

物理的モデルによる 3次元物体のひび割れとアニメーション

田上 靖行, 広田 光一, 金子 豊久
豊橋技術科学大学 情報工学系

本研究では, 自然現象の中の1つひび割れ現象に注目し, 分断を含む立体的なひび割れを物理的に表現することを試みた. 乾燥によるひび割れの発生や外力(重力)によるひびの促進などをモデル化しシミュレーションを行なった. モデルでは, 材料の剛性をバネで, 材料の収縮をバネの自然長の減少で, ひびの発生をバネの破断で表した. シミュレーション結果は, 発生から成長を含めた生成の様子を動画として表現した. また, 小麦粉粘土を対象に選び, モデル化の際に必要な物体の性質を規定するいくつかのパラメータは, 実測を基に決定した.

Simulation of Three-Dimensional Cracks and Animation

Yasuyuki TANOUE, Koichi HIROTA, Toyohisa KANEKO

Department of Information and Computer Sciences,
Toyohashi University of Technology

We describe a method for simulating the process of cracking based upon a three-dimensional(3D) physical model. Cracks appear when the stress caused by internal or external force exceeds the tolerable amount. We simulate the process by using a spring network model. The stress in the object material is caused by a deformation (or change of distance) between nodes in the network. Also, the material is broken by cutting springs when they are stretched beyond the tolerable maximum strain.

We applied our model to the simulation of cracks that appear on drying clay. The clay contracts or shrinks according to its dryness. Because the surface part dries more quickly than the interior part, the stretching stress appears on the surface part. Consequently, the surface material breaks down, which generates cracks.

Our model can simulate natural phenomenon of cracking not only in static status but also the whole animating process reasonably.

1 はじめに

現在、CGはCAD/CAMをはじめとして科学技術計算の結果の可視化や医用画像の三次元表示、映画やCMの特殊効果などの幅広い分野で用いられている。CGの応用範囲の拡大につれて、正確で現実に近い画像を生成するための手法が多く提案されるようになってきた。しかしながら、自然界に存在する現象や形状の表現は、今なお困難である。木や山岳など自然物の形状、炎上・ひび割れ・沸騰などの自然現象は、厳密な方程式が存在しないかまたは方程式が複雑になりすぎることからCGで表現することは容易ではない。

自然現象の中で最も一般的で身近にみられるものの1つとしてひび割れ現象がある。ひび割れは、壁や田の表面、陶磁器、樹皮などに見られる。ひび割れは、物体に対する内力または外力の作用により発生する。例えば、壁のひび割れは地震などの外力により生じるものであり、物体を落下させた場合の破壊なども外力の衝撃力により生じるものである。一方、泥のひび割れや樹皮のひび割れは内力により生じるものである。このような内力の発生の原因は、材料自体の収縮や成長にある。

CGの分野でのこのようなひび割れの表現としては以下のような試みがある。非物理的なアプローチとして、千葉らは焼き物などに見られるひび割れの幾何学的特徴を抽出し、これを再現する手法を提案している¹⁾。また、安居院らは、小球を、ガラス板に落下させた時に、発生するひび割れについて、確率モデルを構築しひび割れの進行についてシミュレーションを行なっている²⁾。

物理的なアプローチとして、表面のみ表現する研究としては、Meakinらが特殊な条件でポリスチレン膜に生じるひび割れをシミュレートしている³⁾。筆者らもまた、対象物の表面のみを記述したモデルにより表面のひび割れを生成する手法について検討してきた^{4), 5)}。表面のみを記述するモデルに共通の問題点として、対象の分断を含む立体的な広がりを持つひび割れの表現に適用できないことがあげられる。一方、対象物の分断を伴うような破壊をCGとして表現する研究としては、Nortonによる試みが知られている⁶⁾。Nortonらは、三次元のパネモデルにより対象物を記述することでシミュレーションを行なっているが、ひび割れを再現できる程度に精密なモデルではなかった。

本研究では、分断を含む立体的なひび割れを物理的に表現することを試みた。実験では、粘土の表面に発生するひび割れに着目し、これをシミュレーションにより再現することを目標とした。このために、乾燥によるひび割れの発生や外力（重力）によるひびの促進などをモデル化し、また、モデル化の際に必要な物体の性質を規定するいくつかのパラメータを、実測に基づいて決定した。以下では、その詳細および結果について論じる。

