

マーチングキューブ法の改良アルゴリズムについて

* 石井智海, ** 安田孝美, ** 横井茂樹, ** 鳥脇純一郎

* 花王文理科学研究所, ** 名古屋大学工学部情報工学科

* 〒131 東京都墨田区文花2丁目1番3号

** 〒464-01 愛知県名古屋市千種区不老町

あらし

ボリュームデータ空間において、注目したいレベル値を持つ点の集合の空間分布状態を形状表現する手法としてMarching Cubes法(MC法)が有名である。この方法は、スカラーフィールド値の3次元データから一定の値を持つ表面を抽出し、3角形パッチ群で近似構成する方法である。しかし、MC法により生成される表面には穴が発生する事実が指摘されている。

本文では、まず、ある状況において生成された表面に穴が発生するというMC法の欠点の原因を説明し、そのうち、MC法の処理において穴の発生する状況を検出し、穴を塞ぐ3角形パッチを生成するという改良アルゴリズムを提案する。また、この改良アルゴリズムを実際の処理に適用し良好な結果が得られたことを示す。

和文キーワード CG, ボクセル, ボリュームデータ

An improved algorithm of the Marching Cubes method

Tomomi Ishii*, Takami Yasuda**, Shigeki Yokoi**, Jun-ichiro Toriwaki**

* Kao Knowledge&Intelligence Science Institute

**Department of Information Engineering, School of Engineering, Nagoya University

* 1-3, Bunka 2-Chome, Sumida-ku, TOKYO, 131, JAPAN

**Furo-cho, Chikusa-ku, NAGOYA, 464, JAPAN

Abstract

The Marching Cubes method is famous which shows the status of distributed points with equal value by generating equivalent surface. This method extracts equivalent surface from 3D scalar data, and constructs this surface by approximate triangle patches. But the Marching Cubes method has a disadvantage, that is, generated surface has holes in some condition.

In this paper, we make clear the cause of hole occurrence, and we propose an improved Marching Cubes method which detects the condition of hole occurrence and prevents it by blocking holes with triangle patches. In addition, we show examples of applying our method to some 3D data.

英文 key words CG, voxel, Volume Data

1. まえがき

コンピュータグラフィックスの分野でボリュームデータに関する研究が盛んである。医療分野や計算機シミュレーションの分野において計測データや計算結果データがボリュームデータとして提供される場合や、雲や炎といった形状が不定形で不規則な物体をCGで表現しようとする場合に、従来のサーフェス型のCG技術（幾何プリミティブとしてサーフェスを用いて物体をモデリングした後にレンダリングする技術）では対応できず、ボリュームデータをいかに可視化するか、あるいは本来ボリュームデータとして扱える物体や現象をどのようにモデル化するかといった研究が行われている^{1)・2)・3)・4)}。ボリュームデータの可視化については、データ空間において、注目したいレベル値を持つ点の集合の空間分布状態を形状表現する手法と、半透明効果を用いてデータ空間全体を表現する手法の2つのアプローチがある^{5)・6)}。前者のアプローチでは、Marching Cubes法(MC法)による等値面生成手法が有名であり⁵⁾、各分野で用いられている。この方法は、スカラーフィールド値(以下濃度値と呼ぶ)の3次元データから一定の値を持つ表面(等濃度値面)を抽出し、3角形パッチ群で近似構成する手法である。しかし、MC法により生成される表面には穴が発生する事実が指摘されている⁷⁾。

本文では、ある状況において生成された表面に穴が発生するというMC法の欠点の原因を説明し、その改良アルゴリズムを提案する。その際、穴の発生する状況を検知し発生した穴を3角形パッチで塞ぐという我々が提案するアルゴリズムと、連結性の概念を用いて穴の発生する状況を作り出さないようにするアルゴリズムとを比較検討する。

なお、穴の発生を防ぐのに双曲線の漸近線による判定を用いた方法⁸⁾が既に発表されているが、この方法は形状の位相の決定にCube頂点の濃度値を用い、照合パターン数を大幅に増加させるという複雑な処理となっている。これに対して我々の方法は、従来のMC法の処理方法(位相の決定はCube頂点の濃度値と等濃度値面の値の大小関係によるただか15通りの照合パターンに基づく処理方法)を基本において穴

