

## 図形連立式による図形処理問題の定式化手法

田中 雅次      岩間 憲三

財団法人 京都高度技術研究所

京都市下京区中堂寺南町17 京都市サーチパーク

あらし

本論文では、CAD/CAMの自動化に伴う種々の図形処理問題を解くための一般的手法として、図形連立式による定式化手法を紹介する。その概要は、(1)解を構成する図形要素の作成。(2)図形要素間の拘束関係の連立式化。(3)解の探索。であり、3つの具体例：「三面図からの立体の自動作成法」、「立体からの加工工程の自動生成法」、「組立図からの組立手順の自動生成法」を基に説明する。

和文キーワード CAD, CAM, 三面図, 加工工程, 組立手順

## A Method of Forming Geometric Equations to Solve Geometric Problems in CAD/CAM

Masaji Tanaka      Kenzo Iwama

A S T E M   R I

Advanced Software Technology & Mechatronics Research Institute of KYOTO

Kyoto Research Park, 17 Chudoji Minami-machi, Shimogyo, Kyoto 600 JAPAN

Abstract

This paper propose a basis of geometric problem solving methods that may be applied to automatic solving of CAD/CAM problems. The basis consists of three steps; the first step forms geometric entities, the second step establishes constraint relationships among the geometric entities, and the third step searches for solutions that satisfy the constraint relationships. The paper explains these steps by describing how the steps work in construction of solid models from orthographic views, planning of machining processes, and generation of assembly sequences from assembly drawings.

英文 key words CAD, CAM, orthographic views, process planning, assembly sequences

## 1. はじめに

本論文では、CAD/CAMの自動化に伴う種々の図形処理問題を解くための一般的な手法として、図形連立式による定式化手法を紹介する。本論文の構成としては、2, 3, 4章では「三面図からの立体の自動作成法」、「立体からの加工工程の自動生成法」、「組立図からの組立手順の自動生成法」の各々について問題解決の具体例を示し、5章において具体例より一般化した本手法を示す。

## 2. 三面図からの立体の自動作成法

### 2. 1 背景

三面図から自動的に立体を作成する方法はこれまで多く研究されている。その主要な方法の概要を図1の三面図を例に次に示す。なお、三面図方向とは三面図から立体を見る方向( $x$ の負方向,  $y$ の正方向,  $z$ の負方向)である。

#### (1) ワイヤフレームモデルの作成

三面図上の線を三面図方向へ投影し、像の交わりよりワイヤフレームモデルを作成する。(図4)

#### (2) サーフェスモデルの作成

ワイヤフレームを境界とする閉領域をサーフェスとして認識し、サーフェスモデルを作成する。

#### (3) 立体要素モデルの作成

サーフェスを境界とする閉領域を立体要素として認識し、立体要素モデルを作成する。(図5)

#### (4) 解の探索

作成された各図形要素には、実際には存在しない偽の図形要素(実際に存在する図形要素を真の図形要素とする。)が含まれているので、これらを組合せ探索などにより除去して解を得る。

この方法は初期に出沢[1]より始められ、(3)のサーフェスの閉領域(本研究では立体要素とする)はWesley[2]らより始められた。また解の探索方法としては、主として佐々木ら[3]の稜線や面の真偽の関係を疑似ブール代数により定式化する方法や、西田ら[4]の面の組合せにヒューリスティクスを導入して処理の効率を計る方法などがある。これらの手法は解は得られるものの、実際の処理量が立体形状の複雑さに対して急激に増大する傾向がある。本手法では効率よく解を得るために、各立体要素の真偽の判別を、三面図方向に見た三面図と立体要素モデルの幾何学的な対応関係より真偽の関係を抽出して、これを連立式化した。結果として実際の処理量は連立式の構造に依存するので、立体形状の複雑さに関わらない高速な処理を可能とした。(実際の処理時間は[5]参照)

