.平均曲率 Cv が 0 ならば 直線である。
3.Cv が正又は負ならば 曲線か凸多角形である。
4.Cv が大きく変わる点は尖点である。

この基本性質を利用して 48X48 のドットフォント "永" から自動カーブフィッティングした例が 図 4-1 (c=d=3) 図 4-2(c=d=5) である。同じ制御点から c,d を変更してフィッティング誤差を評価することで精度のよい高速自動フィッティングが可能である。

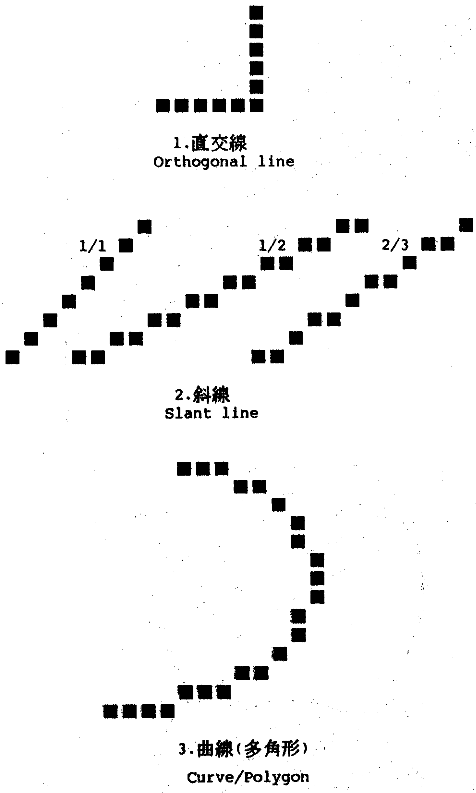


図 3 整数図形の線
Fig. 3 Integer Lines

なお、フォントの輪郭線の、複数のセグメントへの自動分割は、次の点で分割した。(図の大円)

1.平均曲率の不連続点(尖点)
2.縦、横の U-Turn 点

図 4-3 は 自動フィッテイングしたフォント"a" と"泳" を アフィン変換したものである。

フォントのアフィン変換 A は次の 4 っ の基本変換の組み合わせである。

1.変倍(Magnify) : M　　2.斜体(Slant)　: S
3.回転(Rotation): R　　4.移動(Location): L

変換前、後の点を P,Q とすると次のようになる。

Q = RSMP+L
　= AP + L

$$M=\begin{bmatrix} mx & 0 \\ 0 & my \end{bmatrix}\ S=\begin{bmatrix} 1 & cs \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\ R=\begin{bmatrix} cn & -sn \\ sn & cn \end{bmatrix}\ L=\begin{bmatrix} x0 \\ y0 \end{bmatrix}\ A=\begin{bmatrix} a1 & a2 \\ a3 & a4 \end{bmatrix}$$

mx,my:倍率,cs=cos α (α :座標角),
cn=cos θ ,sn=sin θ (θ :回転角),x0,y0:移動量,
a1=cn·mx, a2=cn·mx·cs-sn·my
a3=sn·mx, a4=sn·mx·cs+cn·my

5. フォント生成

フォント生成は、輪郭線展開とペイントの2つのプロセスに分けられる。

4.1 輪郭線展開

ベジエ曲線の生成式を t のべき乗順に並べかえて

B3 = ((((A3+t)t + A2)t + t +A1) + A0　　( )

と Pi を Ai に変換すれば 掛け算の回数は減らせるが、それよりも 曲線をいくつの直線に分割するかは品質と展開速度に大きく影響し、つぎの3 つの方法がある。

1.c=d=3

2.c=d=5

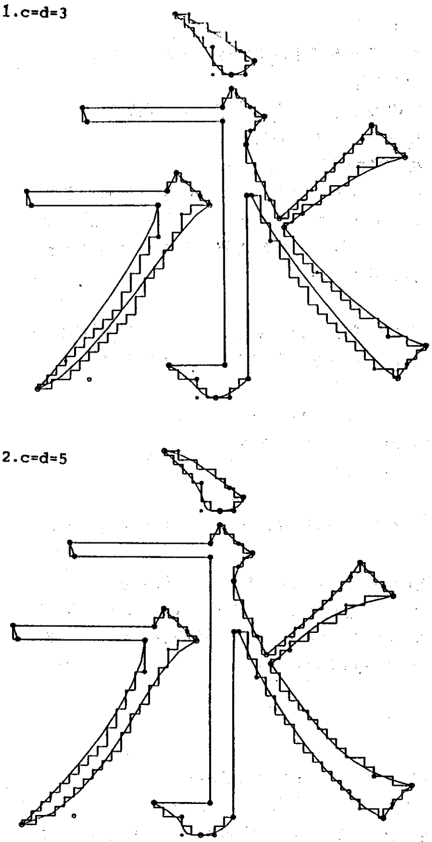


図 4　カーブフィッティング
Fig. 4 Curve Fitting

3.アフィン変換とペイント
Affine Transform and Paint

1.一定分割
単純であるが品質をあげるとおそくなる。
2.適応分割
曲線の長さと曲率に適応して分割数をきめる。
複雑ではあるが品質は良い。
3.幾何学的分割
ベジエ曲線任意数のベジエ曲線に分割できることを利用しては生成点は 6 回の 中点計算で行う。収束判定も単純で掛け算不要なので高速、高品質である。