の発生する状況に応じて例外処理を行う方法であり、MC法の簡単さ・明瞭さといった特徴を保持している。

以下の章において、2章ではMC法についての概略を述べ、3章ではMC法で穴が発生するという現象の解明とその改良アルゴリズムについて述べる。そして4章では改良アルゴリズムの適用例をしめす。

2. MC法のアルゴリズム

スカラー値の3次元データから、一定の濃度値を持つ表面(等濃度値面)を3角形パッチ群で近似構成するMC法は、大きく分けて次の2つの処理から成る。

- ①. 指定された濃度値に対応する等濃度値面の位置を定め、その表面を近似表現する3角形パッチ群を生成する。
- ②. 表面の法線を定めるために、それぞれの3角形パッチの頂点での法線ベクトルを計算する。

MC法の具体的な処理の内容は次のようになる。

(1) Cubeの作成

2枚の連続するスライスの隣接する各4画素(2×2画素)を頂点とする論理的な立方体(Cube)を作成する(図1)。このCubeと表面がどのように交差するかを調べ、交差する場合には表面を近似する3角形の生成および法線ベクトルの計算を行う。続いて隣のCubeに移動し、同様の処理を行う。以下全データにわたってこの処理を反復する。

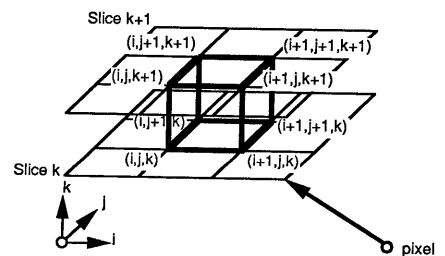


図1 スライスデータからのCubeの作成

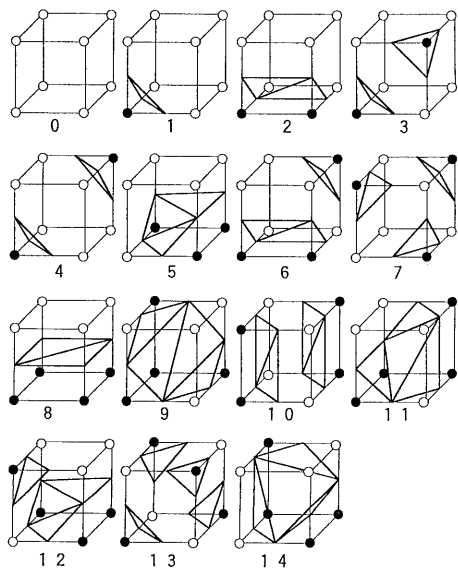
(2) Cubeと表面の交差判定

Cube頂点の濃度値が、指定された表面の濃度値以上の場合にその頂点に1を、その他のとき

0を割り当てる。値1の頂点は表面の内部あるいは表面上の点、値0の頂点は表面の外部の点である。これらCube頂点に割り当てられた1あるいは0の値を、以後Cube頂点の属性値と呼ぶ。このとき、Cubeの8つの頂点の属性値の合計が0でも8でもない場合にCubeと表面は交差するとみなす。

(3) Cube頂点属性値と近似表面のパターン化

Cubeの8頂点の属性値に対応して、3角形パッチ群による近似表面をパターン化する。この際、8頂点への属性値の可能な割り当て方は256通り存在するが、反転の対称性と回転の対称性と呼ぶ2つの対称性を用いて照合パターン数を15通りに減少させる。反転の対称性は、 \llcorner 8頂点の属性値(1または0)をすべて反転させた場合に反転の前後で生成される3角形パターンは不変である \gg - 命題1, という命題に基づき、また、回転の対称性は、 \llcorner 8頂点の属性値をxyzそれぞれの軸回りに90度の整数倍だけ回転させたときに一致する照合パターン群は同一に取り扱える \gg - 命題2, という命題に基づいて、それぞれ照合パターンを減少させている。このとき、Cubeのエッジと表面が交差してできる交点とそのときに対応する表面近似3角形パッチは図2のようにパターン化される。



