

立体形状の特徴部分に注目した類似度の定量化手法

向井伸治* 古川進** 久保田宗人** 磯部俊夫† 黒田満††

*前橋工科大学 **山梨大学 †航空宇宙技術研究所 ††豊田工業大学

本研究では、(1)多面体を特徴部分の組合せとして記述する、(2)これらの特徴部分を比較する、という考え方のもとに、多面体の類似度を定量化する手法を提案する。まず、多面体を凸要素のみからなる特徴部分に分解して2層構造で記述する方法を提示する。この構造は、特徴部分間の依存情報を持ち、任意の多面体に対して一意に作成できる。次に、2層構造による記述法を利用して比較を行う方法について述べる。立体の類似性は、全体の構造と個々の特徴部分の観点から説明される。特徴部分ごとに定量化される類似度の大小に基づき、どの部分が類似あるいは非類似かを識別することができる。実験例を通して本手法の有効性を示す。

A Method for Determining Feature-based Similarity of 3-D Objects

Shinji Mukai* Susumu Furukawa** Muneto Kubota** Toshio Isobe† Mitsuru Kuroda††

*Maebashi Institute of Technology **Yamanashi University

†National Aerospace Laboratory ††Toyota Technological Institute

This paper describes a method for determining similarities based on features of polyhedral objects. First, we propose a new data structure called "two layer structure with convex components" which can be constructed uniquely for a polyhedron. Next, an algorithm for deciding similarities of polyhedra by using the two layer structures is presented. The basic idea of the method is as follows. (1) The two layer structure of an object is compared with that of another object. (2) When those two layer structures are similar to each other, the shape and position of each component of an object are compared with those of the corresponding component of the other object and the similarity of each component is decided. (3) Then, similar parts and dissimilar parts can be recognized for those two objects. Various examples of polyhedral objects have been tested. The method gives results closely matching with our expectations.

1 はじめに

3次元立体形状の幾何的な類似性を定量的に評価し、類似尺度を定めることは、類似立体の検索や認識の問題において基本的に重要である。たとえば、CADデータベースに蓄積された設計モデルの中から設計者の意図する形状に類似したモデルを検出する場合や、インターネット上での製品カタログによって必要な部分を検索したり、意匠登録の際に類似品を検索しデザイン盗用をチェックする場合などに、この類似尺度を利用することができる。

本研究では、このような類似形状の検索や認識の問題に適用するための基礎として、多面体モデルを対象として類似度を定量化する手法について考察を行った。もとより、類似の問題はあいまい性を伴い、多くの特徴部分を有する立体の類似性を全体としての一元的な尺度で定量化するのは困難である。むしろ実際には、個々の特徴部分に注目して評価する場合が多いであろう。たとえば、一方の立体には穴があるが他方には穴がない、両方に穴があるが穴の形

が異なる、といったような考え方である。それゆえ、立体を特徴部分の集合と考え、それぞれの特徴部分の比較を行い、その組合せとして全体の類似性を説明できることが望ましいであろう。具体的には、突起部分やくぼみ部分の有無、形状特徴の種類やその数、個別の特徴部分の形状や位置などの観点から比較を行えば、同一な部分あるいは類似している部分がどこで、相異している部分がどこか、といった識別が可能となる。

そこで本研究では、(1)多面体を特徴部分の組合せとして記述する、(2)これらの特徴部分を比較する、という考え方に基づいて多面体の類似度を定量化する方法を提案する。上記の(1)については、特徴抽出の問題としてこれまでに多くの研究^[1]がなされてきているが、ここでは凸分解による多面体の階層的記述法^{[2][3]}を発展させて、突起や穴などの形状特徴とその依存関係が記述できる新しいデータ構造として「2層構造」を提案する。(2)の形状比較に関する既往の研究では、主に2次元图形が扱われてきており、3次元形状へのアプローチ^{[4][5]}は極めて

少ない。立体間の類似度を定量的に評価する技術は、立体情報の普及や画像情報からの立体の復元技術の進展とともに、ますます重要になると考えられる。

本報告では、多面体を凸要素からなる特徴部分に分解して2層構造で記述する方法と、この2層構造を利用して多面体を比較する方法について述べる。

2 凸分解による多面体の階層的表現

本節では、2層構造を生成するための出発点となる、凸多面体の階層構造によって多面体を記述する方法^{[2][3]}について簡単に述べる。

はじめに、階層構造を生成する際に使用する用語について説明する。分解の対象となる多面体(以下では原多面体といふ)に存在する面を実在面と呼ぶことにする。凸多面体の生成時に原多面体に存在しない面が作られることがある。その面を仮想面と呼ぶ。さらに、実在面は使用面と未使用面に区分する。使用面とは、階層構造のあるノードに対応する凸多面体を構成する面として使用される実在面のことである。凸多面体の内部に含まれる実在面はすべて未使用面である。また、実在面と仮想面の境界稜線ループを孤立稜線ループと定義する。

