

## フラクタル・自己組織化ボイドの研究

伊藤 靖章 高橋 圭 蔡 東生†

筑波大学 工学研究科 電子・情報工学専攻

†筑波大学 電子・情報工学系

〒305-8573 茨城県 つくば市 天王台 1-1-1

Email: [yito@aoi3.is.tsukuba.ac.jp](mailto:yito@aoi3.is.tsukuba.ac.jp)

生体の複雑な動きを生成するために、個々が簡単なルールに従い、群れ全体として複雑な動きを生成するというボイドのアルゴリズムを基に生体の群れを作成した。そのボイドに、自己組織化臨界現象のモデルである砂山モデルを用い、生体の群れが外敵に襲われる際の非定常状態に適用し、群れの崩れる様子を作成した。また、人に心地良いといわれ、インテリアデザインなどの分野にも応用されている 1/f ゆらぎを群れの個体のパラメータに適用し自然な振る舞いをする群れの作成を試みた。また、カオスゲームを群れの飛び立ちに適用することで人に自然に群れだと感じさせるだけでなく、複雑で見栄えがある群れの生成を試みた。

## Fractal and SOC Boid

Itoh Yasuaki Takahashi Kei Cai Dongsheng†

Doctoral Program in Engineering, University of Tsukuba

† Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba

1-1-1, Tennoudai, Tsukuba, Ibaraki 305-8573, Japan

Email: [yito@aoi3.is.tsukuba.ac.jp](mailto:yito@aoi3.is.tsukuba.ac.jp)

Natural creatures like birds, butterflies often display very complex grouping behavior. Reynolds reported that such grouping behavior can be expressed via some simple rules, and called them "boids". However, many more complex grouping behaviors are beyond the description of simple "boids". We report some more complex "boid" using SOC (self-organized criticality) and chaos game algorithm.

## 1 はじめに

生体の群れの、複雑に関係し合う、様々な、数多くの要素を解析し、それらを導入して群れの動きを生成するのは不可能に近いものがある。従って、自然な動きをする生体の群れを自動生成するためには何らかの簡単なルールなどを用いなければならない。

そこで、定常の群れを、Boid[1]というシミュレーションアルゴリズムを参考にして作成した。

また、群れが敵に襲われる際に、群れが群れの形を保とうとしているが、小さな変化から大規模な連鎖反応が起きて、群れが崩壊する様子に砂山モデルが適用できないかと考えた。そこで、群れの崩壊を砂山モデルを用いて作成した。

また、近年生体に心地よいとされる  $1/f$  ゆらぎが、インテリアデザインや音楽などの分野に応用されている。また、 $1/f$  ゆらぎは自然界に多く存在する事も知られている。[2,3] それゆえ、 $1/f$  ゆらぎの CG への応用は大変有効であると考えられる。

複雑な振る舞いを数学的にあらわしたカオスゲームと心地よさを与えると言う  $1/f$  ゆらぎを群れをなすシミュレーションアルゴリズムの Boid に用いる事によってより自然な群れをなす CG を作成する事を目的とする。

## 2 Boid

Boid[bied-oid(鳥もどき)の略]は 1989 年に Craig Reynolds によって考え出されたものである。[1]

この Boid は個々の動きは単純なルールであるが、それらの相互作用により全体として複雑な動きをする群れをシミュレーションするアルゴリズムである。

Reynolds の Boid[1]は主にそれぞれが以下の 3 つのルールに従い群れをなす。

- ①. 衝突の回避
- ②. 速度の調和
- ③. 群れの中心に向かう

以上のルールはそれぞれ優先順位づけされ、それぞれが強度パラメータを持つ。

衝突の回避 :

Boid はそれぞれ、最適クルージング距離を持っており、自分の近くにいる Boid との最適クルージング距離を保とうとする。

速度の調和 :

Boid はそれぞれ、最も近くにいる Boid に速度ベクトルを合わせようとする。

群れの中心へ向かう :

Boid は群れの局所的な中心を認識し、その中心に向かおうとする。

これらのルールから加速度ベクトルを割り出すと、衝突しない複雑な群れの振る舞いを示すことになる。また、最大速度などの制限をことで不自然な振る舞いをするのを避ける。

## 3 群れと砂山モデル

自己組織化臨界現象 (self-organized criticality、SOC) は Bak、Tang、Wiesenfeld により 1987 年に提唱され、地震、株式相場の揺らぎ、そよ風、星の瞬きなど我々の身の回りの様々な系を説明することができる。[11]この SOC を説明する際に用いられたのが砂山モデル (Sandpile model) である。群れの非定常状態 (突風に巻き込まれる、敵に襲