### 2. 2 立体要素連立式による自動立体作成法

本手法の概要を図1を例として次に述べる。

#### (1) 2D頂点, 2D線分, 2D面の作成

三面図に描かれた直線の交点を2D頂点( $fv1, fv2, \dots$ )とし、2D頂点を両端とする直線分を2D線分( $fel, fe2, \dots$ )とする。(図2)2D線分を境界とする閉領域を2D面( $ff1, ff2, \dots$ )とする。(図3)

#### (2) 頂点, 稜線の作成

三面間の2D頂点の組合せより出来る3次元の点を頂点( $v1, v2, \dots$ )とする。例えば、 $v1$ と $v2$ を両端とする3次元の直線( $e1$ )は、正面図では $fel$ で表され、平面図では $tel$ で表され、側面図では $sv1$ で表される。このように立体の稜線の候補となるものを稜線( $e1, e2, \dots$ )として作成する。(図4)

#### (3) 面, 立体要素の作成

稜線を境界とする閉領域を面として作成し、面を境界とする閉領域を立体要素( $s1, s2, \dots$ )として作成する。(図5)

#### (4) 実線, 破線, 存在条件の作成

三面図方向に見て各2D面に対応する立体要素は図6ようになる。図6より立体要素間の真偽の関

係が次のように明らかになる。

○実線条件

例えば、三面図方向に見てff1とff2には各々s1とs2の表面が対応するが、2つの表面は同一平面上にあるので、実線である2D線分fe4の存在に矛盾する。従ってs1とs2は共に真ではない。この関係を $s1 \times s2$ と表す。このような条件を実線条件とする。

○破線条件

例えば、三面図方向に見てff2とff4には各々s2とs10の表面が対応するが、2つの表面は同一平面上にあるので、破線である2D線分fe5よりs2とs10の真偽は同じになる。この関係をs2-s10と表す。fe5が破線として存在するためには、三面図方向に見てs2の背後に位置するs5, s8の中に偽が存在しなければならない。このような条件を破線条件とする。

○存在条件

例えば、2D線分fe1を作成要素とする立体要素s1, s4, s7が全て偽ならば、fe1の存在に矛盾する。従ってs1, s4, s7の中には真が存在する。このような条件を存在条件とする。

全ての2D面間の2D線分より得られる条件を先述の式で表すと図7(a)のようになり、これは図7(b)のように1つにまとめられ、図7(c)のように簡略化出来る。図7(c)を立体要素連立式とする。

(5)解の探索

解は図7(c)を解くことで得られる。例えば、fe6の存在条件よりs10は真となるから、よってs2, s6は真、s1, s3, s5, s9は偽となり、s4, s8は真、s7は偽となる。破線条件はこの段階で全て満たされるので、解はs2, s4, s6, s8, s10より構成される。

### 3. 立体からの加工工程の自動生成法

#### 3.1 背景

本章では三面図に素材形状を加えて、マシニングセンタでの加工工程を自動生成する手法を紹介する。自動生成の研究は多く行われているが(例えば[6][7])、殆どは穴や溝など加工形状のフィーチャーを基にした方法であり、これらは加工工程の自動化の可能性を示唆するが、フィーチャーの組合せなどがまだ定式化されているとはいえない。自動生成の問題においては可能性のみならず加工の効率が大きな問題となる。本手法では切削すべき部分をいくつかの切削立体要素に分割し、これらの連立式より考えられる全ての工程及び最適工程を求めるようにする。

#### 3.2 切削立体要素連立式による加工工程の自動生成法

本手法の基本概念を図8を例として次に述べる。

##### (1)切削立体の作成

図8の三面図に図9のように素材形状を描き、立体要素モデルを作成すると(図10)、素材形状を描くために三面図に新たに書き加えた2D線分より作成される立体Aが出来る。Bは図8の解であり本章では対象立体とする。これに対して、Aを切削すべき立体として切削立体とする。

##### (2)切削立体要素連立式の作成

切削立体を構成する面の中で、対象立体と共有される面を切削境界面とし、そうでない面を境界面として区別する。マシニングセンタにおいてフライスやエンドミルなどの工具を使う場合、作業者が考える最も単純で効率の良い加工工程は次の2通りになると考えられる。ただし、工具の軸はz軸に平行とする。

