

制約充足問題としての三面図からの物体自動合成 — 擬似ブール代数解法による —

伊藤 潔 (上智大学)

三面図が表す三次元物体を求める手段として、単純に各面図の頂点や線分について各面図間で対応をとり、三次元空間上の頂点と稜線から成るワイヤフレームモデルを作成し、それらの稜線で囲まれた領域を面として認識したサーフィスモデルを作成する方法が考えられる。この方法をとると、虚物体要素を含むサーフィスモデルを作成してしまう場合がある。この虚物体要素を含むサーフィスモデルから所望の物体を見出すためのこれまでの多くの方法では、試行錯誤的な探索プロセスのアルゴリズムを提案している。我々の方法は新たな探索アルゴリズムではなく、連立の非線形の擬似ブール代数等式・不等式を用いた非線形計画法による制約充足問題とみなして解く手法である。そこでは、候補物体要素の真偽を適切に見極めるための真偽決定規則として、物体要素群が多面体を構成するための条件および三面図に合致するための条件を挙げる。それらの条件を非線形項による擬似ブール連立式で定式化する。この定式化に基づいて候補物体要素群を連立式として立式する。この連立式の解を基に、多面体を構成し、かつ三面図に合致する物体要素群を求める。三面図に適合する全ての多面体はこの計画問題の制約式を連立して解いたものとなり、常識的と思われる多面体のみ合成は、heuristicsに基づいた目的関数を与えてこの計画問題を解いたものとなる。

Solid Construction from Orthographic Views as Constraint Satisfaction Problem

Kiyshi Itoh

Laboratory of Information and Systems Engineering, Sophia University

Kioi-cho 7-1, Chiyoda-ku, Tokyo 102, Japan

itohkiyo@hoffman.cc.sophia.ac.jp

A surface model representation of a solid can be constructed in straightforward fashion from its orthographic views. Such a representation, however, may include ghost vertices, ghost edges and ghost faces. In the basis on a set of valid topological / geometrical rules dominating the surface model representation of solids, such ghosts can be removed by the formal constraint satisfaction problem by "Pseudo Boolean Algebraic Nonlinear Programming". This method solves a system of simultaneous equations based on the above rules for the surface model representation with ghosts, and it produces a true surface model representation without ghosts. This paper describes the processing flow, formalization and applicability of our methods with use of some examples. All polyhedra satisfying the orthographic views can be constructed by solving the simultaneous equations on the constraint part of nonlinear integer programming. A unique polyhedron can be constructed from the ambiguous orthographic views by adding objective functions to the nonlinear integer programming. This objective functions are based on heuristics.

1 はじめに

三面図(orthographic views: 正・平・側面図(front, top, side views)から成る)からソリッドモデル(solid model: SOLMと略記)を求めるために, 対象となる物体を多面体としてSOLMを合成する方法では, まず三面図からワイヤフレームモデル(wireframe model: WIRMと略記)やサーフィスモデル(surface model: SURMと略記)を自動的に合成する方法が通常採られる. この方法を候補物体要素列挙(enumeration of candidates)とよぶ. この際に, 所望の物体には存在しない虚物体要素(ghost: 虚頂点, 虚稜線, 虚面(ghost vertex/edge/surface))も合成される事が多い. 虚物体要素をもつWIRMやSURMも与えられた三面図に適合する.

虚物体要素を除去する方法として通常2つの方法がある([ITO90]). 第1の方法は, この分野の研究を行っている多くの人達の間で採られている方法([IDE72, 73], [ITO86, 88, 90], [NIS87, 89, 90], [GU86], [HARL82], [HARD87], [LAF76], [PRE81], [SEN89], [OHM87], [YOS84]等)で, 物体要素のつながりや幾何学的な情報の規則を手続きとして組み込んだ探索プログラムにより, 真のSURMを求める. 第2の方法では, つながりや幾何学的な制約情報を代数的に定式化して立式し, これを汎用の代数解法で解く. 著者らの方法は, この方法で, 制約充足問題として, 三面図からの物体の自動合成を定式化して解いている事に特色がある.

本稿は, 著者らがこれまで開発した手法を制約充足問題として整理する. なお, 本稿で使用する図は, 断わらない限り本稿の筆者らが描いたものである.

