

CSGを用いた仮想彫刻

水野 慎士* 岡田 稔** 横井 茂樹*** 鳥脇 純一郎*

* 名古屋大学工学部情報工学科

** 名古屋大学情報処理教育センター

*** 名古屋大学情報文化学部

〒464-01 名古屋市千種区不老町

電話 052-789-3310

Fax 052-789-3807

本論文では、仮想空間内の素材に対して彫刻をするような感覚で曲面多面体のCSGモデリングを行うシステムについて検討する。ユーザはマウスを使って楕円体で定義された彫刻刀を操作し、彫刻素材を削り取る、または付け加える。本システムでは、交点リストを用いることにより、彫刻操作による表面形状の変化をリアルタイムで表現することを可能にしている。作成した形状のCSG表現は自動的に生成される。

Virtual Sculpture Using CSG

Sinji MIZUNO* , Minoru OKADA** , Shigeki YOKOI*** and Jun-ichiro TORIWAKI*

* *Department of Information Engineering, School of Engineering, Nagoya University*

** *Education Center for Information Processing, Nagoya University*

*** *School of Informatics and Sciences, Nagoya University*

Furocho, Chikusa-ku, Nagoya 464-01 Japan

Phone 052-789-3310

Fax 052-789-3807

E-mail mizuno@toriwaki.nuie.nagoya-u.ac.jp

In this paper we studied a virtual sculpturing to form objects with curved surfaces as if we are sculpturing them. A user can operate a virtual graver defined by an ellipsoid, and removes or attaches arbitrary shapes of ellipsoids from a material. In this system, surface of the material is changed in real time with the progress of sculpturing by using lists of intersections. The CSG expression of the sculpturing work is produced automatically.

1. まえがき

コンピュータ・グラフィクス(以下、CGと略す)における幾何モデリングの技法として、CSG(Constructive Solid Geometry)表現がある。CSG表現は少ないデータ量で形状定義ができ、定義が簡潔で理解が容易であるという特徴を持つ。そのため、この内部表現を持つソリッドモデラが多数開発されている⁽¹⁾。また、CSG表現の形状をCGで表示する場合、画像生成時間の高速性や生成画像の現実性といった観点から、画像生成の方法が色々研究されている⁽²⁾⁽³⁾。その中でもリアリティの高い画像という点で、光線追跡法は優れた技法であると言える。

筆者らのグループは、CSG表現を光線追跡法に適用する研究において、基本形状を半空間にして、交点判定に3値演算の考えを利用すれば、多面体の定義ができ光線追跡法を行えることを示した⁽⁴⁾。そしてこの技法に基づいて、半空間の境界面と論理式に基づく形状定義を支援するシステムの開発を行った⁽⁵⁾。また、半空間と3値演算の手法を2次曲面に基づく曲面多面体へ拡張することも行った⁽⁶⁾。しかし、この曲面多面体の形状定義を支援するシステムの開発は行ってはいない。

本論文では、仮想空間内の素材に対して彫刻を行うような感覚でCSGモデリングを行うシステムについて報告する。彫刻によるモデリングは、ボクセルデータのモデリングに利用した例などいくつか報告されているが⁽⁷⁾、今回はCSGモデリングに適用した。ユーザはマウスによって仮想空間内の彫刻刀を操作し、素材を彫刻していく。彫刻刀は楕円体で定義されたもので、彫刻素材の表面を削り取ったり、又は付け加えたりする。そして、この操作を繰り返すことにより自由な形状が作成できる。本システムで定義された形状は2次曲面に基づく曲面多面体である。そして、作成した形状のCSG表現は自動的に生成される。彫刻履歴も保持しており、これを再現することによっても、作成形状の任意の点から見た画像を合成することができる。

2. 半空間プリミティブによる曲面多面体の定義

ここでは、従来筆者らが研究を行ってきた半空間プリミティブと3値論理演算に基づく曲面多面体の定義を簡単に述べ、その問題点を示す。これらの詳細は文献(4),(6)にゆずる。