われるなど)の時に、群れが崩れながらもぎりぎり秩序だっている様子(minimally stable state)と、大規模な崩壊がおき群れが拡散する様子に、小さな変化で大規模な連鎖反応が起き、群れが崩壊する様子に砂山モデルが適用できないかと考え、砂山モデルを、敵に襲われた際の群れの動きに適用し、群れの崩れる様子の作成を試みた。

### 3.1 自己組織化臨界現象(SOC)

自己組織化臨界現象は、システムが自分でパラメータを調節することにより自発的に臨界状態に発展し、その状態を維持しようとするメカニズムを意味する。

多くの複雑系の振る舞いは、この自己組織化臨界現象と呼ばれる準安定状態(minimally stable state)に向かい、自然に発展するといふことがある。[10]

### 3.2 3次元砂山モデル

砂山の傾斜の角度には安息角というものが、その角度よりも傾斜がなだらかな間は、砂の堆積によって傾斜が大きくなるが、それをこえて急になるとなだれが起こってしまい、自然と安定な角度に落ち着く。安息角を保つために、ある場合にはとても小さななだれで済むこともあるが、ときには少量の砂を加えたことが引き金となって、麓のほうにまで及ぶ大規模ななだれに発展することもある。このようにさまざまなスケールのなだれが共存することになり、全体としてはスケール不変な分布(冪乗分布)が実現される。Bak等が提唱した砂山モデルは二次元のものだが今回は3次元に拡張し、それを使用した。

### 3.3 3次元砂山モデルの実現

一辺の長さが $L$ の3次元有限格子( $L \times L \times L$ )を考える。 $L \times L \times L$ の格子に各サイト $(x, y, z)$ に確率変数 $h(x, y, z)$ に乱数( $0 \leq h(x, y, z) \leq 5$ )をふってやる。 $h(x, y, z)$ はサイト $(x, y, z)$ でのブロック変数(砂山の勾配)を表すものとする。以下のルール[10]に従って時間発展させる。

- (1) 3次元有限格子( $L \times L \times L$ )からランダムにサイト $(x, y, z)$ を選び、そこサイトのブロック変数を1増やす。  

$$z(x, y, z) \rightarrow z(x, y, z) + 1 \quad (3.1)$$
 これは、砂の堆積によりサイトの勾配が増していく様子を表す。

- (2) 安息角に相当する閾値を $z_c = 5$ とする。あるサイト $(x, y, z)$ で  
 $h(x, y, z) > z_c$ 以上になったときには砂山の崩壊がおこり、そのサイトの勾配は無くなり、周囲のサイトの勾配が増す  

$$\begin{aligned} h(x, y, z) &\rightarrow h(x, y, z) - 6 \\ h(x \pm 1, y, z) &\rightarrow h(x \pm 1, y, z) + 1 \\ h(x, y \pm 1, z) &\rightarrow h(x, y \pm 1, z) + 1 \\ h(x, y, z \pm 1) &\rightarrow h(x, y, z \pm 1) + 1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

あるサイトでの勾配 $h(x, y, z)$ が減る代わりにその周囲の勾配が増すことになる。場合によってはその周囲の勾配が閾値 $z_c$ を超えることになり、2次的ななだれが起こる。このようになだれが連鎖的に広がることとなる。

なだれが格子領域外にまで及んだときは、外側に流出した土砂は散逸に対応する。(2)のプロセスは( $L \times L \times L$ )上のすべてのサイトの変数 $h(x, y, z)$ が閾値 $z_c$ 以下の値に落ち着くまで繰り返される。すべてのサイトが閾値 $z_c$ 以下になったら、ふたたび(1)のプロセスを行う。

### 3.5 冪乗則

冪乗則は自己組織化とは密接な関係にある。冪分布は自然界の至るところに見られる。その説明として Bak は「自然界の背後には自己組織的に臨界現象へ向かうプロセスが存在し、そのため臨界現象に対応する冪分布がいたるところに現れる」としている [10]。