●: 属性値1の頂点, ○: 属性値0の頂点, 太線: 交差線
図2 Cubeの表面近似3角形のパターン化

(4) Cubeの照合と交点位置の計算

現在処理対象となっているCubeをその頂点属性値に基づき、反転の対称性および回転の対称性を考慮した上で反転処理あるいは回転処理を施した後、15通りのパターンと照合する。属性値1および属性値0の頂点数が等しい(4個ずつ)Cubeにおいては、反転処理は施されない(図2のCube番号8~14が相当)。そして、Cubeエッジと表面の交点位置すなわち3角形パッチの頂点位置は、交点をもつエッジの2つの頂点における濃度値と表面の濃度値から線形補間で求める。すなわち、エッジの2つの頂点 V_0, V_1 での濃度値を D_{V_0}, D_{V_1} 、位置ベクトルを P_{V_0}, P_{V_1} としたとき、表面の濃度値が D_s ならば、交点の位置ベクトル P_s は次式の通りである。

$$P_s = \{ (D_{V_1} - D_s) P_{V_0} + (D_s - D_{V_0}) P_{V_1} \} / (D_{V_1} - D_{V_0}) \quad (1)$$

(5) 3角形頂点での法線ベクトルの計算

3角形頂点での法線ベクトルは、Cubeの交点での濃度勾配ベクトルとして求める。すなわち、交点を持つCubeエッジの2つの頂点での濃度勾配をそれぞれ求め、そのうち式(1)と同様にして交点での密度勾配を線形補間で求め、これを法線ベクトルとして用いる。Cubeの頂点 (i, j, k) での濃度値すなわちk番目のスライスの (i, j) ピクセルの濃度値を $D(i, j, k)$ としたとき、この頂点での濃度勾配ベクトル $G(i, j, k)$ (ベクトル成分を G_x, G_y, G_z とする)は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} G_x(i, j, k) &= \{ D(i+1, j, k) - D(i-1, j, k) \} / \Delta x \\ G_y(i, j, k) &= \{ D(i, j+1, k) - D(i, j-1, k) \} / \Delta y \\ G_z(i, j, k) &= \{ D(i, j, k+1) - D(i, j, k-1) \} / \Delta z \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ はCubeのエッジの長さである。この G を単位ベクトルにすることにより頂点での単位法線ベクトルとする。

なお、Cube作成において2枚の連続するスライスが必要であることと、3角形頂点での法線ベクトル計算における式(2)からわかるように、Cubeのすべての頂点における濃度勾配を求めるためにスライスデータを4枚分メインメモリに格納しておく必要がある。

上記のMC法を計算機で実行する手順を要約すると以下ようになる。すべてのスライスデータについて4枚ずつ連続的に①~⑦の処理を行う。

- ①. メインメモリに連続するスライスデータを4枚分読み込む。
- ②. 2枚目と3枚目のスライスデータのそれぞれ4つの隣接ピクセルからCubeを作成する。以下の③～⑦の処理は2, 3枚目のスライスデータから作られるすべてのCubeに対して処理される。
- ③. 作成したCubeの頂点濃度値と表面濃度値の大小関係からCubeの頂点に1あるいは0を属性値として割り当てる。
- ④. 属性値を割り当てられたCubeを、反転および回転の対称性を考慮した上で15通りのパターンと照合し、表面を近似する3角形の頂点とエッジの対応を求める。
- ⑤. Cube頂点の密度値と表面密度値から、線形補間によって3角形の頂点位置(交差位置)を求める。
- ⑥. Cube頂点での密度勾配を求め、これを用いて線形補間により3角形の頂点での法線ベクトルを求める。
- ⑦. 3角形の頂点位置と法線ベクトルを出力する。

3. MC法の欠点と改良アルゴリズム

3.1 MC法における穴発生

図2の15通りのパターンと照合して3角形パッチを生成する際に、隣接するCube間で矛盾が発生し、生成された近似表面に穴が発生する場合がある(図3)。

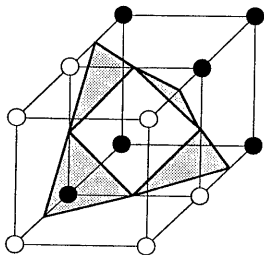
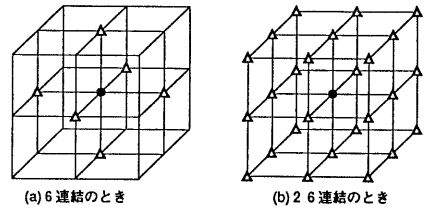
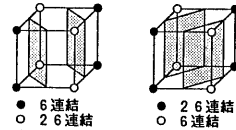


図3 MC法における穴の発生の例



(a) 6連結のとき

(b) 26連結のとき



(c) 連結状態の違いによる表面生成の違い

(注目している画素●と△の濃度値が等しいときにこの●と△は互いに連結していると考え、△のない頂点はその濃度値に関係なく●頂点とは連結していないと考え。)