2.1 半空間プリミティブの定義

曲面多面体の境界を構成するプリミティブ R としては、平面あるいは2次曲面

$$\text{平面: } f_1(p) = ax + by + cz + d$$

$$\text{2次曲面: } f_2(p) = Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fzx + Gx + Hy + Iz + J$$

$$\text{但し、 } p = (x, y, z)$$

で定義された半空間を用いる。すなわち、

$$R = \{p \mid f_i(p) \leq 0\}, \quad i \in \{1, 2\}$$

このとき、空間は半空間プリミティブに対して内部・境界・外部という3つの領域に分けられる。

2.2 集合演算の定義と形状記述

上記のように定義された半空間プリミティブに対する集合演算としては、和集合、積集合に加え補集合を少し修正した準補集合を定義する。

物体の形状はこの集合演算の組み合わせによって定義される。これを具体的に記述するためLispで用いられるS式の記述を用いる。

この集合演算と、形状を表すときの記述法を表1に示す。

2.3 問題点

上述した形状表現法の欠点は、目的とする曲面多面体に対して、各面を構成するプリミティブのパラメータと論理式という形の形状定義を導出しにくいことにある。実際、S式

表1. 3値論理演算の定義と表現法

	定 義	表現方法
和集合	$(R_1 \cup R_2)$	(or $R_1 R_2$)
積集合	$(R_1 \cap R_2)$	(and $R_1 R_2$)
準補集合	$(R_1)^{SC}$ $= (R_1)^O \cup (R_1)^B$	(not R_1)

は形状の計算機における内部表現という性格が強い。このため、面数の大きい曲面多面体の形状定義を人間の手で行うことは困難である。そこで、形状定義を支援する方法が必要である。

3. 彫刻システムの構成

2.3で示した問題点を解決するため、プリミティブのパラメータとS式を自動的に決定するシステムの開発を行った。これは、ユーザからみると、マウスを用いて物体を彫刻するような感覚でモデリングを行うことのできるシステムである。

3.1 外観 — ユーザ・インタフェース

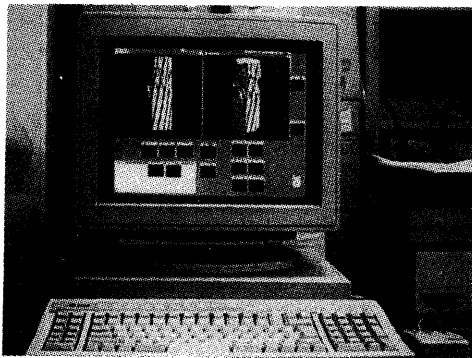


図1. システムの外観
Fig.1 Appearance of the system

本システムはワークステーション上で実現されており、ユーザが直接触れる部分 — ユーザ・インタフェースは、ウインドウとスイッチ類からなり、これらをマウスで操作する(図1)。ウインドウには彫刻素材が表示される。また、スイッチは彫刻刀のパラメータの設定等に用いる。パラメータには以下のものがある。

- ◎彫刻刀の種類…3軸の長さを変えた3種類の楕円体
- ◎彫る深さ…素材法線方向に対する上下
- ◎彫る角度…素材法線方向など3軸

各パラメータには増加と減少のスイッチがあり、マウスクリックで増減させる。また、削り取るか付け加えるかの選択のスイッチや、一つ前の状態に戻るスイッチがある。

3.2 彫刻素材と彫刻刀

彫刻素材は、ユーザ自身がプリミティブとS式を用いて定義する。その形状は自由であり、実際に木などを彫刻する場合と同じく立方体や円柱など単純なものでよい。

彫刻刀としては、楕円体を用い、形や大きさの異なる3種類のものを用意した。楕円体を用いた理由としては、実際に木などを彫刻刀の丸刀で削った形状が楕円体に近似できることや、楕円体は無限に広がることなく限ら