2 三面図からの多面体SOLMの自動合成

図1ブロック1の候補物体要素列挙では, まず, 三面図からWIRMやSURMを自動合成する. この際に, 例えば図2に示す通り, 三面図には適合するが所望の物体には存在しない虚物体要素が合成されたり, 虚ではないが, 図3(c)のf9とf10, f11とf12の各々のように共に真になる事はない非面立物体要素が合成される場合が多い.

2.1 候補物体要素列挙

虚物体要素や非面立物体要素も含んだ候補要素列挙の方法は1972年の出沢論文[IDE72, 73]が先駆けである. 多くの後続の研究[MAR80], [WES81], [ITO86, 88], [NIS87, 89, 90], [SAS87, 89]等)ではこの論文を参照・準拠した方法をとっている.

候補列挙は, (1)三面図データの入力(2)候補頂点の合成(3)候補稜線の合成(4)候補面の合成, から成る. この結果を図4に例示する. この段階までで虚物体要素や非面立物体要素も含むSURMが合成される.

2.2 真のSURMの合成

2.2.1 制約充足問題としての表現

(1)虚物体要素を除去し, (2)非面立物体要素を選択し, (3)必要に応じて同一面化し, (4)三面図との適合を調べ, (5)物体要素を結合するという, 5つのプロセスを行わなければならない(図1ブロック2). 通常, これは探索プロセスとしてプログラムの中に組み込まれている. (1)~(5)で用いる規則と(1)~(5)の組み合わせ手順は, 研究者毎に微妙に異なっている. 組み合わせ手順は研究者毎に独自である.

我々の方法では, 探索的ではなく, 次に示す制約充足問題として代数的に解いている[SAS87, 89]. この方法では, 候補物体要素群が三面図に適合し, かつそれらが多面体を構成するための制約条件を記述した制約充足問題として, 図1ブロック1の候補物体要素列挙の直後に, 候補物体要素群を使って立式が行われる. この制約充足問題は, 擬似ブール代数による定式化によって, 次に示す非線形整数計画問題として表現できる.

maximize [多面体の合成を一意的に限定する目的関数]
subject to [多面体構成制約と三面図適合制約の
立式から成る制約式]

この定式化によると, 全ての多面体を求める事は, この計画問題の全ての許容解を求める事, 即ち, 制約式のみを連立して解く事に対応する. 常識的と思われる多面体のみを限定して一意的に合成する事は, この計画問題の最適解を求める事, 即ち, 制約式の下で目的関数を最大化する事に対応する.

2.2.2 適合する多面体を全て求める制約式

物体要素のつながりや幾何学的な情報を代数的に定式化して立式し, これを汎用の代数解法で解いて真のSURMを求める方法で擬似ブール代数を用いている. SURMまで候補物体要素を求めた後, 探索的方法とは異なり図1ブロック2中の5つの仕事をを分離せずに行なう事に特徴がある.

稜線, 面を表すために二値変数 e , f を使う. 変数値1は対応する物体要素が真, 0は偽である事を表す. また, E , F を, 稜線の集合および面の集合とする.

さらに、たとえば F_e は稜線 e を構成する面群を表す。
 真の物体要素群が多面体を構成するための真偽決定
 制約は以下の2つである。

制約(1)

稜線 e が真ならば、 e を構成する面群 F_e の内、coplanar(“同一面方程式をもつ事”)でない2つの面が真である。稜線 e が偽ならば、 e を構成する面群 F_e の内、全ての面が偽であるか、coplanarな2面が真である。

制約(2)

多面体の面は互いに稜線でない所では交差しない。すなわち候補列挙によって合成された面の内、稜線でない所で交差する面は高々1つが真。

図3(c)の f_9 と f_{10} , f_{11} と f_{12} がこのような交差面の組み合わせ $F_{INTERSECT}$ の例である。

図5の候補物体要素群に対し、制約(1)を適用すると、物体要素の真偽の組合せとして、図6の4通りがある。

定式化の詳細なプロセスは[SAS89]に示す。制約(1)は、全ての $e \in E$ に対して、

$$\sum f = 2 \cdot e + 2 \cdot \bar{e} \cdot \sum (f_i \cdot f_j) \dots (1.1)$$

$$f \in F_e, \quad f_i, f_j \in F_e, \\ \{f_i, f_j\} \text{はcoplanar}$$

$$\sum (f_i \cdot f_j) \leq \bar{e} \dots (1.2)$$

$$f_i, f_j \in F_e, \\ \{f_i, f_j\} \text{はcoplanar}$$

となる。制約(2)は、全ての $F_x \in F_{INTERSECT}$ に対して、

$$\sum f \leq 1 \dots (2)$$

$$f \in F_x$$

となる。ここで F_x は稜線なしで交差する面の組、 $F_{INTERSECT}$ は F_x の集合とする。

図5の候補物体要素群に対し、上式を適用すると、

$$(1.1) \text{より, } f_1 + f_2 + f_3 = 2 \cdot e + 2 \cdot \bar{e} \cdot f_1 \cdot f_3,$$