図4 6連結・26連結の説明図(文献9)

ここでは、3次元画像処理で使われる概念である6連結・26連結の考え(図4)を用いてこの矛盾発生の原因を解明し、穴の発生する状況を明確にする。

ところで、3次元デジタル図形の処理では、0画素集合または1画素集合のいずれかを6連結で扱うときは他方は26連結で扱わなくてはならない。このような3次元デジタル図形における連結性の扱い方と関連づけて考えてみると、命題1-反転の対称性に関する部分-は、図形(1画素集合)の連結性を26連結、6連結のいずれで扱っても3角形パッチの正しいおき方が同一である場合においてのみ正しい。この観点から上記のアルゴリズムを検討してみよう。

まず、上記のMC法アルゴリズム(判定)の④において、白黒反転を伴う照合が行われた場合には、その部分では1画素集合の連結性を上の意味では反転して考えたことに対応する点に注意する。

例えば、図5のようにCube1, Cube2の2つのCubeが隣接している状況を考え、黒丸(●)は頂点の属性値が1の状態(以下1画素とかく)を、白丸(○)は0の状態を表す(以下0画素とかく)とすると、2つのCubeの隣接面での白黒の組み合わせは図6の4通りである。

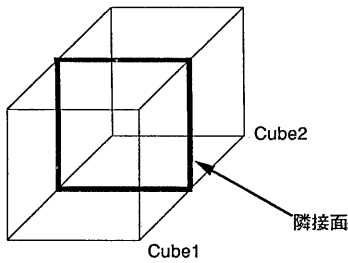


図5 2つのCubeと隣接面

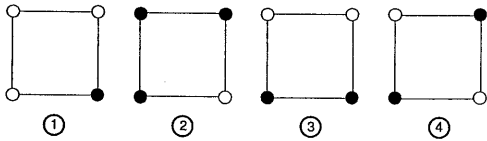


図6 隣接面での白・黒の状態の組み合わせ

そして、MC法が反転に関する対称性を用いるということは、隣接するCubeごとに6連結・26連結の連結状態を変化させて考える可能性があることを意味する。そこで、黒(1画素)の連結性に注目すると、Cube1とCube2における連結性の組み合わせは、

$$(Cube1の1画素の連結, Cube2の1画素の連結) = \{(26, 26), (26, 6), (6, 26), (6, 6)\} \quad (3)$$

の4通りのどれかを実質的に採用することになると考えられる。

このとき図6の隣接面状態の①～③に対しては、表面(3角形パッチ)とこの隣接面の交線が図7のように発生し、0画素と1画素の連結性が6連結・26連結のどちらでも適用可能なので、式(3)のすべての場合に対して矛盾は生じない。しかし隣接面状態④では、式(3)の(26, 6)と(6, 26)のときには隣接面でのCube1側の交線とCube2側の交線が一致しない(図4cおよび図8)。

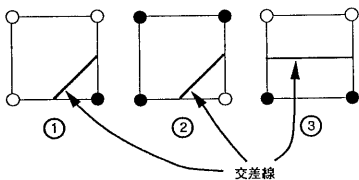


図7 図6①～③の隣接面での交差線の状態

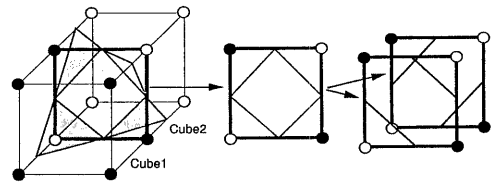


図8 図6④の隣接面での矛盾

この結果生じる4つの交線で囲まれた部分は、一方のCubeでは0画素集合を26連結でもう一方のCubeでは1画素集合を26連結で扱うことになり、実質的には白と黒の領域の境界面(等濃度値面)になっているにもかかわらず、表面を近似する3角形が作られないという矛盾が発生する。以上のことをまとめると表1のようになる。

Cube1 Cube2	黒26連結 黒26連結	黒26連結 黒6連結	黒6連結 黒26連結	黒6連結 黒6連結
面④の状態				
①	○	○	○	○
②	○	○	○	○
③	○	○	○	○
④	○	矛盾	矛盾	○

