

## バンプ・マップ表面上の影付けの一手法

角 浩一 乃万 司

九州工業大学情報工学部

光線追跡法において、バンプマッピングで凹凸が表現された面上に、点光源からの物体の影を映すと、表面の凹凸感をまったく反映せず不自然に見える。この場合、交点計算時に表面形状を直接考慮すればよいが、微小な表面形状に対する交点計算は一般にコストがかかる。本研究では、微小な表面形状に対し直接交点計算を行わずに、バンプマップされた面の微小な表面形状の影響を表現できる影付けの手法を提案する。ここでは、影計算の際に、局所的な表面形状データを用いて近似的に交点を求め直すので、微小な表面形状をもつ面への影の生成を、少ない計算コストで行うことができる。

### A Shadowing Method for Bump-Mapped Surfaces

Koichi Sumi Tsukasa Noma

Faculty of Computer Science and Systems Engineering

Kyushu Institute of Technology

Kawazu, Iizuka, Fukuoka 820, JAPAN

In ray tracing, a shadow cast on a bump-mapped surface from a point light source is unrealistic, because the roughness on the surface produces no effect on the shadow. This article proposes an approach to shadowing without the intersection calculation between a ray and the rough surface shape. In this approach, intersection calculation is performed between a ray and a 'smooth' surface, followed by shifting the point of intersection based on the approximated rough surface shape, and the shadow is generated from the shifted point of intersection. This satisfies both the reality of shadows and small computational cost.

## 1 はじめに

レンダリングにおいて、影の生成は重要な要素の一つである。不自然な影のある画像は、見る者に違和感を感じさせる。例えば、微小な表面形状を持つ地面に物体が置かれている場合、表面形状を考慮せずに影を生成すると影が浮いたように見え、同時に物体自身の位置も不自然に感じられる。

この場合、表面形状を直接考慮して影の画像生成を行えばよいが、これは一般に計算コストがかかる。特に正確な画像が要求されている場合を除けば、少ない計算コストで、表面形状の影響をうまく表現できる技法が望ましい。

本稿では、光線追跡法においてバンプマップされた面の影付けを表面形状を考慮して行う手法を提案する。ただし、点光源の直接光による影を対象とする。

## 2 光線追跡法における影付け

光線追跡法 [Foley90][Rogers85] は、陰影、反射、屈折を統一的に扱う代表的な手法である。光線追跡法における点光源による影は、光線と物体との交点での輝度を求める際に、その交点と光源とを結ぶ線分が他の物体と交差する場合はその交点の輝度には光源からの光の寄与を加えないことによって、生成することができる。このようにして得られる点光源の直接光による影の表現は、ラジオシティ法や面光源による影の表現に比べ一種の自然さでは劣るものの、力強い表現を生む。

一方、バンプマッピング [Foley90][Rogers85] は、微小な表面形状を表現する為に、実際に表面の形を変えるのではなく、凹凸に応じて表面の法線ベクトルのみを変化させる手法である。表面の交点自体には実際の起伏は反映しないが、

視覚的な表面の凹凸感を得ることができる。

しかし、光線追跡法において、バンプマッピングで凹凸が表現された面上に、点光源による影を映すと、表面の凹凸感をまったく反映せず浮いたように見える。これは、表面形状自体を考慮していないため、面上の交点と光源との間の線分が、凹凸のない場合と変わらないからである。

一般に、微小な表面形状が影に与える影響は、次の2種類に分類できる。

1. 表面の微小な凹凸が、その面自身に対して影を落とす場合。(図1)
2. 微小な表面形状が、他の物体からの影を変形させる場合。(図2)