$$(1.2) \text{より, } f_1 \cdot f_3 \leq \bar{e} \text{ となり, これを解くと,}$$

$$\text{解(1) } e = f_2 = f_3 = 1, f_1 = 0,$$

$$\text{解(2) } e = f_1 = f_2 = 1, f_3 = 0,$$

$$\text{解(3) } e = f_1 = f_2 = f_3 = 0,$$

$$\text{解(4) } f_1 = f_3 = 1, e = f_2 = 0$$

の4つの解が得られる。この解は図6に対応する。

図7に対し多面体構成制約式を適用すると、図8の連立擬似ブール式が得られる。これを解けば、図8の4つの解、すなわち図10の物体が得られる。この解には、多面体を構成するが与えられた三面図に適合しない解(図10の解(1), 解(2), 解(4))も含まれる。

SURMを三面図に適合させるために次の制約を用いる。

制約(3)

ある面図上の同じ線分から得られた稜線はその内1本以上が真。

制約(4) 実線制約

(4-1)ある面図上の実線の線分から得られた稜線群の内、最も投影面に近い稜線について、この稜線よりも投影面に近く、この稜線を覆い隠す面群中の全ての面は偽。

(4-2)ある面図上の実線の線分から得られた稜線群の内、1本の稜線 α が偽で、かつこの稜線より前にある他の稜線も全て偽であるならば、 α を構成する全ての面が偽であり、かつ α と α の直後にある他の稜線の間にある、稜線を覆い隠す面も偽。

制約(5) 破線制約

ある面図上の破線の線分から得られた稜線が真であるならば、この稜線よりも投影面に近く、この稜線を覆い隠す面群中の1つ以上の面が真。

以上の(3)~(5)の定式化は[SAS89]に示す。

図7に対し三面図適合制約式(3)(4)(5)を適用した立式が図11である。これを、多面体構成制約式を適用した立式(図8)と連立させて解けば、その解は図10の解(3)のみとなり、所望の多面体を得られる。

2.2.3 多面体の合成を一意的に合成する様々な目的関数

多面体の合成を一意的に合成する目的関数として、人のもつ様々なheuristicsを導入する必要がある。擬似ブール代数を用いて、人のもつheuristicsを定式化し、複数の多面体を合成する可能性のある曖昧な三面図から、限定して一意的な多面体のみを合成する方法を詳しく述べる。

どのheuristicsを用いるかの得失を議論する必要がある。しかし、現段階では、有効と思えるheuristicsを列挙するとどめる。与えられた三面図が曖昧である時、一意的に限定された多面体を人が想起する際のheuristicsとして次の5つを提案する。

heuristics1: 線分連続性 ”面図上で実線ABと破線BCが一直線上にある時、これらは別々の稜線ではなく1つの稜線を表しているように人は感じる(図12)”事から、「ある候補頂点 v を構成する候補稜線群中

に, colinearな2稜線が存在し, その2稜線 e , e_{cont} が1つ以上の面図で一方が実線, 他方が破線として投影されている時, その2稜線の真偽は一致する, すなわち, 共に真あるいは共に偽である事が多い。」

heuristics2 : 対称性 "面図が左右対称ならば, その三面図が表す物体も対称であると人は感じる" 事から, 「ある面図 O が線対称の時, その対称軸 ea を通り, O に垂直な面を fa とする. 任意の候補面 f (候補稜線 e) と fa について対称な候補面 f_{sym} (候補稜線 e_{sym}) との真偽は一致する事が多い. (図13)」

heuristics3 : 平行垂直多 "人は, 面図に平行あるいは垂直な稜線や面を考えやすい" 事から, 「面図に平行あるいは垂直な候補稜線や候補面は真となる事が多い。」

heuristics4 : 凹凸少 "人は, 凹凸の少ない物体を考えやすい" 事から, 「1本の稜線が3つ以上の面から構成されている時, 同じ向きで全ての2つの面のなす角をとり, どの2つの面のなす角も π を越えない時 (全てが π を越える時には向きを反対にする), 角が最大である2つの面が真となる事が多い. (図14)」

heuristics5 : 交線となる稜線なしで交差する候補面群は偽である事が多い. このheuristicsは制約(2)の非両立物体要素の選択を全て禁ずるものである.