表1 2つのCubeの連結性の状態と隣接面での整合性

3.2 改良MC法

前述のMC法の穴の発生を防ぐ改良アルゴリズムを考える。

穴が発生するのは、隣接する2つのCubeで次の2つ条件が成り立つときである。

条件1) 2つのCubeが図6の④の面(以後この面をキー面と呼ぶ)を隣接面として共有する。
条件2) 反転の対称性を用いた照合の結果、2つのCubeにおける6連結・26連結の連結状態が一致していない。

条件1)を2x2画素のCubeのすべて(図2の15通り)について調べると、Cube番号3,6,7,10,12,13のみがキー面を有していることがわかる。また、条件2)は、反転の対称性において、一方のCubeは頂点属性値の反転処理が施され、もう一方は反転処理を受けていない場合、

かつ、その場合にのみに対して生じる。さらに、Cube番号10,12,13は0画素と1画素の数が同数なのでパターン照合の際に反転処理は受けない。

以上より、穴が発生するのは次の状況においてである。

”キー面を共有し隣接する2つのCubeにおいて、その一方のみがMC法の交差判定時の頂点属性値の反転処理を施された後、図2のCube番号3,6,7のパターンのいずれかと一致し、もう一方のCubeが反転処理を施されることなしに図12のパターンのいずれかと一致するとき、キー面において穴が発生する。”

改良MC法では、この穴の発生する状況を検出し、図9のように穴のあくキー面に2つの3角形を生成し、穴を塞ぐ処理をする。すなわちMC法の処理④が以下のように④'に変更される。

④' 属性値を割り当てられたCubeを、対称性を考慮した上で15通りのパターンと照合し、表面を近似する3角形パッチの頂点とエッジの対応を求める。さらに穴発生が成り立つ場合には、すでに求まっている3角形パッチ群に加えての穴を塞ぎ表面を近似する2つの3角形パッチの頂点とCubeエッジの対応を求める。

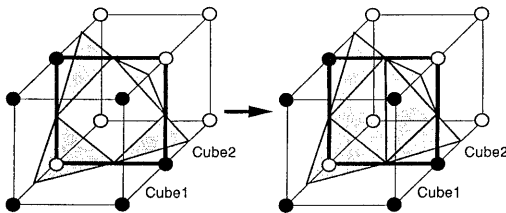


図9 キー面に発生した穴の閉鎖

これまで述べてきた、MC法における穴発生を防ぐアルゴリズムは、穴の発生する状況を検知し、新たに表面近似3角形パッチを生成して穴を塞ぐというものであった(これを改良アルゴリズム1と呼ぶことにする)。

これに対して、穴の発生する状況を生み出さないようにして穴の発生を防ぐ方法が考えられる(これを改良アルゴリズム2と呼ぶことにする)。まず、すべてのCubeにおいて連結性の種類が一致していれば条件2は成り立たず、穴は

発生しない。各Cubeにおける連結性の状態が変化するのは、命題1に基づいて反転の対称性を利用しているためであり、反転の対称性を禁止することにより条件2の成立を防ぐことができ、穴の発生を防ぐことが可能になる。ただし、これに伴い照合パターン数を15通りから23通りに増加しなければならない(図10)。このことは、表面全体にわたって常に1画素を6連結、0画素を26連結(またはその逆)と固定することに等しい。

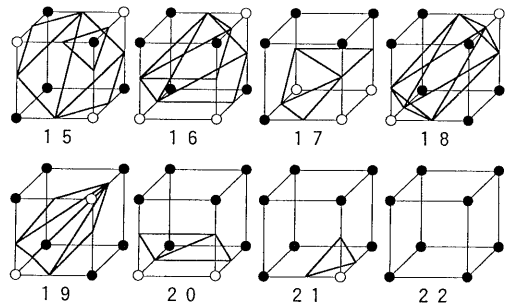


図2にさらに8パターンくわえ23パターンにする。

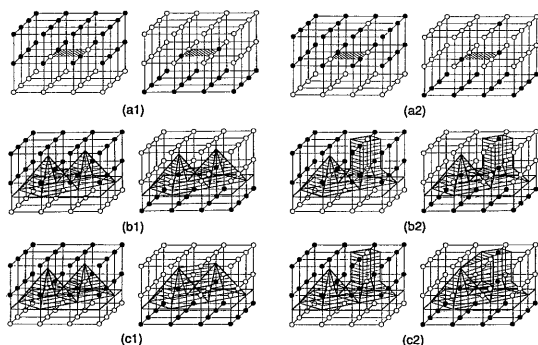
図10 反転の対称性禁止に伴う照合パターンの増加

ここで、反転の対称性の特徴を考えてみると以下のようなになるであろう。

- ①. 穴の発生する状況を作り出してしまふ(欠点)。
- ②. 照合パターン数を減少させる(長所)。
- ③. 生成された近似表面の形状の変動が小さい(長所)。