2 ひび割れ現象のモデル化

粘土に発生するひび割れについて、材料および現象のモデル化を行なう。観察の対象には、市販されている小麦粉粘土を用いた。

2.1 ひび割れ発生メカニズム

(1) 乾燥によるひび割れ

粘土の乾燥にともなうひび割れ発生メカニズムは次のようなものであると考えられる。まず、粘土の表面部分では、水分が空気膜を通して空気の中へ蒸発拡散（これを表面蒸発という）する。粘土は、水分の減少にともない体積が減少する性質があることから、表面部分の水分の減少は、表面部分の材料の収縮をもたらす。一方、表面蒸発が起ると材料（粘土）内部の水分の平衡が崩れるので内部の水分が拡散（これを内部拡散という）する。これは、内部の材料を収縮させる。このとき、内部拡散の速度が表面蒸発の速度よりも遅いと内部からの水分の供給が表面の蒸発に間に合わないため、表面の収縮が内部の収縮より大きくなる。従って、表面と内部との収縮率の違いから歪みが発生し、表面部分で強度の弱い部分に亀裂や変形が起こる。つまり、内部と表面との水分の差（または収縮の差）が大きいかほどひび割れが生じやすくなる。

(2) 外力の影響

上述のように外力によってもひび割れが発生する。代表的なものに重力が挙げられる。例えば、棒状の粘土の1端だけを持つと重力により、持った部分の近くで折れるといったことが起こる。

2.2 材料のモデル化

材料が外力に対して変形する性質をパネモデルを用いて表す。対象物体を、パネ6本より構成される

四面体の要素とこれらを相互に結合するノードとの集合として定義する (Fig.1): 四面体領域のもつ質量は、4つの頂点に位置するノードに均等に配分するものとした。従って、ノードの質量は、各四面体の頂点をもつ質量の和となる。後述の実験で用いる立方体および板状などの形状は、四面体5個から立方体をつくりその立方体を組み合わせて、物体の形状を表現する。

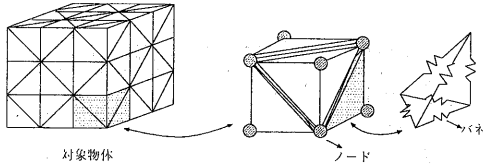


Fig.1: 対象物体のモデル化

2.3 材料の乾燥のモデル

乾燥については、表面蒸発と内部拡散をモデル化することが望ましい。しかしながら、表面蒸発の速度は外気の湿度などに依存しこれらを制御した実験が難しいこと、また、内部拡散の速度は計測が困難であることなどから本研究ではこれらの表面蒸発と内部拡散のモデルは考えず、表面の乾燥のみを時系列のデータとして与えるものとした。

ひび割れが発生すると新しい表面が生じる。一般には、ひびの奥の面や切口が狭いひびの内面は乾燥しにくいと考えられるが、ひび割れの奥での表面蒸発速度についてもモデル化は難しい。したがって、本モデルでは、ひび割れにより生じた表面の乾燥についても、ひびの深さや切口の広さに関係なく表面と同様の時間変化をするものとした。

2.3.1 材料の収縮

乾燥に伴って材料は収縮する。材料の収縮は、バネに何も力が加わっていないときのバネの長さ（以下、自然長という）を減少させることで実現した。バネの自然長の収縮による新しい自然長は初期の自然長に対する収縮率として定義した。

2.3.2 材質の変化

粘土などの材料では、乾燥に伴い収縮だけでなく硬化や脆化などの材質の変化を伴う。本モデルでは、材料の剛性をバネ係数で、また、脆さを限界伸び率により表現し、これらを収縮に応じて変化させることで乾燥に伴う材質の変化を実現した。

2.4 重力・外力の影響

ノードに重力を加算することで、重力の影響を表現する。重力によりノードに働く力は、ノードの質量×重力加速度である。ここで重力加速度は、下向に $980[\text{cm}/\text{s}^2]$ である。また、手で押すといった外力も同様に導入できる。

2.5 材料の破断

収縮などにより歪みが大きくなると、材料の破断が起こる。材料の破断即ちひび割れの発生は、バネが限界の伸びを越えた場合にバネを切断し材料の破断を表現することとした。

3 パラメータの決定方法

前節では、モデルについて述べた。この中では、材料の性質などを規定するいくつかのパラメータが必要であることを示した。対象物体の性質を規定する物理的パラメータには、材料の密度、収縮率、収縮限界、材料の固さを表すバネ定数、材料の脆さを表す限界伸び率、限界伸び率のばらつきがある。このうち、限界伸び率のばらつきについては、測定が困難であるので経験的に与えることとした。それ以外のパラメータは、実測に基づいて値を決定した。本節では、これらのパラメータを現実にもとじて決定する手法について論じる。