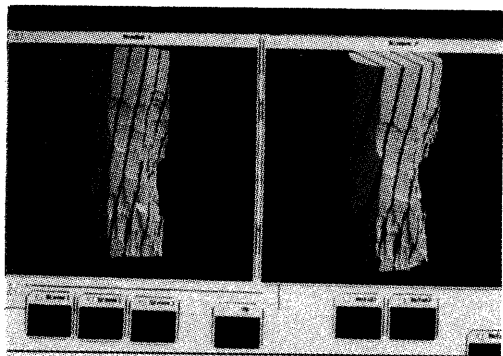


図2. 操作の様子
Fig.2 Operating situation

れた範囲に収まるため、素材を削り取った時に描画し直す範囲が小さくて済むことが挙げられる。

3.3 操作

ユーザの行う操作は、彫刻刀のパラメータを決定した後、マウスのカーソルを素材上の削りたい部分に持っていきクリックすることである(図2)。そのとき、クリックした点における素材上の点の座標と法線、および彫刻刀のパラメータを基にして、彫刻刀である楕円体の位置や方向が決定される。そして、その楕円体によって彫刻素材がリアルタイムに削られる。この操作を繰り返すことで自由な形状を作成していく。なお実際の彫刻とは異なり、削り取る一つ前の状態に戻ることや、削るだけでなく楕円体を付け加えることも可能である。モデリング終了時には作成した形状を表すS式が自動的に生成される。

4. 再描画とS式の生成

ユーザが削り取る(または、付け加える)操作を行ったとき、その操作に応じて表面形状が変化するため、その部分を再描画する必要がある。しかし、これをS式の評価によって

行うと、彫刻回数が増えるにつれ再描画に要する時間が増大し、リアルタイムで形状を変化させることができない。そこで、以下に述べる手法を用いた。

また、彫刻操作に対するS式の生成とその最適化についても述べる。

4.1 交点リスト

交点リストとは、彫刻物体を表示する画面の各画素ごとに、視線と表示物体との交点を全て求め、視点から近い順に並べたものである。よって、リストの先頭が可視交点となる。この例を図3に示す。

交点リストは、最初に彫刻素材の表示の際に作られる。彫刻素材は光線追跡法でS式の評価によって表示されるが、このとき、最も視点に近い交点だけでなく、その先の視線と物体との全ての交点を求め、交点リストを作成しておく。これを全ての画素に対して行う。以降、彫刻操作の際の表面の再描画は、交点リストの更新によって行う。

4.2 交点リストの更新規則

ユーザが素材の一部を削り取る(または、一部に素材を付け加える)操作を行うと、まず、マウスをクリックした場所の彫刻素材の

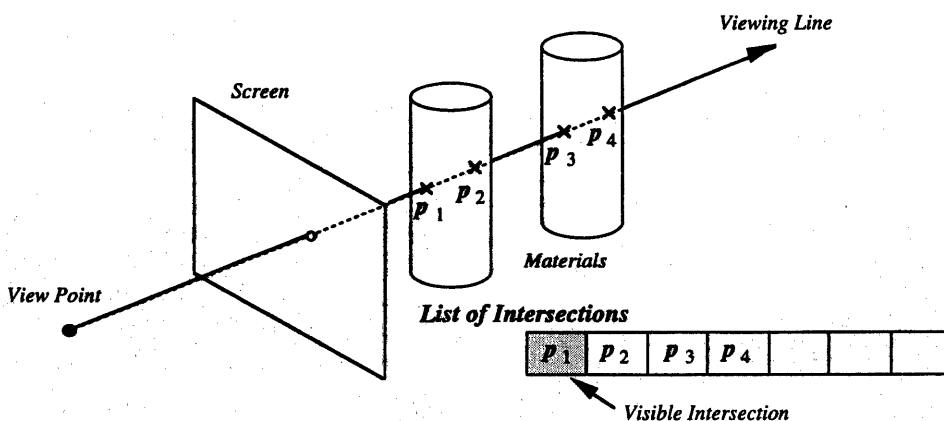


図3. 交点リスト

Fig.3 A list of intersections

座標や法線、彫刻刀のパラメータに基づいて、楕円体の方程式が決定される。そして、この楕円体と視線との交点(2つ)を求め、この交点と交点リスト内の交点との位置関係から交点リストを更新する。楕円体の交点が交点リストの偶数番目のときはその交点は素材内であり、奇数番目にあるときは素材外にある。そして、交点リスト更新の際には、これを基に楕円体の交点がリストに入るかどうか決定される。リスト更新のアルゴリズムは以下のようである。