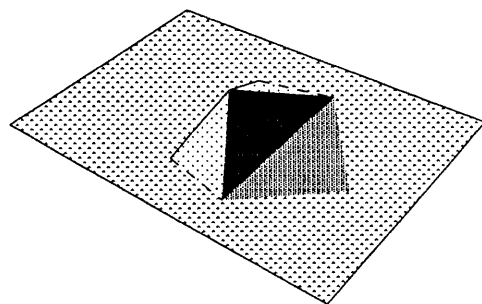


図1. 凹凸が面自身に対して影を落とす

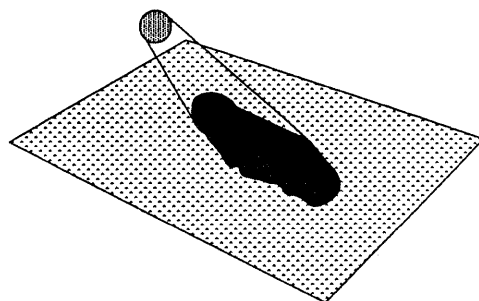


図2. 他の物体からの影を変形する

このうち1については、Max[Max86]が表にもとづく手法を提案している。しかし、本研究で対象とする2については、良い解決法が知

られていない。一つの方法としては、displacement mapping [Cook84] を考えることができる。しかし、これは光線追跡法においては、微小な表面形状を含めた物体と光線との交点を求めることと一致し、単純化にはならない。

### 3 手法の提案

上記の2の場合に対して、少ない計算コストで表面形状の影響を計算するために、我々は、局所的な情報で近傍の状況を推定することが適当であると考えた。これは、微小な表面形状を考えると、それほど厳密な計算は必要なく、近似的な結果が得られれば、影の生成には十分であると考えられるからである。そこで、本稿では次の手法を提案する。

- (1) 交点計算は、物体の表面形状を考慮せずに行う。
- (2) 影計算、すなわち面上の交点と光源とを結ぶ線分と他の物体との交差判定の際には、局所的な表面形状データを用いて近似的に交点を求め直し、その交点によって影計算を行う。

上記の手法では、交点計算は表面形状を直接考慮しないで行う。また、影計算も近似的に行うため、計算コストの面では表面形状を考慮しない場合とあまり変わらないと考えられる。

しかも、近似的な表面形状データによりずらした交点によって影付けを行うため、あたかも交点計算に表面形状を直接考慮したかのような影が得られることが期待される。

## 4 表面形状の近似

### 4.1 Taylor 展開による近似

局所的なデータから近傍の形状を推定するために、Taylor 展開を用いて最初に得られた交点の近傍の面の形状を推定し、その推定された面と光線との交点を求めることにする。

具体的には、点  $(u, w)$  における起伏を表す摂動関数を  $P(u, w)$  とする。その近傍  $(u_0 + h, w_0 + k)$  の起伏は、Taylor 展開により、以下のような式に表すことができる。

$$P(u_0 + h, w_0 + k)$$

$$= \sum_{r=0}^{N-1} \frac{1}{r!} \left( h \frac{\partial}{\partial u} + k \frac{\partial}{\partial w} \right)^r P(u_0, w_0) + R_N$$

(但し、 $R_N$  は誤差項)

ここで、 $N$  は近似の次数であり、これが大きいほど近似も正確であるが、その分計算コストもかかる。

そこで、適当な近似の次数を求めるために実験を行う。実験は、微小な凹凸のある平面に対して行い、平面の座標系とテクスチャ座標系とを同一視する。0次、1次および2次の場合については、上式より、以下のような近似式が得られる。

- (0次) 交点を含み、元の面と平行な平面に対して新たに交点計算を行う。

$$P(u_0 + h, w_0 + k) \doteq P(u_0, w_0)$$

- (1次) 交点において、元の面に接する平面に対して、新たに交点計算を行う。

$$P(u_0 + h, w_0 + k)$$

$$\doteq P(u_0, w_0) + \frac{\partial P(u_0, w_0)}{\partial u} h + \frac{\partial P(u_0, w_0)}{\partial w} k$$

- (2次) 交点において、元の面に接する2次曲面に対して、新たに交点計算を行う。なお、

ここでは  $\frac{\partial^2 P}{\partial u \partial w}$  の項は無視している.

$$P(u_0 + h, w_0 + k) \doteq P(u_0, w_0) + \frac{\partial P(u_0, w_0)}{\partial u} h + \frac{\partial P(u_0, w_0)}{\partial w} k + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 P(u_0, w_0)}{\partial u^2} h^2 + \frac{\partial^2 P(u_0, w_0)}{\partial w^2} k^2 \right)$$

#### 4.2 近似的な交点計算

以下で、平面において1次近似を行う場合を例に、その原理を説明する(図3). 但し、図3は説明のため2次元的な図となっている.