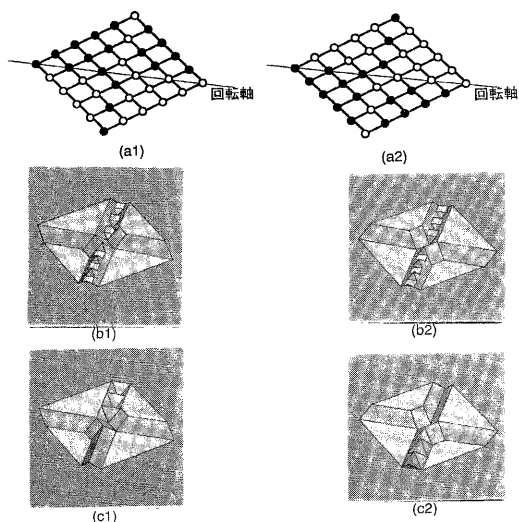
③の長所について考えてみる。改良アルゴリズム1が穴を塞ぐ処理の際に生成した近似表面と、同じ状況で改良アルゴリズム2が生成した近似表面の例を図11_1に示す。図11_1からわかるように、改良アルゴリズム1の生成した表面はCube頂点の属性値の反転の前後において変化していないが、改良アルゴリズム2では大きく変動している。図11_2においても、(a)の白黒パターンを見ると、白領域と黒領域は同じ形状で表面近似されることが期待され、改良アルゴリズム1ではそれが実現されているが、改良アルゴリズム2では反転の対称性が無いため白領域と黒領域の表面近似形状は大きく異なってしまう。このことは、近似表面をみ

てオリジナルのデータを推測する際に障害になる可能性がある。



(a1),(a2)テストした白黒パターン、斜線の部分がkey面、(b1),(b2)改善アルゴリズム1による表面生成、(c1),(c2)改善アルゴリズム2による表面生成

図 1 1 - 1 形状の変動性の違い



(a)テストした白黒パターン、(b)改善アルゴリズム1による表面生成、(c)改善アルゴリズム2による表面生成、(a2)は(a1)を軸回りに180度回転させたもの、(b)、(c)についても同様。

図 1 1 - 2 形状変動性の違い

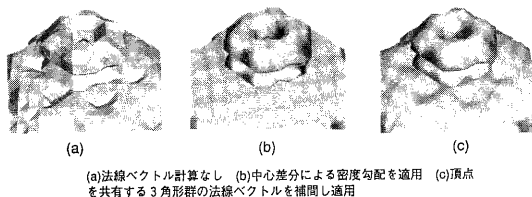
反転の対称性を禁止し白と黒の連結性を固定・保証することは、3次元画像処理の位相に関する処理を行う場合には不可欠であるが、表面の表示においては反転の対称性を用いてオリジナルデータを推測しやすくすることが優先される、という考えに基づき、近似表面を見て診断や解

析を行う場合には、変動は小さい方がよいと考え、これを改良アルゴリズム1の長所とする。

以上より、反転の対称性を使用する上で、①の欠点を穴の発生する状況を検知し穴を塞ぐ処理を行うことにより克服し、②、③の長所を活かす改良アルゴリズム1は有効であると考えられる。

4. 改良MC法の応用例

改良アルゴリズム1と従来のMC法をそれぞれ適用した例を示す。生成画像において穴のあいている部分を白抜きで示す。なお、表面近似3角形の頂点における法線ベクトルは、中心差分による密度勾配を用いる方法が低解像度の3次元データでは精度が問題となるので、注目している頂点を共有する3角形群の法線ベクトルを補間して求めている(図12)。対象とした3次元デジタル画像は次の2種類である。