[交点リストの更新アルゴリズム]

1. 視線と楕円体との2つの交点が、交点リストの何番目にあたるかを求める。
2. 楕円体の2つの交点の間に存在する交点リスト内の交点をリストから取り除く。
3. (1)削り取る場合
楕円体の2つの交点についてそれぞれ、交点リストの偶数番目にあったものは、リストに入れる。
- (2)付け加える場合
楕円体の2つの交点についてそれ

ぞれ、交点リストの奇数番目にあったものは、リストに入れる。

1~3の作業を、表示ウインドウの楕円体を含む全ての画素について行う。

交点リストの更新の様子を図4に示す。

なお、リストの更新に要する時間は、彫刻回数(プリミティブ数)には直接的には関係なく、交点リストの長さに比例する。リストの長さは最悪の場合には彫刻回数に比例するが、実際には、彫刻回数が増加しても、大部分のリストの長さは小さい値に収まる。また、リストの更新を行う領域も小さいため、表面再描画はリアルタイムで行うことができる。

4.3 S式の生成と最適化

形状を表すS式は、彫刻における削り取る、または付け加えるという操作によって、順次生成されていく。

彫刻素材を F_0 とし彫刻途中のある時点での物体形状を表すS式を F_i 、彫刻刀である楕円体を R とした場合、これに1段の彫刻操作を加

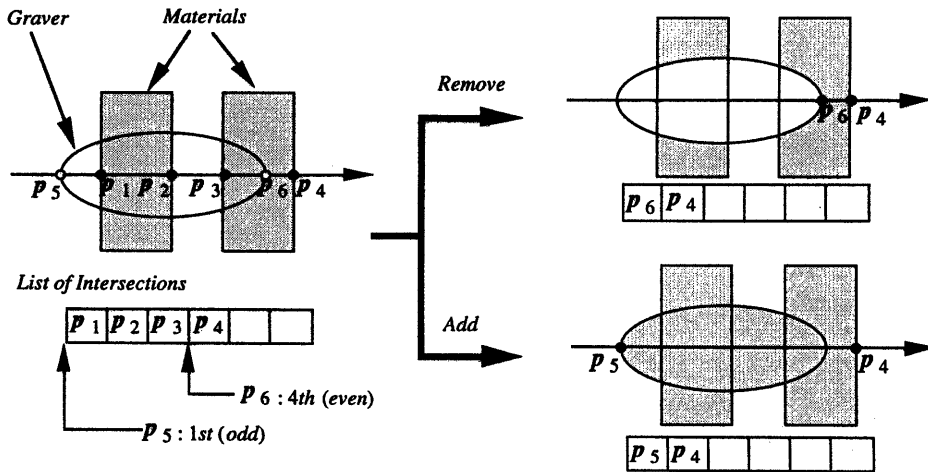


図4. 交点リストの更新例

Fig.4 Examples of renewing the list of intersections

えた後の物体の形状を表すS式 F_{i+1} は、

削り取る $\dots F_{i+1} = (\text{and } F_i \text{ (not } R))$
 付け加える $\dots F_{i+1} = (\text{or } F_i R)$

と記述できる。彫刻した物体の形状を表すS式 F_i はこの操作の反復適用によって生成される。

ところで、実際にこの操作を適用してS式を生成した場合、彫刻操作の度に括弧が1段ずつ深くなる。例えば、彫刻素材 F_0 に対し彫刻刀 $R_1 \sim R_3$ で削っていった場合、

$$F_3 = (((F_0 \cdot \bar{R}_1) \cdot \bar{R}_2) \cdot \bar{R}_3) \cdot \bar{R}_4$$

と括弧が深くなる。括弧の深さはS式の評価に要する時間に関係し、なるべく深くないことが望まれる。そのため、同一の操作(削り取る、または付け加える)が連続する場合には、彫刻刀をド・モルガンの定理を用いて和演算でまとめている。これを用いれば上記の式は、

$$F_3 = F_0 \cdot \overline{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)}$$