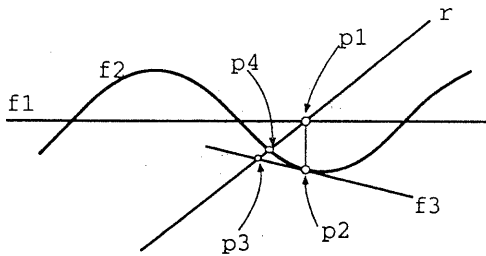


図3. 交点計算の方法

まず、光線  $r$  と微小形状を考慮していない平面  $f1$  との交点  $p1$  を求める. その点における起伏を、与えられたデータから求め、求めた起伏分だけ平面の法線方向にずらした点を  $p2$  とする. この点において微小形状を持つ面  $f2$  に接する平面  $f3$  を考える. その平面と光線  $r$  との交点  $p3$  を新たな交点とすると、これは真の交点  $p4$  を近似しているといえる.

なお、0次近似の場合の面  $f3$  は、面  $f1$  に平行で点  $p2$  を含む平面となり、また、2次近似の場合の面  $f3$  は、点  $p2$  において面  $f2$  と2次導関数まで一致した2次曲面となる.

#### 4.3 離散的なデータ

与えられる表面形状の記述は関数(式)の形で与えられることもあるが、観測データなどの離散的なデータで与えられる場合も多い.

この場合に、例えば面の傾きを求めるときは、交点に隣接する点のデータを求め、その差で求められる近傍の面の傾きを近似的な微分値とみなした. また、座標値が一般に実数値になる場合は、隣接点の微分値を双1次補間して用いた.

#### 5 実験とその評価

それぞれの近似の次数について、立方体の影をバンプ・マップされた平面上に映す実験を行い、表面形状を考慮しない場合との比較を行った. 起伏のデータとしては、2次元の離散データを使用した.

まず、図4にバンプマッピングのみを適用した画像を示す. バンプマッピングによって、面の表面には凹凸感があるが、影がその凹凸感とは無関係に生成されており、不自然であるのが分かる.

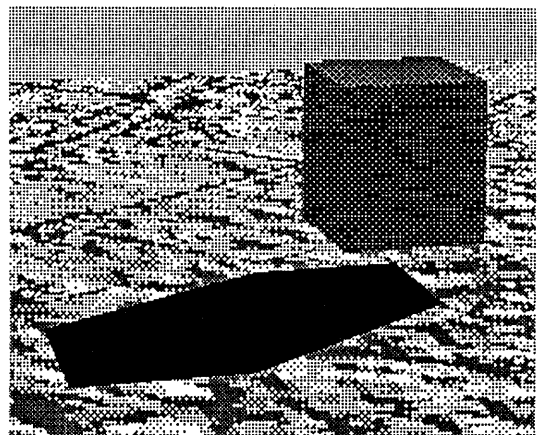


図4. バンプマッピングのみ

そこで、0次、1次および2次の近似を用いた例を、それぞれ図5、図6および図7に示す. 表面の凹凸感に応じた影がおおよそ得られている. バンプマッピングで得られた凹凸感に合っており、物体と影との配置の違和感がほとんど感じられない. これら3つの画像を比べて