以上のheuristicsを図3に適用する. heuristics1は適用されない. heuristics2,3,4によると図3(d)(5)が一意的に合成を限定された多面体である. heuristic s5によると図3(d)(1)(2)(3)(4)は偽である事が多い.

図12に適用する. heuristics1によると図12(b)(3)は一意的に合成を限定された多面体といえない. heuristics2,3,4によると図12(b)(1)が一意的に合成を限定された多面体である. heuristics5によると図12(b)(2)(3)(4)は偽である事が多い.

2.2.4 擬似ブール代数解法によるheuristicsの代数式

擬似ブール代数による定式化を行なう以前に, 探索的なプログラム([IT088])の中に, 以上の各々のheuristicsを取り込んでインプリメントした([FUJ86]). その結果, 所望の一意的に合成を限定された多面体のみを得る事ができた. 本節では, 擬似ブール代数式による制約充足問題としての取り込みを図る.

各heuristicsを計画問題の目的関数として表す.

heuristics1 : 線分連続性

線分連続性の条件に適合する候補稜線の組を $E_i = \{e, e_{cont}\}$ で表し, E_i の集合を E_{cont} とすると,

$$\text{maximize } \sum_{E_i \in E_{cont}} (e \cdot e_{cont} + \bar{e} \cdot \bar{e}_{cont}).$$

heuristics2 : 対称性

対称性の条件に適合する候補面の組, 候補稜線の組を, それぞれ, $F_r = \{f, f_{sym}\}$, $E_r = \{e, e_{sym}\}$ で表し, F_r , E_r の集合をそれぞれ F_{sym} , E_{sym} とすると,

$$\text{maximize } \{ \sum (f \cdot f_{sym} + \bar{f} \cdot \bar{f}_{sym}) \\ F_r \in F_{sym} \\ + \sum (e \cdot e_{sym} + \bar{e} \cdot \bar{e}_{sym}) \}. \\ E_r \in E_{sym}$$

heuristics3 : 平行垂直多

平行垂直多の条件に適合する候補稜線の集合, 候補面の集合を, それぞれ, E_h , F_h とすると,

$$\text{maximize } \{ \sum e + \sum f \}. \\ e \in E_h \quad f \in F_h$$

heuristics4 : 凹凸少

凹凸少の条件に適合する候補面の集合を F_{convex} とすると,
$$\text{maximize } \sum f. \\ f \in F_{convex}$$

heuristics5 : 交差面少

全ての $F_x \in F_{cross}$ に対して,

$$\text{maximize } \sum_{F_x \in F_{cross}} \prod f$$
となる. ここで F_{cross} は F_x の集合とする.

3 適用例

heuristics4(凹凸少)の適用例を示す. 例えば, 図14(b)に対する目的関数は,

$$\text{maximize } (f_1 + f_3 + f_6 + f_8) \text{ となる.}$$

図3に対してheuristics4を適用すると, F_{convex} は,

$$\begin{aligned} e_9 \text{ について } f_5 \text{ と } f_8, \quad e_{10} \text{ について } f_5 \text{ と } f_6, \\ e_{11} \text{ について } f_6 \text{ と } f_7, \quad e_{12} \text{ について } f_7 \text{ と } f_8, \\ e_{13} \text{ について } f_5 \text{ と } f_{17}, \quad e_{14} \text{ について } f_6 \text{ と } f_{18}, \\ e_{15} \text{ について } f_7 \text{ と } f_{19}, \quad e_{16} \text{ について } f_8 \text{ と } f_{20}, \\ e_{21} \text{ について } f_{20} \text{ と } f_{17}, \quad e_{22} \text{ について } f_{17} \text{ と } f_{18}, \\ e_{23} \text{ について } f_{18} \text{ と } f_{19}, \quad e_{24} \text{ について } f_{19} \text{ と } f_{20} \end{aligned}$$