とでき、括弧の深さの増加を防ぐことができる。実際のS式での例を表3に示す。

4.4 作成形状の表示

今回開発したシステムはCSGモデラである。そのため、生成されたS式を用いて光線追跡法を適用すれば、任意の視点から見た作成形状の画像合成が可能である。彫刻回数(プリミティブ数)が n の場合、S式の評価による画像合成の計算コストは、最悪の場合で $O(n^2)$ となる。

一方、彫刻操作履歴も保持しており、この再現によっても、任意の視点からの作成形状の画像合成は可能である。この場合の計算コストも、彫刻回数 n に対し最悪の場合には $O(n^2)$ となる。これは、交点リストの長さが全ての画素で n に比例した場合である。しかし実際には、大部分の画素において、交点リストの長さは n に比べて非常に小さい値に留まっている。図5に彫刻回数と、そこまでの操作履歴再現に要する時間の関係の実行例を示す。グラフから、彫刻履歴再現による画像合成の計算コストは $O(n)$ に近いものとなることが知られる。このことから、本システムで作成した形状については、彫刻履歴が形状定義の手法として有効であるといえる。

本システムでは、彫刻素材に木目のソリッドテクスチャを施しており、この状態で彫刻

表3. S式の括弧の深さの比較

括弧の深さ増加防止策無し	括弧の深さ増加防止策有り
F_0 ↓ 削り取る $F_1 = (\text{and } F_0 \text{ (not } R_1))$ 深さ : 2 ↓ 削り取る $F_2 = (\text{and (and } F_0 \text{ (not } R_1)) \text{ (not } R_2))$ 深さ : 3 ↓ 削り取る $F_3 = (\text{and (and (and } F_0 \text{ (not } R_1)) \text{ (not } R_2)) \text{ (not } R_3))$ 深さ : 4	F_0 ↓ 削り取る $F_1 = (\text{and } F_0 \text{ (not } R_1))$ 深さ : 2 ↓ 削り取る $F_2 = (\text{and } F_0 \text{ (not (or } R_1 R_2)))$ 深さ : 3 ↓ 削り取る $F_3 = (\text{and } F_0 \text{ (not (or } R_1 R_2 R_3)))$ 深さ : 3

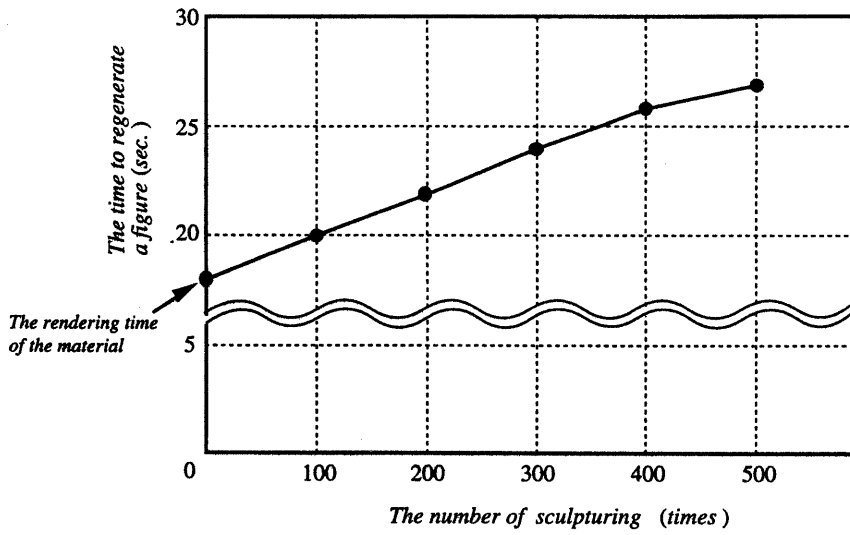
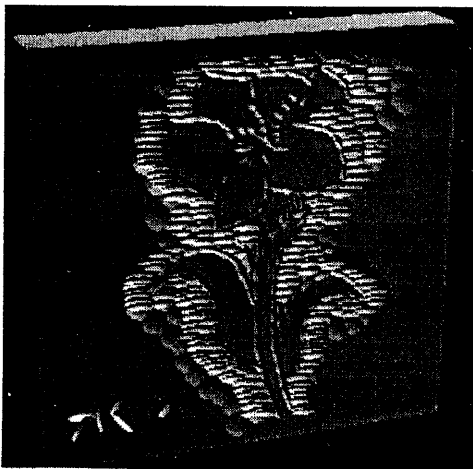
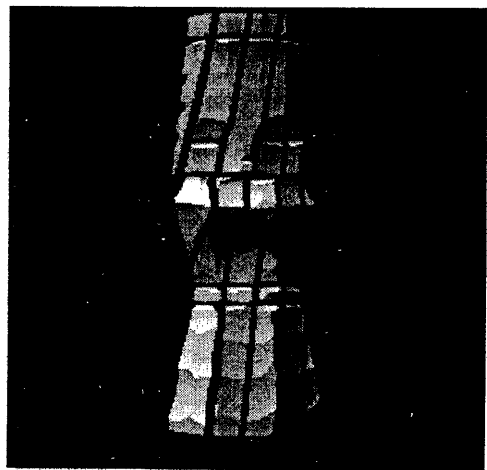