3.1 物体の密度

1辺4[cm]の立方体を作りその重量を計測することにより求めた。その結果、重量は81[g]であり、密度は $1.27[\text{g}/\text{cm}^3]$ と計算された。この値は、ノードの質量を求める際に必要とされる。なお、本モデルでは、水分拡散と表面蒸発を考慮しないことから乾燥に伴う質量の変化は考慮しない。

3.2 収縮率と収縮限界

収縮率は、物体の長さを時間ごとに計測し、初期状態の長さとの比をとることで求めた。ここでは測定物体として厚さ0.4[cm]、長さ10[cm]、幅2[cm]の薄い板状の粘土を用いた。乾燥過程で一定時間ごとに長さを測定し時間経過における収縮率の変化を求めた (Fig.2)。得られた結果に3次関数を当てはめることで収縮率を時間についての連続関数として定

義した（収縮率： A 、時間： t ）。

$$A = 0.000014t^3 - 0.00041t^2 - 0.0028t + 1.0$$

なお、約20時間後、長さがほとんど変わらなくなったためその時の収縮率である0.89を収縮限界とした。

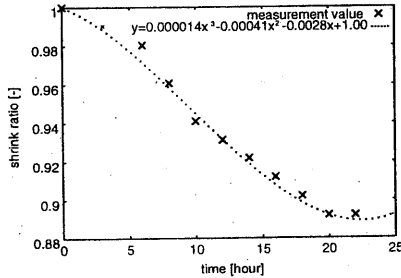


Fig. 2: 時間と収縮率の関係

3.3 バネ定数

本モデルでは、弾性をバネ定数で表している。このバネ定数は、実物とモデルとが同様な剛性となるよう決定する必要がある。本研究では、対象物体を押したときに発生する力と、モデルを押したときに発生する力が同じになるようにモデルのバネ定数を同定した。

実際に実験で用いたものは、1辺1.6[cm]の立方体形状である。これを表現するためのモデルは、4×4×4のメッシュで構成した（Fig.3）。図中で k_0 は、初期状態のバネ定数、 k_1 は、収縮と共に変化するバネ定数である。バネ定数の同定は以下の手順で行なう。まず、実物の初期状態の力と変位の関係を力センサおよび距離センサで測定した。そして、モデルを押したときに、上部に返ってくる力を実物と同じになるバネ定数を求めた。初期状態なので、内部も表面も硬さに差はなく k_1 は、 k_0 に等しい。これにより k_0 が求められる。次に、20時間後の実物に対しても同様に力と変位の関係を測定した。モデルでは、前述の仮定に従い内部は k_0 を用い、表面部分のバネ定数 k_1 を変化させ実物と同じになるように k_1 を決定した。得られたバネ定数 k_0 および k_1 を収縮率に対してプロットしたものをFig.4に示す。シミュレーション計算においては、バネ定数が収縮率に対する連続的な関数として定義されている必要があることから、この関係を次の1次関数で補間した（バネ定数： K 、収縮率： A ）。