となり、これにより目的関数は

$$\text{maximize } (f5+f6+f7+f8+f17+f18+f19+f20)$$

となる。この目的関数を制約式に与えて解くと、図3(d)(ホ)のみが得られる。この例を"Example A"と名付ける。この性能パラメータをTable Aに示す。

このtableで、objective fn.は用いた目的関数の種類、expressionsの項目は制約式を構成する擬似ブール式の個数、evaluationsは制約式を処理・評価する回数、timeはIBM PS/55 上での実行時間である。Tableの最右欄は、Exampleで使用したheuristicsに対応する目的関数の単純和を目的関数とした場合の性能パラメータである。

Example Aでは、heuristicsを適用しない時は10秒、適用するとheuristicsにより異なるが、最大、半分の時間に減少する。

heuristics適用の、その他の例を図15-図18に示す。各図において、(a)は三面図、(b)は候補物体要素群、(c)はheuristicsを適用しないで得られる全ての多面体、対応するTable B-Eは性能パラメータを示す。Example A-Dの各々では、適用できるheuristicsが異なっても、解は同一のものとなる。Example Eでは適用するheuristicsによって解が異なる。

例えば、Fig.18(a)の三面図に適合する多面体は、Fig.18(c)の(1)(2)である。heuristics2(対称性)の目的関数を最大化して(1)が得られる。heuristics4(凹凸少)の目的関数を最大化して得られるのは(2)である。

より常識的な多面体であると人が考えるのはFig.18(c)(1)であると考えられる。このような場合、heuristics2をheuristics4より優先しなければならぬ。最左欄では、単純和を用いたが、優先度の高いheuristicsの目的関数ほど加重和において大きな重みを与えるなどの、heuristicsの優先度について、様々な例を通してより詳しく検討しなければならない。

4 おわりに

制約充足問題として擬似ブール代数によって立式し解く方法は、対象が曲面物体を含む場合にも適用した([TAK91a])。また、三面図だけではなく、二面図からの一意的合成にも適用した([ITO93])。

共同開発者である上智大学理工学部の鈴木誠道教授、大学院生の石川雅朗氏(現、三菱電機(株))、藤生崇則氏(現、NTT(株))、佐々木廉仁氏(現、(株)東芝)、高橋正充氏(現、(株)日立製作所)に感謝します。

文献

- [FUJ86]藤生,三角,伊藤,鈴木:三面図からの物体自動合成におけるヒューリスティクスの利用法, '86ニコグラフ論文集,(November,'86).
- [GU86]Gu,K. et al.:Reconstruction of 3D Objects from Orthographic Projections, CG Forum, 5, 317-324, ('86).
- [HAM68]Hammer,P.L. et al.: Boolean Methods in Operations Research, Springer-Verlag, ('68).
- [HARL82]Haralick,R.M. et al.: Understanding engineering drawings, CG & Image Processing, 20, 244-258, ('82).
- [HARD87]原田,木村:3面図入力を基本にした3次元形状入力システムの試作,IPJSJ,WGGR,28-2 (Aug.,'87).
- [IDE72]出沢:三面図から物体形成のためのシステム,JSME論文集,38.310, 1267-1276,(June '72).
- [IDE73]Idesawa,M.: A system to Generate a Solid Figure from Three View, Bulletin of JSME, 16, 216-225, (February, '73).
- [ITO86]Itoh,K., Ishikawa,M., Fujiu,T. and Suzuki S., A Method for Solid Construction from Engineering Draft in Orthographic View, Proc.of JSST Conference on Recent Advances in Simulation of Complex Systems, (July '86).
- [ITO88]伊藤,石川,藤生,鈴木:サーフィスマodelの成立ち規則を用いた三面図からの物体自動合成法, シミュレーション,7.2, 109-116,(June,'88).
- [ITO89]伊藤,佐々木,鈴木:曖昧さをもつ三面図からの物体の一意的合成に対する擬似ブール代数解法の適用, IEICE'画像理解の高度化と高速化シンポジウム,(April,'89).
- [ITO90]伊藤潔:三面図からのソリッドモデルの構成-主として多面体を対象として-, 情報処理学会会誌, Vol.31, No.8, pp.1095-1106, (August,'90).
- [ITO93]伊藤潔: 擬似ブール代数解法による多面体/曲面物体の自動合成, Computer Today, No.56, pp.30-42, (July, '90).
- [LAF76]Lafue,G.: Recognition of Three Dimensional Objects from Orthographic Views, CG,10.2, ('76).
- [MAR80]Markowsky,M.A. et al.: Fleshing Out Wire Frame, IBM J.R.D., 24.5,582-592, (Sep. '80).
- [NIS87]西原,渡辺,池田:面図間の局所的拘束関係を用いた三面図解釈,IPJSJ論文誌,28.5,534-537, (May,'87).
- [NIS89]西田,西原,張:面の組合せ探索による三面図の解釈,JSAI全国大会,437-440, (July '89).