図5. 彫刻履歴再現に要する時間 (ニポポ人形 図6(b))
 Fig.5 The computation time which is needed to regenerate a figure by using a sculpturing record



(a) flower



(b) nipopo

図6. 作品例 (花、ニポポ人形)
 Fig.6 Examples of works

を行うことが可能である。ただし、今回は下地に色の違う平行な層を入れただけという非常に簡易的なものであり、あまり木目らしいとは言えない。この部分は今後の課題である。

5. 表示例

図6に本システムで作成した彫刻作品の例を示す。

(a)は、正方形の板に対して500回、削り取る、または付け加える操作を行ったものである。この作品は、約30分間の彫刻作業によって完成させた。

(b)は、八角柱の彫刻素材に対して553回、削り取る操作を行ったものである。この作品は約2時間の彫刻作業によって完成させた。

なお、本システムにおいて使用した計算機は、Sun SPARC station 10、プログラム言語はC言語で、ステップ数は約2000ステップである。

6. まとめ

今回は、彫刻を行う感覚で、曲面多面体の半空間プリミティブによるCSG表現を決定するシステムを開発した。本システムでは楕円体の彫刻刀を用いることで曲面多面体のモデリングを行い、交点リストの更新によるリアルタイムでの表面再描画を実現した。そして、マウスによる簡単で対話的な彫刻操作で、従来困難であった面数の多い曲面多面体に対する半空間プリミティブによるCSG表現を決定することができた。また、本システムによって作成した形状は実際に木を彫刻したような雰囲気になった。

今後の課題としては、彫刻刀として平刀の実現、視点変更に要する時間の低減に関する検討、操作環境の検討や整備等が挙げられる。

謝辞

日頃熱心に御指導御討論を頂く鳥脇研究室の皆様へ感謝する。なお、本研究の一部は文部省科研費による。

参考文献

- (1)PIXEL別冊No.5, "CAD/CAM/CAEの基礎", (1985)
- (2)G.Wyvell, P.Sharp, "Volume and Surface Properties in CSG", Computer Graphics 1988 (Proc. CG International '88), 257-266
- (3)村上公一, 松本均, "CSG表現からの画像生成法", 情処全大, 1533-1534(1983)
- (4)金 垠, 岡田稔, 横井茂樹, 鳥脇純一郎, "半空間集合のCSG表現形状に対する光線追跡アルゴリズムの検討", 信学技報, PRU88-129(1989.2)
- (5)久保寺玄一郎, 岡田稔, 横井茂樹, 鳥脇純一郎, "半空間プリミティブによる対話的CSGモデラ", 情処研報, グラフィクスとCAD55-2(1992)
- (6)水野慎士, 岡田稔, 横井茂樹, 鳥脇純一郎, "曲面多面体のCSGモデリングに関する検討", 情処研報, グラフィクスとCAD72-17(1994)
- (7)T.Galyean, J.Hughes, "Sculpting: An Interactive Volumetric Modeling Technique", Computer Graphics, 25(4), 267-274, Aug. 1991