砂山モデルは Zip の法則 [9] としても知られている以下の式で冪乗則に従っていることが示される。崩壊のサイズ ( $s$ ) とそのサイズの頻度 ( $N(s)$ ) の関係がこれにあたる。

$$N(s) \sim \frac{1}{s^\tau} \quad (3.3)$$

また、砂山モデルが冪乗則を満たすことを示すグラフを以下に示す。

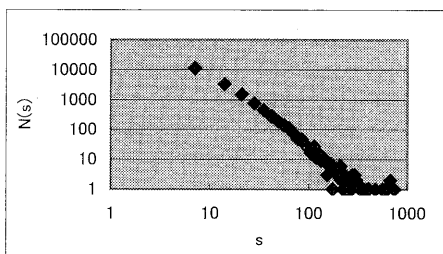


図 1: 冪乗則に従う 3 次元砂山モデル

$$\log N(s) = -\tau \log s \quad (3.4)$$

$$N(s) = s^{-\tau}$$

図 2 において  $\tau \cong 2.5554$  で直線となり冪乗則を満たしていることが分かる。

冪乗則を満たし、全体としてスケール不変な分布が実現されている。

### 3.6 捕食者と被捕食者

本稿では、捕食者・被捕食者系 (Predator-Prey 系) における動作の作成を試みた。

Prey は、種の保存などの理由から群れをなすことが多いため、群れを成している Prey

が Predator に追われているという動きを想定した。そこで Boid のルールに、Prey は、Predator から逃げるように、Prey は Predator を追うようなルールを付け加えた。

### 3.7 砂山モデルの群れへの適用

まず、3 次元砂山モデルの各サイトにそれぞれに Boid を割り当てる。3 次元砂山モデルの各サイトには初期値として 0~5 の整数の乱数を割り当てる。そして、Prey の群れに Predator がある程度、接近してきたら Predator に一番近い Boid に割り当てられている砂山モデルのサイトに 1 ずつ加えていく。崩壊が起きたサイトにあたる Boid は数フレームの間、Predator から逃げるルールが大きく判定されることになる。砂山モデルの崩壊のサイズは時間的に冪乗則に従うので、小さな規模のなだれは頻繁に起こるが、大規模なサイズでは滅多に起こらない。しかし、いずれは大規模なサイズの崩壊が起き、大きく崩壊することになる。砂粒を加えるということで Predator の接近を表し、それに対応する形で砂山モデルでなだれが起き、群れが崩れる。砂山モデルで大規模ななだれがあった時に、一気に群れが崩壊し Boid は拡散する。これは小さな変化で、系の多くの成分に影響を与え、激変に導く連鎖反応を起こすという自己組織化臨界現象の特徴にあたり、群れの動作にもそれが当てはまると考えたものである。

## 4 ゆらぎ

自然界には、木目における色の変化、夕焼けの赤色、小川のせせらぎの音など様々なゆらぎが存在する。また、人間の心臓の鼓動、脳波など生命の基本的な要素、クラシック音楽などにもゆらぎは存在し、それらの多くは

1/fゆらぎであることが知られている。

自然の中で小川のせせらぎを聞き、小鳥のさえずりに耳をかたむけその身を自然の中に投じると、心にある種の安らぎを感じる人は多いはずである。[2,3]このように 1/fゆらぎは生体に心地よいと感じさせる効果が期待できるので、近年ではデザイン・配色・形状などインテリアの分野、音楽など様々な分野で注目され応用されている。

それゆえ人間の感性に訴えるものを作る場合には、1/fゆらぎを用いることは有効であると思われる。

## 5 1/fノイズの生成法と適用

### 5.1 中点変位法

1/fノイズは、時定数に特定の分布を仮定すると言う簡単な数学も出るから作る事ができる。アンデルブローとヴァン・ネスが、ブラウン運動の自己相似性に着目し、拡張したその数学モデルの一つが非整数ブラウン運動である。本研究では、1/fノイズの生成にこの非整数ブラウン運動に拡張した中点変位法(図2) [12]を用いた。

n回目の変位値の分散は

$$\Lambda_n^2 = \frac{\sigma^2}{(2n)^{2H}} (1 - 2^{2H-2}) \quad (5.1)$$

となる。

### 5.2 二次元中点変位法

二次元中点変位法は二次元平面状の四角格子の変位値として応用が可能である。

本研究では四角格子を作成し、それぞれの格子点に x, y 座標に対してゆらぎをかけ、それぞれの格子上に初期配置されている Boid の最適クルージング距離、最大速度、加