[NIS90]西原: 整合ラベリング問題と応用, IPSJ 会誌, 31.4, (April, '90).
 [NIS91]西田, 張, 西原: 面の組合せ探索による三面図の解釈, 人工知能学会誌, Vol.6, No.1, pp. 96-104 (Jan. '91).
 [OKI82]沖野: 自動設計の方法論, 養賢堂, ('82).
 [OHM87]大村, 戸田: 中小企業向け設計者用ワークステーション技術の研究開発, IPA, (June, '87).
 [PRE81]Preiss, K.: Constructing the 3-D Representation of a Plane-Faced Objects from a Digitized Engineering Drawings, Computing in Industry, Vol.2, No.2, (June, '81).
 [SAK83]Sakurai, H., et al.: Solid Model Input through Orthographic Views, CG, 17.3, 243-252, (July, '83).
 [SAS87]佐々木, 伊藤, 鈴木: 三面図からの物体自動合成のための線形擬似ブール代数解法, IPSJ 論文誌, 28.12, 1288-1297, (Dec. '87).

[SAS89]佐々木, 伊藤, 鈴木: 非線形擬似ブール代数解法による三面図からの物体自動合成, IPSJ 論文誌, 30.6, 699-708, (June, '87).
 [SEN89]千田: 三面図からもとの立体の自動復元 — 平面だけで構成される立体への適用 —, 情報処理学会論文誌 Vol.31, No.9, pp.1312-1320, (Sep. '89).
 [TAK91a]高橋正充, 伊藤潔: 擬似ブール代数解法による三面図からの曲面物体の自動合成, 情報処理学会論文誌, Vol.32, No.6, pp.740-748, (June, '91).
 [TAK91b]高橋正充, 佐々木康仁, 伊藤潔: 非線形擬似ブール計画法による曖昧な三面図からの多面体の一意的合成, 人工知能学会誌, Vol.6, No.6, pp.904-911, (November, '91).
 [WES81]Wesley, M.A. et al., Fleshing Out Projections, IBM J.R.D., 25.6, 934-954 (Nov. '81).
 [YOS84]Yoshiura, H. et al.: Top-Down Construction of 3-D Mechanical Object Shapes from Engineering Drawings, IEEE computer, 32-40, (Dec., '84).