みると、2次の場合がやや優れているものの大きな差は認められない。

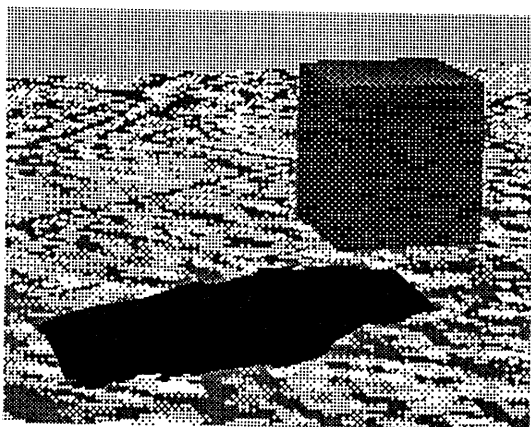


図5. 0次近似

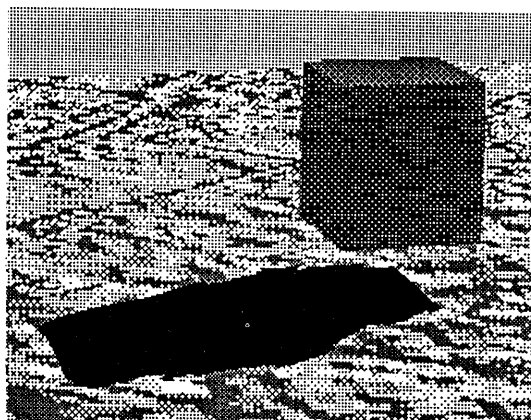


図6. 1次近似

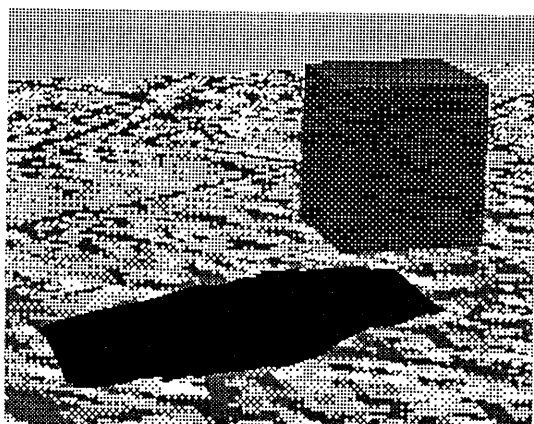


図7. 2次近似

計算コストの面から考えると、0次の近似が明らかに有利である。また、影の形状も上の結果と比較すると、他の場合とさほど変わらないリアリティを得ている。したがって、近似の次数は0次で十分であると考えられる。

## 6 曲面へのマッピング

バンプマップされた曲面上に影が落ちる場合も、平面への影付けの場合と同様に影の生成を行うことができる。

例えば、0次近似の場合においても厳密に考えると、曲面から交点における起伏分の距離にあるオフセット面に対して、光線との交点計算を行い、新たな交点を求める必要がある。このオフセット面の形状は、一般に微小形状を考慮していない面の形状と一致する。例えば、平面の場合ならオフセット面も平面、球の場合ならオフセット面も球となる。

しかし、一般には、起伏を考えない場合の‘なめらかな’面の曲率は、起伏のそれに対して十分に小さいので、オフセット面として常に平面を用いても問題はない。

ここで、[Rogers85]に基づき、0次および1次の場合の計算方法を整理する。 $Q(u, w)$ をパラメータ  $u, w$  で表される面、凹凸を与える摂動関数を  $P(u, w)$  とする。 $Q_u, Q_w, P_u, P_w$  をそれぞれ  $Q$  の  $u, w$  方向への偏微分、 $P$  の  $u, w$  方向への偏微分とすると、摂動されていない(滑らかな)面の法線  $n$  は、

$$n = Q_u \otimes Q_w$$

摂動された(バンプマップされた)面の法線  $n'$  は、

$$n' = Q_u \otimes Q_w + \frac{P_u(n \otimes Q_w)}{|n|} + \frac{P_w(Q_u \otimes n)}{|n|}$$

となる [Rogers85].

さらに、影計算を0次近似で行なう場合は、光線を  $r + st$  とすると、滑らかな面との交点  $Q$ 、そこでの擾動値  $P$  に対し、交点を  $r + st_0$  とし、影計算を行なえばよい。ただし、 $t_0$  は、

$$t_0 = \frac{(Q + P \frac{n}{|n|} - r) \cdot n}{s \cdot n}$$

とする。もとの交点と比べると、交点を

$$s \frac{P|n|}{s \cdot n}$$

だけずらせばよいことがわかる。また、 $n'$  は、1次近似の平面の法線ベクトルを表していると考えれば、 $t_0$  を、

$$t_0 = \frac{(Q + P \frac{n}{|n|} - r) \cdot n'}{s \cdot n'}$$

とすると、1次近似の交点を得られる。

上記の方法で、バンプ・マップされた球面上へ直方体の影を映した場合の例を図8に示す。近似は0次近似を用いている。

## 7 むすび

本研究では、光線追跡法において、バンプマップされた面上に映る影に、面上の微小形状を反映させる手法を提案した。この手法は、起伏の大きな場合などは適用が困難であるが、影を通して表面の凹凸感を高める有効な手法であると考えられる。また、この手法は交点計算終了後に近似的に displacement mapping を行う手法であるとも解釈できる。