凸多面体階層ツリー構造の生成アルゴリズムは、以下のとおりである。

- (1) 原多面体のコンベックスハルを生成し、これをルートノードの立体とする。
- (2) 生成されたコンベックスハル内の未使用面から構成される部分を取り出し、これに対してコンベックスハルを生成する。その際、未使用面群が互いに接点を持たない未使用面群に分割されるときには、その各々に対してコンベックスハルを生成する。
- (3) 未使用面がなくなるまで、(2)の手続きを繰り返す。
- (4) 生成されたコンベックスハルにおいて使用面が存在しないときには、分解は収束しなくなる。この場合には、孤立稜線ループの分離によって未使用面群を分割し、その各々に対してコンベックスハルを生成する。未使用面がなくなるまで、手続き(2)を繰り返す。

このような階層ツリー構造の生成過程、すなわち、ルートノードから最下位のリーフノードの分解要素に至る凸分解過程を、以下では“フォワードプロセス”と呼ぶこととする。

このフォワードプロセスの主たる特徴は、(a) 分解の仕方が一意に定まること、および(b) 分解によって新たな頂点が発生しないこと、である。

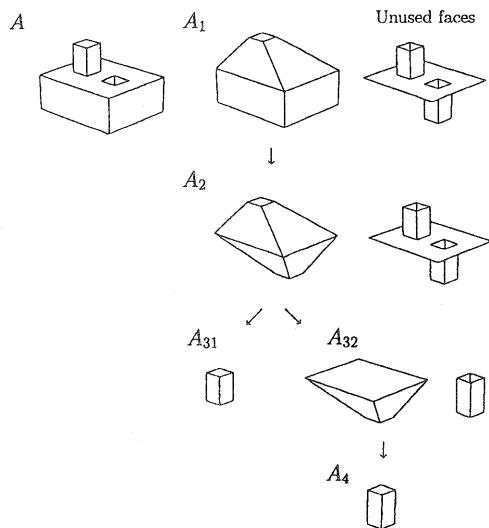


図1 多面体Aの階層ツリー構造

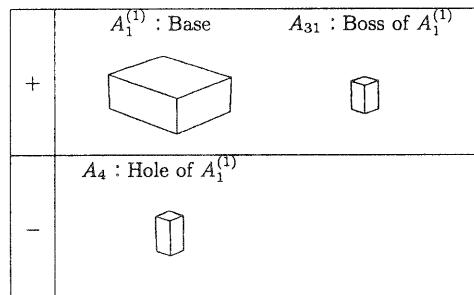


図2 多面体Aの2層構造

図1に、多面体Aについての階層構造を示す。一般に、奇数次の凸多面体は原多面体のほぼ実在部分(正の凸立体)を表し、偶数次の凸多面体はその上位レベルの奇数次の立体より取り去るべき部分(負の凸立体)を表している。すなわち、多面体Aは $A_1 - A_2 + (A_{31} + A_{32}) - A_4$ で表現できる。この階層的表現法によれば、階層レベルの増加に伴って原多面体の細部までを厳密に表現することができる。

3 多面体の新しい記述法

前節で示した凸多面体のツリー構造では、幾何的な部分形状は表現されているが、この構造から穴や突起などの形状特徴を明確に記述するのは困難である。そこで、この凸分解過程を活かして、図2に示すようにわかりやすい構造で形状特徴を記述できれば、形状比較をはじめとする特徴処理に有効に利用

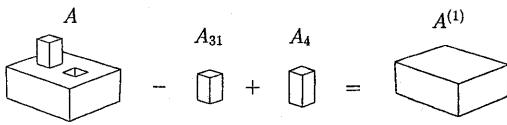


図3 多面体Aのバックワードプロセス

表1 2層構造の内部データ表現(多面体A)

	Item	Convex components	
First layer	Body name	$A_1^{(1)}$	A_{31}
	Level of node	1	3
	Feature type	Base	Boss
	Relationships	Independent	$f_1 \bowtie f_2$ of $A_1^{(1)}$
Second layer	Body name	A_4	
	Level of node	4	
	Feature type	Hole	
	Relationships	$f_1 \bowtie f_1$ of $A_1^{(1)}$ $f_2 \bowtie f_2$ of $A_1^{(1)}$	