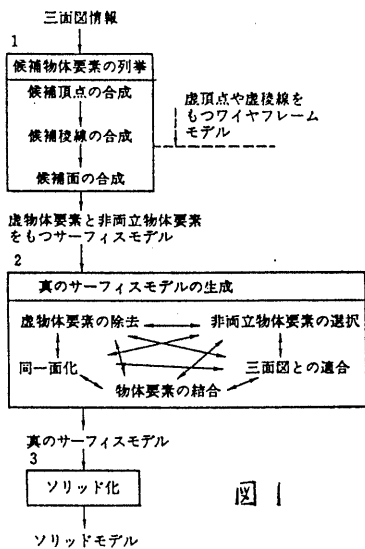


図 1

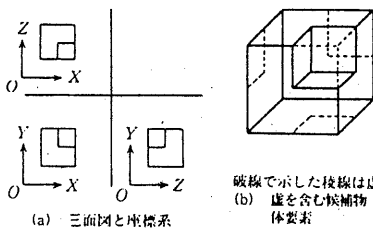


図 2

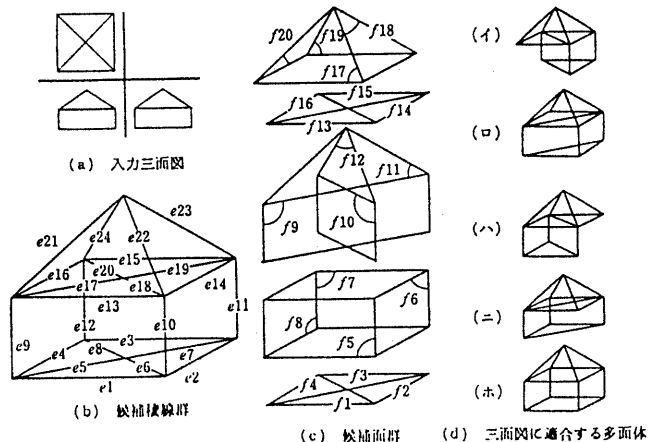


図 3 例 A

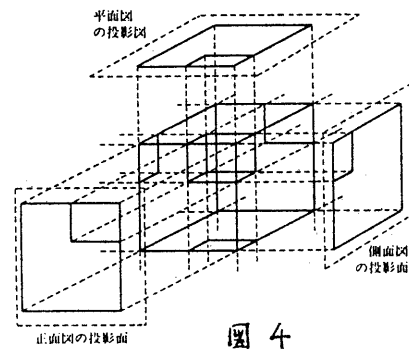
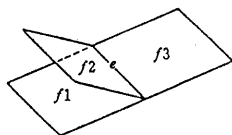


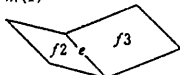
図 4



f_1 と f_3 は coplanar

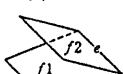
図 5

解(1)



e, f_2, f_3 : 真
 f_1 : 偽

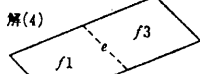
解(2)



e, f_1, f_2 : 真
 f_3 : 偽

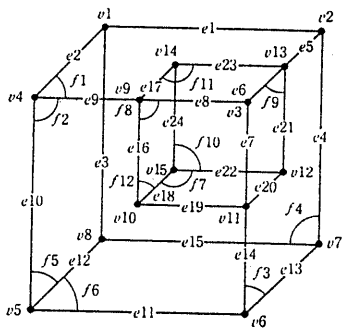
解(3) 空

e, f_1, f_2, f_3 : 偽



f_1, f_3 : 真
 e, f_2 : 偽

図 6



f_4, f_5, f_6 内の虚線は省略

図 7

式(1.1)より

$$f_1 + f_4 = 2 \cdot e_1$$

$$f_4 + f_5 = 2 \cdot e_3$$

...

$$f_1 + f_{10} + f_{11} = 2 \cdot e_{23} + 2 \cdot e_{23} \cdot f_1 \cdot f_{11}$$

$$f_{10} + f_{12} = 2 \cdot e_{24}$$

式(1.2)より

$$f_2 \cdot f_8 \leq e_{16}$$

$$f_1 \cdot f_{11} \leq e_{17}$$

$$f_1 \cdot f_{11} \leq e_{23}$$

$$f_3 \cdot f_9 \leq e_{21}$$

$$f_2 \cdot f_8 \leq e_{19}$$

$$f_3 \cdot f_9 \leq e_{20}$$

式(2)は適用されない

図 8

解(1) すべて0

解(2) $e_6=1, e_7=1, e_8=1, e_{16}=1, e_{17}=1,$
 $e_{18}=1, e_{19}=1, e_{20}=1, e_{21}=1, e_{22}=1,$
 $e_{23}=1, e_{24}=1, f_7=1, f_8=1, f_9=1,$
 $f_{10}=1, f_{11}=1, f_{12}=1, \text{その他は} 0$

解(3) $e_1=1, e_2=1, e_3=1, e_4=1, e_5=1,$
 $e_9=1, e_{10}=1, e_{11}=1, e_{12}=1, e_{13}=1,$
 $e_{14}=1, e_{15}=1, e_{16}=1, e_{17}=1, e_{18}=1,$
 $e_{19}=1, e_{20}=1, e_{21}=1, e_{22}=1, e_{23}=1,$
 $e_{24}=1, f_1=1, f_2=1, f_3=1, f_4=1, f_5=1,$
 $f_6=1, f_7=1, f_{10}=1, f_{12}=1, \text{その他は} 0$

解(4) $e_1=1, e_2=1, e_3=1, e_4=1, e_5=1,$
 $e_6=1, e_7=1, e_8=1, e_9=1, e_{10}=1, e_{11}=1,$
 $e_{12}=1, e_{13}=1, e_{14}=1, e_{15}=1, f_1=1,$
 $f_2=1, f_3=1, f_4=1, f_5=1, f_6=1, f_8=1,$
 $f_9=1, f_{11}=1, \text{その他は} 0$

図 9

解(1) 空

解(3)

解(4)

解(2)

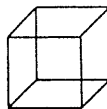
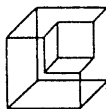
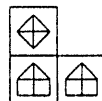
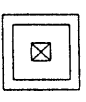


図 10

(a) orthographic views. (b) candidates.