- a. 図11(a)のようにxy平面に平行な切削境界面を拡張して切削立体を2つの部分s1, s2に分割する。切削はzの負方向へs1, s2の順で行う。このような切削を横基準切削とする。
- b. 図11(b)のようにz軸に平行な切削境界面を拡張して切削立体を3つの部分s1, s2, s3に分割する。切削はzの負方向に見て内部に位置するs2より外部のs1, s3の順で行う。このような切削を縦基準

切削とする。

ここで、切削立体を $xy$ 平面に平行な切削境界面と $z$ 軸に平行な切削境界面の両方の拡張より分割すると、図11(c)のように4つの部分 $s_1, s_2, s_3, s_4$ が出来る。これらを切削立体要素とする。各要素間の関係を図12のように表し、これを切削立体要素連立式とする。式において要素間の横線または縦の2本線は各要素間のつながりとその位置関係を表す。

### (3)加工工程の生成

切削立体要素連立式より先述のaの方法は $s_1, s_2, s_3$ の切削の後に $s_4$ を切削する方法となり、bの方法は $s_2, s_4$ の切削の後に $s_1, s_3$ を切削する方法となる。切削効率については、実際にかかる切削時間をaとbについて調べることになるが、図8において $d_2$ が $d_1$ より十分に大きければaの方法が、その逆の場合はbの方法が有利と推定される。

## 3. 3 例題

複数の段取りを要する例題として図13を解く。素材形状は図14に示し、図15に切削立体Aと対象立体Bを示す。Aより出来る切削立体要素と切削立体要素連立式を各々図16, 図17(a)に示す。ここで、 $s_7$ と $s_8$ の分割のように切削立体に $xy$ 平面または $z$ 軸に平行でない面があるときは、その面の稜線を2方向に拡張して分割を行うようにする。

$s_8$ は切削が困難な部分であり式において“( )”内に示しているが、マシニングセンタにおいて $x$ 軸を工具の軸と平行にするような段取り( $x-yz$ 系とする。)の切り換えが出来る場合は、この切り換えにおいて $s_8$ を容易に切削出来る。 $x-yz$ 系での切削立体要素連立式は図17(b)となる。

図17(a)において最初に切削する部分の候補としては、縦基準より $s_4, s_6, s_7$ 、横基準より $s_1, s_2, s_3, s_4$ となり、さらに両方の基準を含む $s_3, s_4, s_5, s_6$ が挙げられる。ただし、縦基準において縦方向の切込み深さが工具刃長より深い場合は候補にならない。同様に図17(b)では縦基準より $s_2, s_3, s_4$ 、横基準より $s_4, s_6, s_7, s_8$ 、両方の基準を含む $s_3, s_4, s_5, s_6$ が挙げられる。切削効率については、これらの候補より種々の加工工程を生成して最効率を求めることになるが、例えば図13において、 $d_1 < d_2, d_3 < d_4, d_2 < d_4$ でありかつ工具刃長が $d_4$ より長い場合は、最初に $z-xy$ 系において $s_3, s_4, s_5, s_6$ を切削し、次に $s_1, s_2$ を切削し、 $x-yz$ 系に切り換えて $s_7, s_8$ を切削する手順が最適と考えられる。

## 4. 組立図からの組立手順の自動生成法

### 4. 1 背景

組立図から組立手順を自動生成する方法はこれまで多く研究されている。代表的にはHomen De MelloとSanderson[8]のAND/ORグラフによる方法や、Wolter[9]の部品間の幾何学的拘束関係に基づく方法などが挙げられる。組立手順の自動生成は分解手順を求めてその逆手順として求めるのが一般的な方法であるが、分解手順を考える上では基本的に次の2点が問題となる。

- ・ 分解には部品を1個ずつ分解する方法と、数個の部品を部分として分解する方法の2通りがある。
- ・ 1つの動作ステップで分解出来る部品と、複数の動作ステップを要する部品がある。