3.の方法の概要を説明する。図 5-1 のように制御点を Pi とし、最初の生成点を P9 とすれば、

P4=(P0+P1)/2,P5=(P1+P2)/2,P6=(P2+P3)/2
P7=(P4+P5)/2,P8=(P5+6)/2
P9=(P7+P8)/2

となり、6 回の 足し算と 1 ビットシフトで P9 が求まる。
次の生成点 は P0,P4,P7,P9 を制御点として１つと P9,P8,P6,P3 を制御点として１つ求まる。以下同様にして 制御点 4つ から 1つの生成点を求めることを繰り返し生成点間距離が十分小さくなったら終了する。

5.2 ペイント

ペイントには 3 つの方法がある。
1.スキャンラインコンバージョン
曲線と 直線 y=b の 交点を求め、交点を y-x順にソートしてから、線分で置き換える。
汎用性があるが遅い。
2.２ビットマップ方式
ビットマップメモリ B1,B2 を使用し、B1 にはメモリと EXOR で縦輪郭線を書き、 B2 には輪郭線をそのまま書き、 B1 を走査して輪郭点間を埋め最後に B1 と B2 の OR をとる。
3.輪郭シフト方式
下向の縦輪郭線はそのまま、上向の縦輪郭線は右に 1つずらして書きメモリを走査し白線分と黒線分を交互に埋める。ハード化すると高速である。

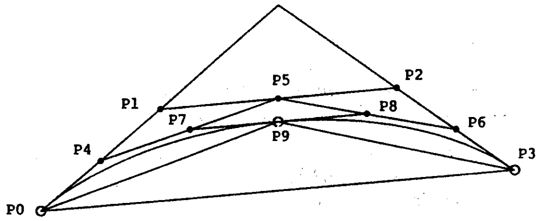


図5-/ 3次ベジエ曲線の幾何学的生成
Fig. 5-/Geometric Generation of Cubic Bezier Curve

図 5-2 "つ"の生成,Weight=30
Fig. 5-2 Generation of "つ",Weight=30

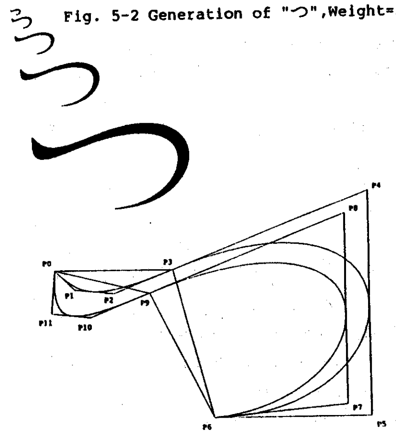
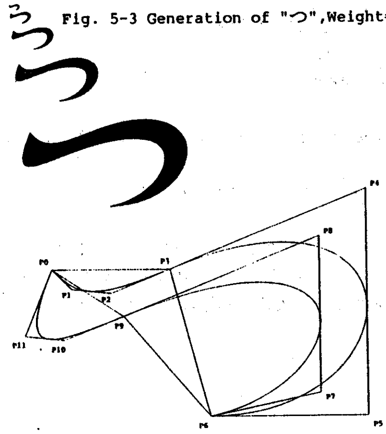


図 5-3 "つ"の生成,Weight=60
Fig. 5-3 Generation of "つ",Weight=60



5.3 生成例

図 5-2 は "つ" を生成したものであり、この例では c=d=4 である。なお、P6 から P0 までの曲線は P0 から P6 までの曲線から自動生成され、図 5-3 のようにフォントの太さ(Weight)を自由に設定できる。図 5-4 は ふくらみ係数 c,d を 変動させた例であり 図 5-4 は sin ωt, 図 5-5 は乱数で変動させたいわば Fuzy Font ? である。

6. 円や曲面の生成

通常の3次ベジエ曲線で半円を生成すると、誤差が 2% にもなってしまい、しかも t は等角度パラメータではない。しかし c,d を t の変数とした拡張ベジエ曲線によれば 生成誤差はいくらでも小さくできる。たとえば

$$c=d= 3.5 + 2(1-t)t$$

とすれば 凸包性(Convex Hull) も保存したまま、誤差は 2 桁減少する。また、u=f(t) なる等角度パラメータ u に変換できる。たとえば 次のようにする。

$$u= 1.047t - 0.188(t-0.5)^2 - 0.0235$$

図 6-1 は 従来のベジエ曲線、図 6-2 は多重多項式による半円生成である。

また、c,d を段階的に変えて 同じ制御点から複数の曲線を生成すれば高速の局面生成が可能であり、図 6-3 と 図 6-4 にその例をしめす。

図 5-4 ファジイフォント(正弦波)