$$K = 2.07 \times 10^4 (-98.1 \times A + 99.1)$$

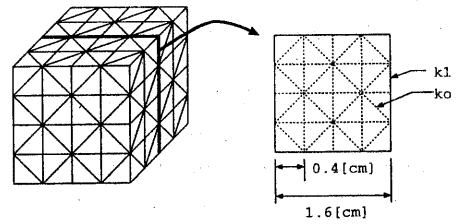


Fig. 3: バネ定数同定のためのモデル

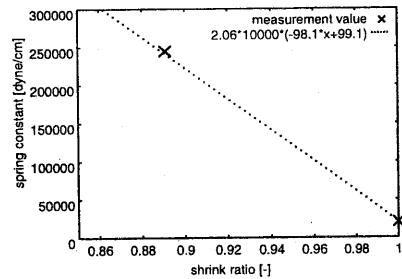


Fig. 4: 収縮とバネ定数の関係

3.4 限界伸び率

剛性と同様に、脆さも収縮に伴って変化する。具体的には、初期状態の材料は伸びやすく切れにくいですが、乾燥につれて少しの伸びでも切れるようになる。物体の破断のしやすさをモデルでは限界伸び率として表していることから、この限界伸び率の乾燥に伴う変化を知る必要がある。本研究では、乾燥の途中の材料について、これがどのくらい伸びたときに切れるか測定することで、限界伸び率を求めた（Fig.5）。具体的には、試験物体に等間隔のマークをつけた上で試験物体を伸ばす。ひび割れの発生を目視で確認し、この時のマークの間隔のうち最も大きいものと最初のマーク間隔の比をとることで限界伸び率を得た。なお、初期状態での限界伸び率は測定が困難である。これは、試験物体（粘土）が非常に柔らかく塑性変形してしまうため、どこでひび割れが発生したかを測定できないためである。このように初期の限界伸び率が非常に大きく、収縮に伴い急速に減少すると考えられることから、ここでは、得られた計測データに対して指数関数をフィットすることで収縮率と限界伸び率の関係を次のように定義した（限界伸び率： C 、収縮率： A ）。

$$C = 6.6 \times 10^{-4} \times \exp(A - 0.89) / 0.01476 + 1.05$$

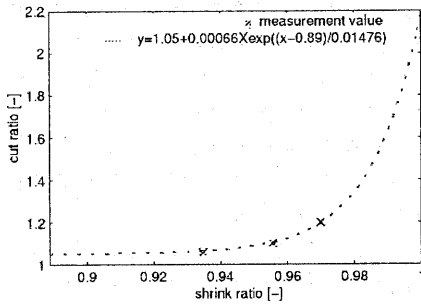


Fig.5: 収縮率と限界伸び率の関係

4 ひび割れの生成と評価

シミュレーションは、2つの形状の物体について行なった。1つは、重力（外力）の影響を受けにくく、主に収縮によりひび割れが発生すると考えられる立方体、もう1つは、重力（外力）の影響を受け、ひび割れが促進されると考えられる板状の形状を作成した。この板状の形状は、半分だけ台に載せ半分は空中に出すことで重力の影響を受ける状態とした。

4.1 シミュレーション手順

以上のモデルおよびパラメータを用いて、ひび割れの時間的シミュレーションを行う。シミュレーションの手順は Fig.6のとおりである。

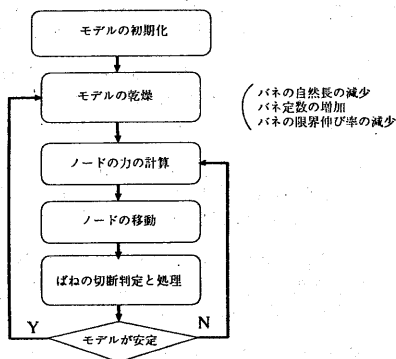


Fig.6: シミュレーション手順

4.2 立方体形状

13 時間後、17 時間後、25 時間後の写真とそれに対応したシミュレーション結果を Fig.7 に示す。実物の立方体におけるひびの発生の特徴をまとめると

- 各面をまたがるひび割れ
- 側面には、下面から垂直にあがるひび割れ。
- 時間がたつごとにひび割れは成長
- 最終的なひびの幅は、ほぼ等間隔

シミュレーションで得られた結果と上述した特徴に照らし合わせてみると、25 時間後のシミュレーション結果において面をまたがるひびが発生しており、側面には、下面から垂直に伸びるひび割れが発生していた。13 時間後、17 時間後、25 時間後の時間経過におけるひび割れをみてみると時間がたつごとにひび割れは成長している。また、ひびの間隔は多少違うが、25 時間後のシミュレーション結果において、ひび割れが等間隔に発生している点は実物と共通している。

4.3 板状の形状

3 時間後、13 時間後、24 時間後の実物の写真とそれに対応したシミュレーション結果を Fig.8 に示す。板状の形状における実物のひびの発生の特徴をまとめると

- 最初に重力で曲がる。
- 長軸と垂直方向にひび割れが発生。
- 台の角の部分で折れる。
- 長い時間（この場合 24 時間）をかけて折れる。

シミュレーションで得られた結果と上述した特徴に照らし合わせてみると、10 時間後のシミュレーション結果において重力でたわみ、20 時間後では、物体の長軸と垂直方向にひび割れが発生し、更に 55 時間後では、台の角の部分のひび割れが一番大きくなり、そこで折れた。このように物体の分断を含めた立体的なひび割れを実現している。また、実物もモデルも重力によりすぐ折れるのではなく長時間（55 時間）を経たあと、折れた点も共通するところである。ただし、時間経過は一致していない。したがって、本モデルは時間の経過速度は異なるが、乾燥と重力により発生するひび割れ現象の特徴を表現できていると考える。