動作ステップを考えずに組立順序のみを考えると、組立順序のグラフ化が問題の中心となり、動作ステップのみを考えると、部品間の干渉や衝突が問題が中心となる。これまでの手法は全て問題を限定して成り立つものであるが、本章では部品間の幾何学的拘束関係より成り立つ連立分解式より、組立順序と動作ステップの問題を同時に扱う一般性の高い手法を紹介する。ただし、部品は変形せず回転移動しない場合に限定する。

### 4. 2 連立分解式による組立手順の自動生成法

本手法の基本概念を図18を例として次に示す。なお、各部品A, B, Cは予めワイヤフレームモデルとして認識されているものとする。

(1)連立分解式の作成

図18において例えばAを分解しようとする。x軸方向を0°方向とすると、AはBに対しては180°方向にのみ動かして、Cに対しては90°方向にのみ動かせる。この動かせる方向を可動方向とする。(可動方向の求め方は[10]参照)ところが、180°方向ではCが障害物となり、90°方向ではBが障害物となって動かさない。この状態を図19(a)のように定式化する。同様にB、Cについても図19(b)、(c)のように定式化する。これらを連立分解式とする。

(2)分解手順の生成

図19(c)よりCは270°方向へ分解可能となる。Cの分解後、AとBの分解式は図20となりAは180°方向へ、Bは0°方向へ分解可能となる。ここで、Cが組立の基準部品としてテーブル上に固定されているとすると、A、Bは共に90°方向にのみ分解可能性があるが、互いを障害物として拘束している。そこで、AとBを部分A Bとして部分化すれば、図21のように90°方向へ分解可能となる。このように本手法では、最初に各部品についての分解可能性を調べ、次に部分としての分解可能性を調べるようにする。

4. 3 例題

動作ステップを含む組立手順の例題として図22を解く。AのBに対する可動方向は $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ となるが、このように可動方向がある範囲内となる場合は先述の式では表しにくいので、式(1)のような等式で表す。これを分解式とし、Bを基準部品、Aを分解部品とする。AのBに対する可動方向は $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ であるが、 $90^\circ \leq \theta < 135^\circ$ では動かせる範囲が限定される。この範囲を可動範囲(無限大のときは省略する。)  $f_{AB}(\theta)$ とする。式(1)の可動方向に180°加えると式(2)が得られる。よって全ての部品の可動方向を調べるには、式(1)、(3)、(5)のみで十分となる。

$$\begin{array}{ll} B \rightarrow A = 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ f_{AB}(\theta) \dots(1) & C \rightarrow A = 90^\circ \dots(4) \\ A \rightarrow B = -90^\circ \leq \theta \leq 0^\circ f_{BA}(\theta) \dots(2) & B \rightarrow C = 270^\circ \dots(5) \\ A \rightarrow C = 270^\circ \dots(3) & C \rightarrow B = 90^\circ \dots(6) \end{array}$$

Aは式(1)より $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 方向に動かせるが、式(4)よりCに90°方向のみに限定され、その可動範囲は $f_{AB}(90^\circ)=d$ となる。この関係を式(7)、(8)のように表す。“{ }”内の部品は障害物を示し、その右の“( )”内は可動範囲を示す。同様にして式(2)～(6)は式(9)～(13)のようになる。これらが図19に対応する連立分解式となる。

$$\begin{array}{ll} B \rightarrow A = 90^\circ < \theta \leq 180^\circ \{C\} \dots(7) & C \rightarrow A = 90^\circ \{B(d)\} \dots(11) \\ B \rightarrow A = 90^\circ \{C(d)\} \dots(8) & B \rightarrow C = 270^\circ \dots(12) \\ A \rightarrow B = -90^\circ \leq \theta \leq 0^\circ \{C\} \dots(9) & C \rightarrow B = 90^\circ \{A\} \dots(13) \\ A \rightarrow C = 270^\circ \dots(10) & \end{array}$$