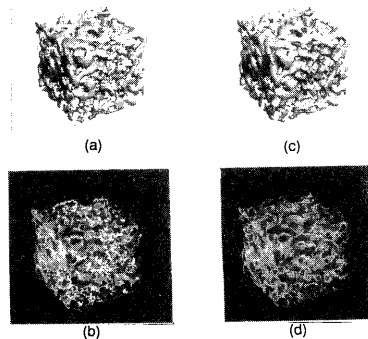


(a)法線ベクトル計算なし (b)中心差分による密度勾配を適用 (c)頂点を共有する3角形群の法線ベクトルを補間し適用

図 1 2 法線ベクトル計算法の違いによる生成画像の違い

①. 乱数データへの適用

一様乱数で発生させた値を密度値とする3次元データ(サイズ: $21 \times 21 \times 21$)について等値面を生成した例を図13に示す。



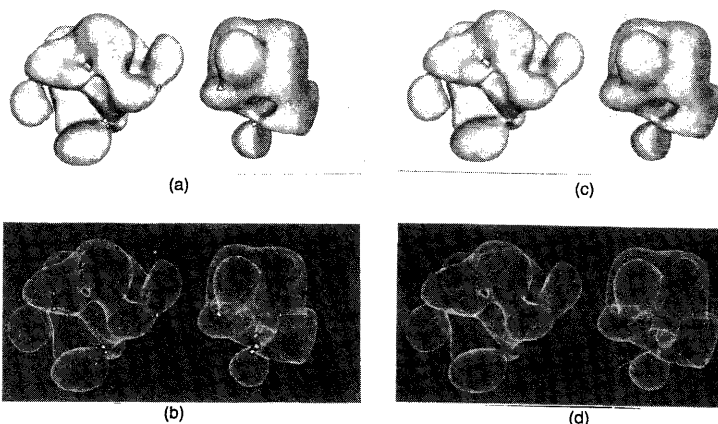
従来のMC法の(a)不透明表示、(b)半透明表示
改善アルゴリズムによる(c)不透明表示、(d)半透明表示

図 1 3 乱数データへの改良アルゴリズムの適用

②. 分子データへの適用

分子データ（アスコルビン酸の電荷密度データ）の値を密度値とする3次元データ（サイズ：34×34×34）について等値面を生成した例を図14に示す。

2つの適用例において、従来のMC法では発生していた穴が、改良アルゴリズム1では防がれていることが確認できる。



従来のMC法の(a)不透明表示、(b)半透明表示
改良アルゴリズムによる(c)不透明表示、(d)半透明表示

図14 分子データへの改良アルゴリズムの適用

5. むすび

本文では、等値面生成アルゴリズムとして有名であるMarching Cubes法における穴の発生の原因を連結性の概念を用いて説明した。そして、穴の発生する状況を検知し穴を塞ぐ処理を行う、という改良アルゴリズムの提案を行った。さらに、2種類の改良アルゴリズム「我々の提案するアルゴリズム（改良アルゴリズム1）」と、「穴の発生する原因となる反転の対称性を用いないことにより穴の発生を防ぐアルゴリズム（改良アルゴリズム2）」との比較を行い、反転の対称性の有効性を活かす観点に立つ場合に、我々のアルゴリズムが有効であることを示した。また、この改良アルゴリズムを乱数データと分子データに適用し良好な結果が得られたことを示した。

参考文献

[1] Drebin, R., Carpenter, L., Hanrahan, P., Volume Rendering, Computer Graphics, Vol. 22, No. 4, pp. 65-74 (1988).
 [2] Blinn, J., Light Reflection Functions for Simulation for Clouds and Dusty Surface, Computer Graphics, Vol. 16, No. 3, pp. 21-29 (1992).
 [3] Perlin, K., Hypertexture, Computer Graphics, Vol. 23, No. 3, pp. 253-262 (1989).

[4] 鳥脇純一郎, 最近の医用画像3次元表示の基本手法, 医用電子と生体工学, Vol. 24, No. 5, pp. 293-303 (1986).
 [5] Lorensen, W., Cline, H., A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm, Computer Graphics, Vol. 21, No. 4, pp. 163-169 (1987).
 [6] Sabella, P., A Rendering Algorithm for Visualizing 3D Scalar Fields, Computer Graphics, Vol. 22, No. 4, pp. 65-74 (1988).
 [7] Durst, M. J., Letters: Additional Reference to "Marching Cubes", Computer Graphics, Vol. 22, No. 2, pp. 72-73 (1988).
 [8] Nielson, G. M., Hamann, B., The Asymptotic Decider: Resolving the Ambiguity in Marching Cubes, Proc. Visualization '91, pp. 83-90 (1991).
 [9] 鳥脇, 横井, 3次元デジタル画像処理アルゴリズムの基礎, 電子通信学会論文誌, Vol. J68-D, No. 4, pp. 426-433 (1985).