(a) orthographic views.



(1)

(2)

(3)

(4)



(b) subset of polyhedra in the box.

図 12

式(3)より

正面図に対して

$$e_7 + e_{21} + e_4 \geq 1$$

$$e_{14} + e_4 \geq 1$$

...

$$e_{11} + e_{15} \geq 1$$

平面図に対して

...

側面図に対して,

...

式(4.1)は適用されない.

式(4.2)より

$$e_7 \cdot f_8 \cdot f_9 = e_7$$

$$e_7 \cdot e_{21} \cdot f_3 \cdot f_9$$

$$\cdot f_{10} = e_7 \cdot e_{21}$$

$$e_{14} \cdot f_2 \cdot f_3 = e_{14}$$

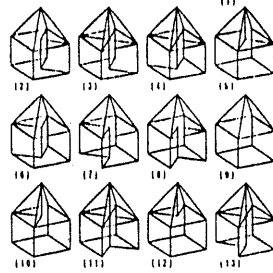
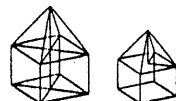
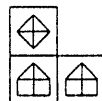
...

$$e_{11} \cdot f_2 \cdot f_6 = e_{11}$$

式(5)は適用されない.

図 11

(a) orthographic views. (b) candidates.



(c) solutions.

図 15

図 15B

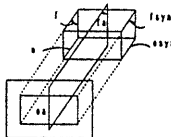
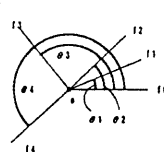
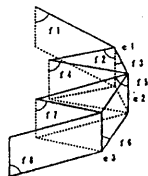


図 13



(a)

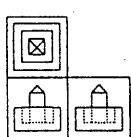
If there is not $f_i (\theta_i > \pi)$,
 f_6 and f_8 may be true.
If there is f_i , I don't know.



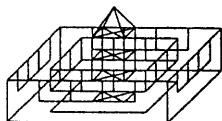
(b)

For e_1, f_1 and f_3 may be true.
For e_2, f_2 and f_4 may be true.
For e_3, f_3 and f_6 may be true.

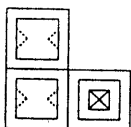
図 14



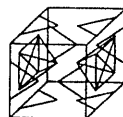
(a) orthographic views.



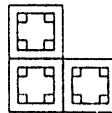
(b) candidates.



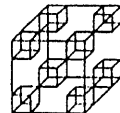
(a) orthographic views.



(b) candidates.



(a) orthographic views.

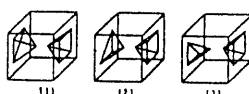


(b) candidates.

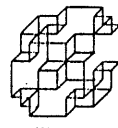


(c) subset of solutions in the box (total is 45).

图 16
例 C



(c) solutions.



(c) solutions.

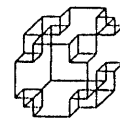


图 18
例 E

图 17
例 D

Table A

objective fn.	none	heuristics 2	heuristics 3	heuristics 4	heuristics 5	232485
expressions	66					
solutions	all	only (5)	only (5)	only (5)	only (5)	only (5)
evaluations	474	230	385	220	308	225
time (sec)	10	5	9	5	7	5

Table B

objective fn.	none	heuristics 2	heuristics 4	2 & 4
expressions	140			
solutions	all	only (9)	only (9)	only (9)
evaluations	1820	1207	477	843
time (sec)	78	49	19	35

Table C

objective fn.	none	heuristics 1	heuristics 2	heuristics 3	heuristics 4	heuristics 5	18234485
expressions	349						
solutions	all	8, 12, 20, 25, 29	only (25)	only (25)	only (25)	only (25)	only (25)
evaluations	8918	5403	2366	3770	2374	2570	1936
time(sec)	501	343	152	240	151	166	143

Table D

obj. fn.	none	heuristics 2
expressions	238	
solutions	all	only (5)
evaluations	442	416
time (sec)	49	51

Table E

obj. fn.	none	heuristics 2	heuristics 4	2 & 4
expressions	432			
solutions	all	only (1)	only (2)	only (1)
evaluations	1044	815	1016	820
time (sec)	137	118	136	118