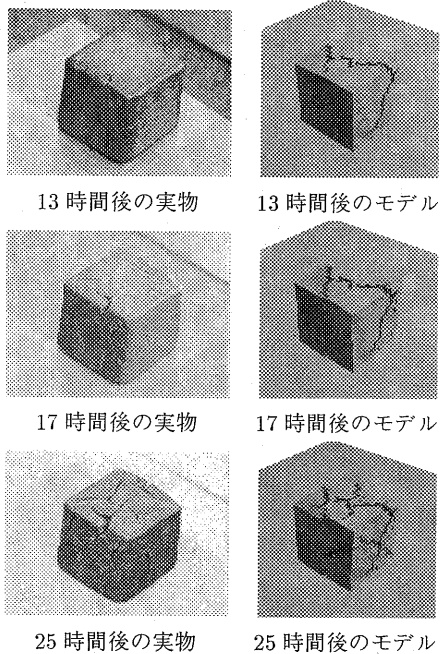


Fig.7: 実物とモデルの比較 (立方体)

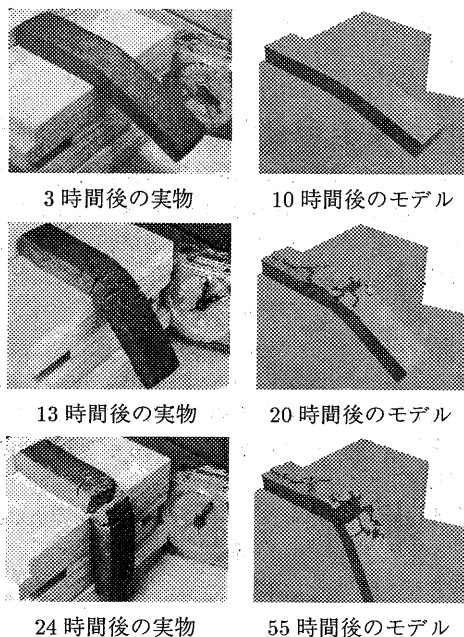


Fig.8: 実物とモデルの比較 (板状)

5 まとめ

本研究では、自然現象の1つであるひび割れ現象のうち粘土の乾燥によるひび割れをCGとして表現した。まず、対象物体をバネモデルで表し、収縮に伴う材料の変化やひび割れの発生などをモデル化した。そして、そのモデルを用いてシミュレーションを行なうためのパラメータを実験的に求め、その値を用いて実際にシミュレーションを行なった。その結果、立方体、板状の形状をもつ物体にひび割れの特徴を有する立体的なひび割れを発生させることができた。また、板状の形状をもつ物体に対しては、乾燥と重力による物体の破断も表現できた。さらに、単にひび割れの最終的な幾何学パターンだけでなく、そのシミュレーションの過程を時間をおって生成し、動画として表現することができた。

今後の課題としては、本モデルでは考慮しなかった水分拡散を考慮にいれたモデルの検討が必要である。また、ひびの深さ方向や切口の大きさの違いによる乾燥の違いを考慮する必要もある。このためには、蒸発と空気中での拡散をモデル化する必要がある。

参考文献

- [1] ‘ひび割れの行動モデルとそのCGへの応用’, 千葉則茂, 海野啓明, 電子情報通信学会論文誌 ’90/10 Vol.J 73-D-II No.10, pp.1742-1750,(1990).
- [2] ‘CGによるいたガラスのひび割れ形状の表現手法’, 安居院猛, 森山耕一, 長尾智晴, 中島正之, 情報処理学会論文誌, Vol.33. No.10
- [3] A.T.Skjeltorp, P. Meakin: ‘Fracture in Microsphere Monolayers Studied by Experiment and Computer Simulation’, *Nature*, Vol.335, pp.424-426,1988.
- [4] A. Norton, G. Turk, B. Bacon, J. Gerth, P. Sweeney: ‘Animation of Fracture by Physical Modeling,’ *Visual Computer*, Vol.7, pp.210-219, 1991.
- [5] ‘Generation of crack patterns with a physical model’, K.Hirota, Y.Tanoue, T.Kaneko, *Visual Computer* Vol.14, pp126-137,1998
- [6] ‘3次元物体表面に発生するひび割れ’, 田上靖行, 広田光一, 金子豊久, 平成9年度電気関係学会東海支部連合大会 講演論文集, pp394, Sep. 1997
- [7] 広田, 星野, 金子: ‘物理的モデルに基づくひび割れパターンの発生,’ 情報処理学会論文誌, Vol.37, No.12, 1996
- [8] ‘粘土瓦ハンドブック’, 田中稔, 秀英社