Fig. 5-4 Fuzzy Font(Sine Wave)

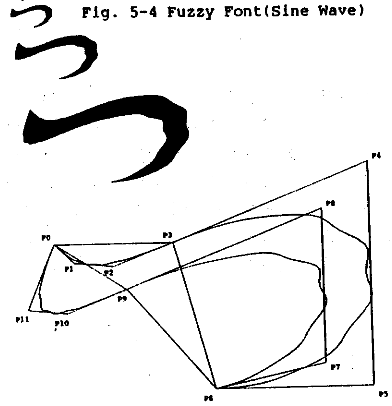
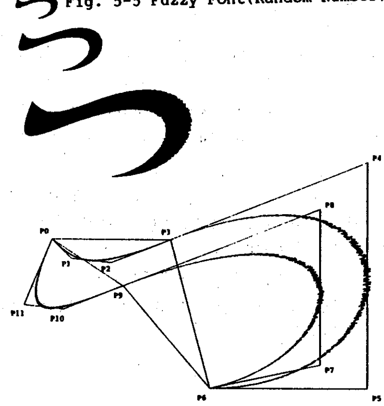


図 5-5 ファジイフォント(乱数)

Fig. 5-5 Fuzzy Font(Random Number)



7．おわりに

３次拡張ベジエ曲線によるフォント生成を中心に述べた。ベジエ曲線は今後もカーブフィッティングやフォント変形への応用から、さらには オリジナルフォントの自動設計 にまで応用されるものとおもわるが、とくに、複雑な曲線が多い漢字やひらがなでは、円、楕円にかわってベジエ曲線に代表される パラメトリック多項式曲線はますます重要になるとおもわれる。

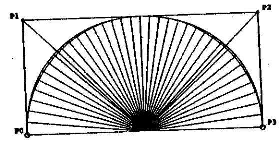


図 6-1 半円生成(ベジエ曲線)
Fig.6-1 Circle Generation(Bezier Curve)

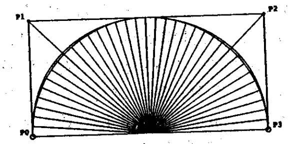


図 6-2 半円生成(拡張ベジエ曲線)
Fig.6-2 Circle Generation(Exteded Bezier Curve)

参考文献

1) P.Bezier :"Emploi des Machine a Commande Numerique", Masson & C^{ie},Paris,(1970).

2) 斎藤、穂坂：「拡張２次ベジエ曲線を用いた曲線近似法とそのベクトルフォントへの応用」,情報処理学会グラフィクスとＣＡＤ論文集,Vol.89,No.7;(1989).

3) N.Murayama:"A Polynomial for Automatic Contour Coding",Trans.IEICE,Vol.E72,N.5,(1989).

4) L.Piegle:"Interactive Data Interpolation by Rational Bezier Curves",IEEE CG & Aplication, Vol.7,No.4,(1987).

5) 村山 ：「拡張ベジエ曲線による整数図形の輪郭線符号化」,電子情報通信学会画像符号化シンポジュウム(PCSJ89)予稿集、(1989).

6) 斎藤,穂坂:「拡張２次有理由ベジエ曲線による高品位文字フォントの生成とその特徴」,情報処理学会論文誌,Vol.31,No.4,(1990).

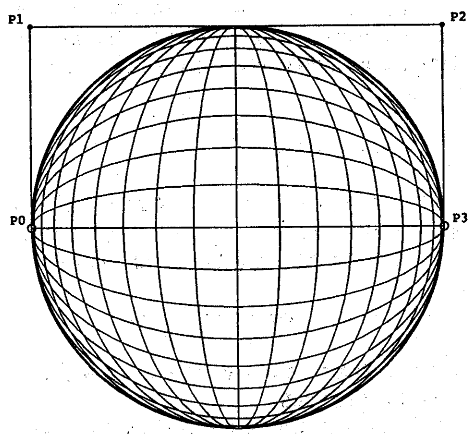
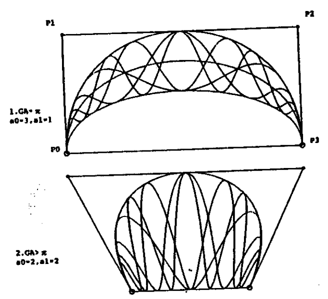


図 6-3 球面生成
Fig.6-3 Sphere Generation



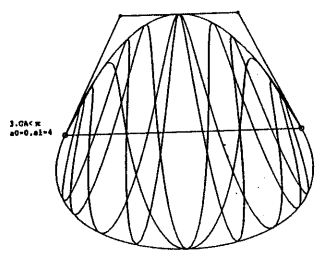


図 6-4 拡張ベジエ曲線(正弦変調)
Fig.6-4 Extended Bezier Curve(Sine Modulation)