速度ベクトルの方向など、各パラメータに 1/f ノイズを適用する。

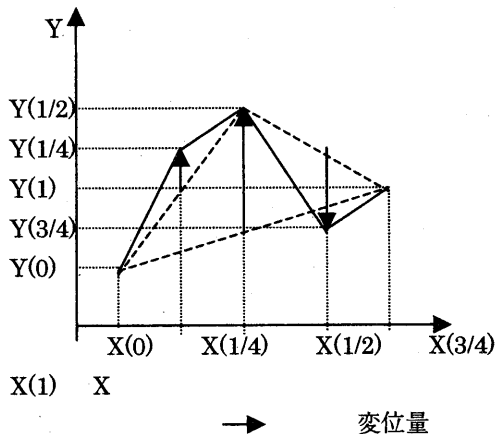


図2：一次元中点変位法

## 6 カオスゲーム

カオスとは複雑系と言われている分野の一つで、単純で決定的な法則が、複雑な振る舞いを生み出す現象である。

複雑で不規則な現象を数学的にあらわす手法として、カオスゲームが上げられる。カオスゲームはある点から点への一次変換であり、本研究で用いるカオスゲームのアルゴリズムは2次元である。

ある点の座標  $(x, y)$  の確率  $P_i (P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1)$  における変換後の座標を  $w$  とすると

$$w \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \end{pmatrix} = A_i x + T_i \quad (6.1)$$

$(a, b, c, d, e, f)$  は実数

となる。

この変換を繰り返す事によってフラクタル図形を得る事が出来る。

Boid の初期配置をこれらで得られた点の座標に割り当て、座標を割り当てた順に飛び

立たせることで、見栄えのある飛び立ちが表現できる。また、カオスゲームを用いることで緊急時などを考えた場合、むらのない飛び立ちが表現できる。これを同じようなアルゴリズムで木を作成するアルゴリズムである L-System に応用することで、木から一斉に飛び立つ鳥、昆虫などが表現できる。

## 7 まとめと今後の課題

外敵に襲われた際の群れの崩れる動作を自己組織化臨界現象のモデルである砂山モデルを用いて作成を試みた。また、Boid・ $1/f$ ・カオスゲームなどを用いて飛び立ちから群れをなす様までを表現した。

今後の展望としては、今回用いたカオスゲームは2次元であったので、今後は3次元のカオスゲームを試みる。また、同じようなアルゴリズムである L-System を作成し、それで作成した木からの飛び立ちを表現する。

また、より自然に近づけるために鳥が群れている時の実データなどを参考にしたいと思う。また、実際の鳥、魚、昆虫などのオブジェクトの作成。様々な状況での群れの動作の作成を作成を試みたいと思う。

## 参考文献

[1] Craig W. Reynolds, "Flock, Herds and Schools A Distributed Behavioral Model", Computer Graphics, 21(4), July 1987, pp. 25-34.

[2]武者利光：ゆらぎの科学1～5,森北出版, 1991

[3]武者利光：ゆらぎの世界,ブルーバックス, 1980

[4]宮丸正人：ゆらぎの可視化とその応用,筑波大学大学院修士課程 理工学研究科修士論文, 1994

[5]坂井卓広： $1/f$ ノイズを使ったざざ波面の作成とそのテクスチャデザインへの応用,筑波大学第三学群情報学類卒業論文,1995

[6]多田栄治： $1/f$ ゆらぎのインテリアデザインへの応用,筑波大学第三学群情報学類卒業論文,1995

[7]Rudy Rucker:ルーディー・ラッカーの人工生命研究室 on Windows,アスキー出版局,1994

[8]N.Shimoyama et al. Collective motion in a system of motile elements. Physical Review Letters, 76(20):3870-3873,1996.

[9]合原幸一 編、別冊日経サイエンス 複雑系がひらく世界、日経サイエンス社、1997

[10]Per Bak、Chao Tang、and Kurt Wiesenfeld、"Self-organized criticality"、Physical Review A, Vol.38, No.1, pages 364-374, July 1, 1988.

[11]香取眞理、複雑系を解く確立モデル、ブルーバックス、1997

[12]Heinz-Otto Peitgen and Dietmar Saupe、"The Science of Fractal Images"、Springer Verlag, 1998