今後は、Max[Max86] がとりあげた場合、すなわち表面の凹凸が面自身へ影を落とす場合を組み合わせるにより、微小な表面形状をもつ面上の影をより自然に表現することを考えたい。

## 謝辞

日頃より御指導、御討論をいただいている九州工業大学情報工学部岡田直之教授に感謝致します。

## 参考文献

- [Cook84] Cook, R. L.: Shade Trees, *Comput. Graph.*, vol. 18, no. 3, pp. 223-231, 1984.
- [Foley90] Foley, J. D., van Dam, A., Feiner, S. K. and Hughes, J. F.: *Computer Graphics: Principles and Practice*, 2nd ed., Addison-Wesley, 1990.
- [Max86] Max, N. L.: Shadows for Bump-Mapped Surfaces, in: Kunii, T. L.(ed.), *Advanced Computer Graphics*, Springer-Verlag, pp. 145-156, 1986.
- [Rogers85] Rogers, D. F.: *Procedural Elements for Computer Graphics*, McGraw-Hill, 1985.

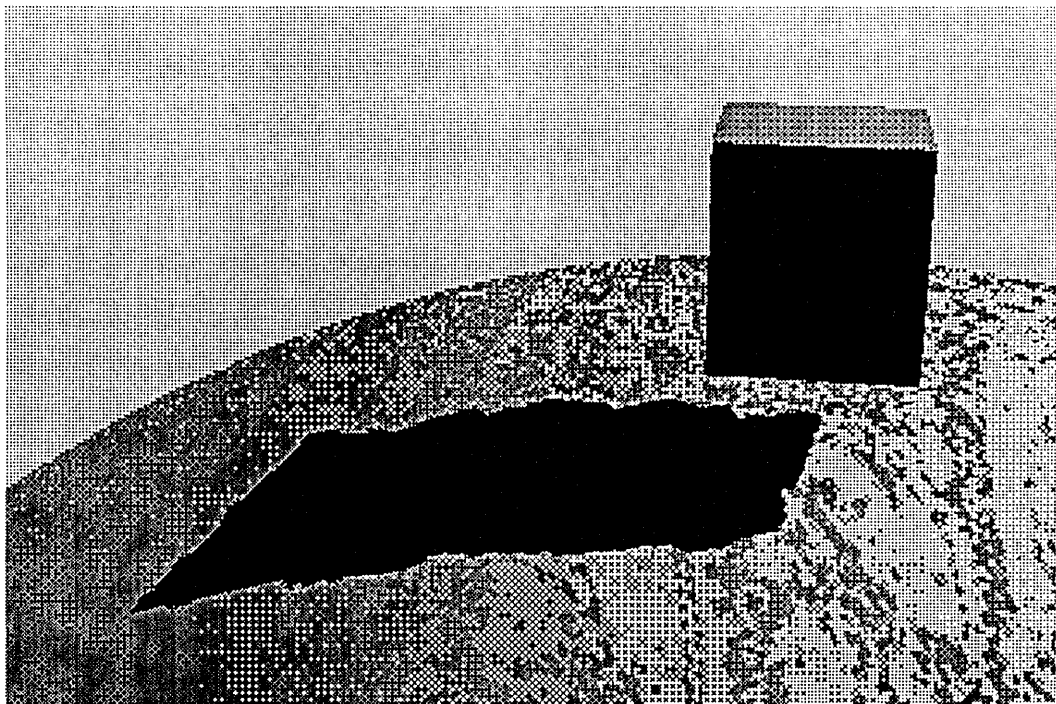


図 8. 曲面上への影