式(10)または式(12)よりCは270°方向へ分解可能となる。式(8)よりAを90°方向へd動かし、その状態で連立分解式を立て直すとAは180°方向へ分解可能となることが分かる。部分としての分解を求めるには、各式において分解部品と障害物を式(14)～(17)のように部分化する。式(16)または式(17)よりA Bは90°方向へ分解可能となる。

$$\begin{array}{ll} B \rightarrow A C = \{B\} \dots(14) & C \rightarrow A B = 90^\circ \dots(16) \\ A \rightarrow B C = \{A\} \dots(15) & C \rightarrow B A = 90^\circ \dots(17) \end{array}$$

## 5. 図形連立式による定式化手法

これまで述べた手法についてまとめると、2章では立体要素連立式より解である立体を求め、3章では切削立体要素連立式より加工工程を生成し、4章では連立分解式より組立手順を生成した。これらを総じて「図形連立式による図形処理問題の定式化手法」とし、そのアルゴリズムを次に示す。

- (1) 解を構成する図形要素を作成する。
- (2) 図形要素間の拘束関係を連立式化する。
- (3) 連立式より解を探索する。

(1)の図形要素は問題に応じた固有のものとなるが、これは問題の対象が人の作業であり、よって人工物に対する定式化を行うためである。例えば、三面図に描かれた実線は三面図方向に見た立体の稜線を表し、破線は内部にある稜線を表すが、これは人の対象物の形状の見方によるもので、これを三面図の公理とすると、実線条件や破線条件はこの公理に基づく定理となり、これらの定理より連立式が作成される。同様に、組立図に描かれた線は部品間の幾何学的拘束関係を表すが、これは人の対象物間のつながりの見方によるものであり、これを組立図の公理とすると、分解式はこの公理に基づく定理となり、この定理より連立式が作成される。また、マシニングセンタでの切削加工では、切削立体を厚みが一定の板や円柱など単純な形状の組合せにする方が切削が容易となるのは、人の作業の要領に基づくものであり、これを切削加工の公理とすると、横基準切削や縦基準切削はこの公理に基づく定理となり、これらの定理より切削立体要素及び連立式が作成される。(2)の連立式化は、試行錯誤による処理を行わずに解を効率良く得るための手段であり、(3)の解の探索を行う理由は、解が一意でない場合や、工程や手順のように解が手続きとなる場合があるためである。

### 参考文献

- [1] 出沢：三面図から立体形成のためのシステム，日本機械学会論文集，Vol. 38, No. 310, pp. 1267-1276(1972).
- [2] M. A. Wesley and G. Markowsky：Fleshing Out Projections, IBM J. Res. Dev., Vol. 25, No. 6, pp. 934-954(1981).
- [3] 佐々木, 伊藤, 鈴木：非線形疑似ブール代数解法による三面図からの物体の自動合成, 情報処理学会論文誌, Vol. 30, No. 6, pp. 699-708(1989).
- [4] 西田, 張, 西原：面の組合せ探索による三面図の解釈, 人工知能学会誌, Vol. 16, No. 1, pp. 96-104(1991).
- [5] 田中：三面図からの自動立体作成法, 情報処理学会論文誌, Vol. 34, No. 9, pp. 1956-1966(1993).
- [6] S. Joshi and T. C. Chang：Graph-based heuristics for recognition of machined features from a 3D solid model, Computer-Aided Design, Vol. 20, No. 2, pp. 58-66(1988).
- [7] R. Karinthi and D. S. Nau：An Algebraic Approach to Feature Interactions, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, No. 4, pp. 469-484(1992).
- [8] L. S. Homen de Mello and A. C. Sanderson：A Correct and Complete Algorithm for the Generation of Mechanical Assembly Sequences, IEEE Trans. Robotics and Automation, Vol. 7, No. 2, pp. 228-240(1991).
- [9] J. D. Wolter：On the automatic generation of assembly plans, Computer-Aided Mechanical Assembly Planning, Kluwer Academic Publishers, pp. 263-288(1991).
- [10] R. S. Mattikalli and P. K. Khosla：Motion Constraints from Contact Geometry：Representation and Analysis, IEEE Intl. Conf. Robotics and Automation, pp. 2178-2185(1992).

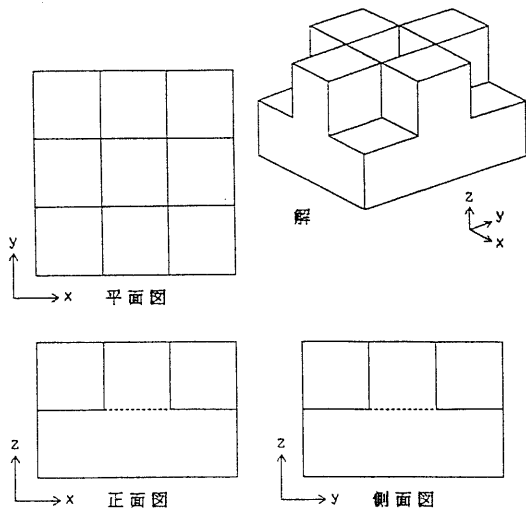


図1 三面図と解

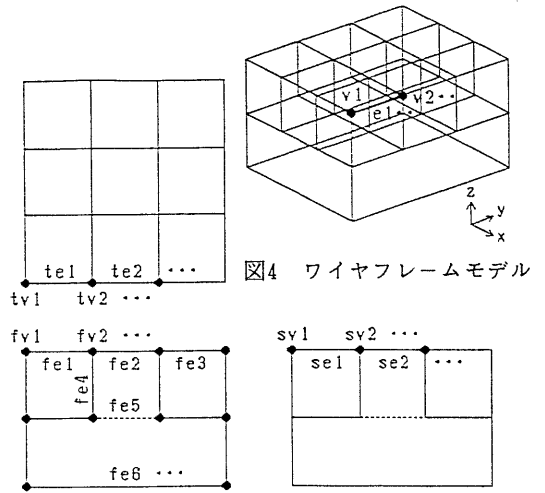


図2 2D頂点と2D線分

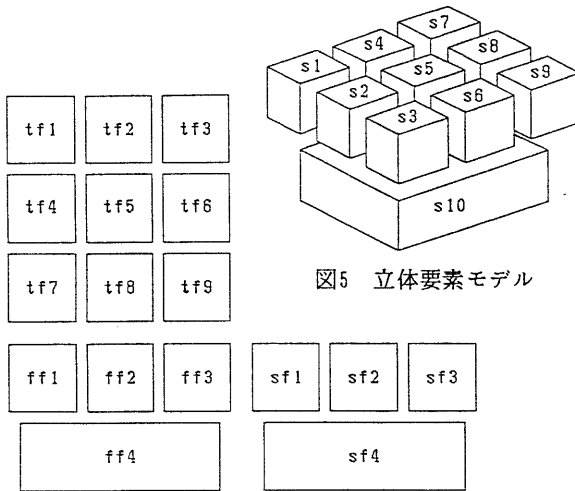


図3 2D面

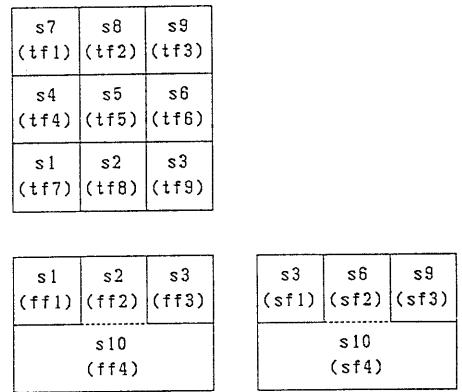
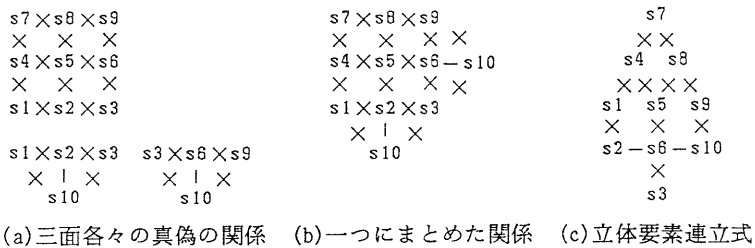


図4 三面図上の2D面と立体要素



(a) 三面各々の真偽の関係 (b) 一つにまとめた関係 (c) 立体要素連立式

図7 真偽の関係の連立式化

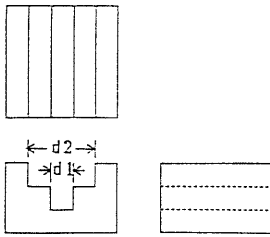


図8 加工の例題1

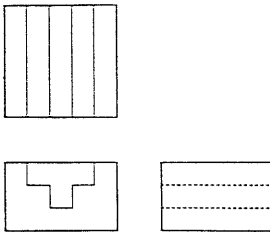


図9 三面図と素材形状

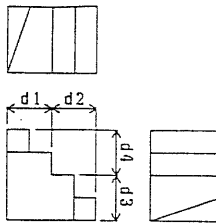


図13 加工の例題2

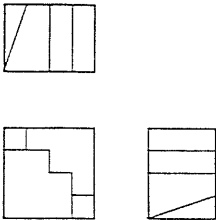


図14 三面図と素材形状

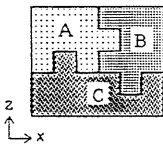


図18 組立の例題1

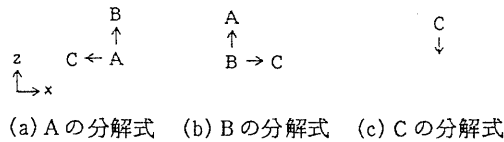


図19 連立分解式

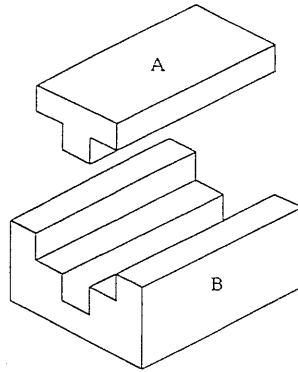
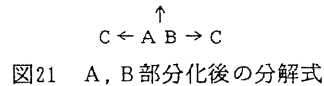
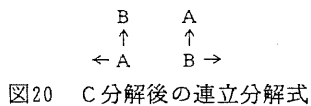


図10 切削立体と対象立体

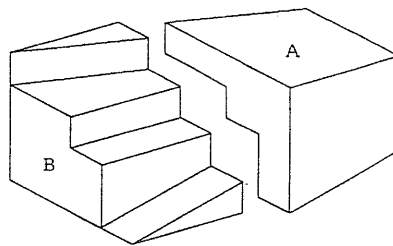
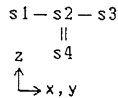


図15 切削立体と対象立体

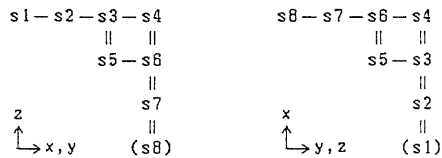
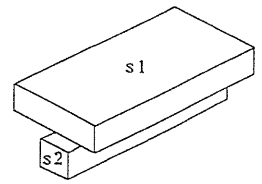
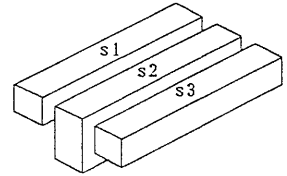


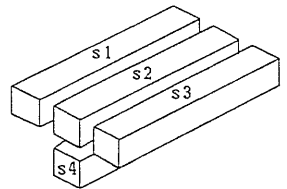
図17 切削立体要素連立式



(a)横基準による分割



(b)縦基準による分割



(c)切削立体要素

図11 切削立体の分割

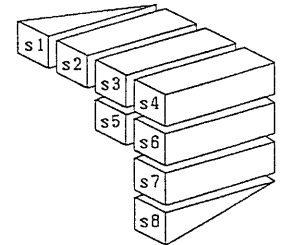


図16 切削立体要素

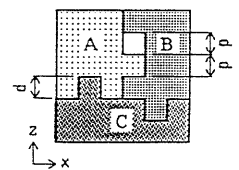


図22 組立の例題2