できるであろう。本節では、このような構造を記述する方法^[6]について述べる。

3.1 凸分解の循環的プロセス

まず、ツリー構造におけるリーフノードの立体のみが基本的な特徴部分を表しているものと考えて、これを別の構造にストアする。次に、リーフノードの立体を原多面体から取り除くことにする。その結果、原多面体の細部が除去されて主要部が残存する立体が新たに生成されることになる。この処理過程を“バックワードプロセス”と呼ぶことにする。

新たに生成された多面体に対して、引き続きフォワードプロセスを実行する。バックワードプロセスはルートノードの立体に至るまで繰り返し行われる。これにより、ツリー構造の中間レベルの立体が取り除かれ、各フォワードプロセスで生成されるリーフノードの立体の集合として原多面体を表現することができる。

図1の例においては、立体 A_{31} を原立体Aから取り去り、立体 A_4 を原立体Aに付加することになる。このとき、図3に示されるように立体 $A^{(1)}$ が新たに生成される。これを原立体として、再びフォワードプロセスが実行される。この例では、第1次の凸立体の生成で未使用面がなくなり、プロセスは終了する。ここで、最終のバックワードプロセスで生成される立体の第1次凸立体 $A_1^{(1)}$ を“基準立体”と呼ぶこととする。基準立体は原多面体の主要な実体部分を表すものである。

基準立体およびリーフノードの立体は、階層レベルの次数に応じて正の特徴部分と負の特徴部分に仕

分けで記述しておく。これを実現するための構造を“2層構造”と呼ぶことにする。2層構造の内部データ表現を表1に示す。第1層には正の特徴部分 $A_1^{(1)}$, A_{31} を、第2層には負の特徴部分 A_4 を格納する。

3.2 形状特徴の認識と特徴間の依存関係の記述

個々の特徴部分に対して、形状特徴の認識を行うとともに、それらの特徴間の接続関係の情報もあわせて記述しておく。

形状特徴の認識においては、正の特徴としてBase, Boss, Bridge, 負の特徴としてHole, Pocket, Slot, Stepといった簡単な形状特徴が認識できるものとする。この認識は、フォワードプロセスにおける階層レベルの次数、孤立稜線ループの個数、そのループを構成する稜線の性質に基づいて行う。

特徴立体の相互の接続関係は、依存情報としてデータ構造内に格納される。基準立体を出発点として、各特徴立体を構成している面分の接続関係を調べる。その際、特徴立体の仮想面のみに注目して、その面と結合する他の面がいずれの特徴立体に存在するかを求める。その結果、たとえば特徴立体 A_{31} の面 f_1 は特徴立体 $A_1^{(1)}$ の面 f_2 と接続するという情報が記憶される。1つの特徴立体に対して仮想面の数だけこのような依存関係を格納することになる。

3.3 2層構造の生成アルゴリズム

2層構造の生成アルゴリズムについてまとめると、次のとおりである。

- (1) フォワードプロセスによって生成されるツリー構造が2次の階層レベルを超える場合には、バックワードプロセスを実行する。リーフノードの立体が奇数次であれば原多面体から取り去り、偶数次であれば原多面体に付加する。
- (2) 手続き(1)によって新たに生成された立体を原立体に置き換えて、再度、フォワードプロセスを実行する。
- (3) 生成されるツリー構造が第1次階層レベルになるまで、フォワードプロセス/バックワードプロセスを繰り返す。
- (4) 最終のバックワードプロセスで生成された立体の第1次凸立体を基準立体とし、2層構造の第1層の最初に書き込む。
- (5) 各フォワードプロセスで生成されたリーフノードの立体について形状特徴の認識を行い、これらを階層レベルの次数に応じて第1層と第2層に整理して書き込む。
- (6) 基準立体を出発点として、特徴部分相互の接続関係を調べ、面分の依存情報を格納する。

表2 多面体の比較項目

	比較項目	類似性評価
全体の構造	・特徴立体の種類別個数 ・特徴立体間の依存関係	定性的評価
個々の特徴立体	・大きさ ・形状 ・位置 ・方向	定量的評価

2層構造は、任意の多面体に対して一意に作成できる。立体の主要部から細部にわたる特徴部分が、正と負の特徴に分割されて明確に記述できるので、個別の特徴部分に注目した形状比較をはじめとする特徴処理において操作性に優れ、理解しやすい構造である。

4 多面体の比較法

本節では、2層構造を利用して多面体の比較を行い、類似度を量化する方法について述べる。

4.1 類似の概念と比較項目

多面体の類似性は、(a) 全体の構造と(b) 個々の特徴立体の観点からとらえることによる。表2に多面体の類似性を評価するときの比較項目を示す。構造に関する比較項目は、特徴立体の種類別個数および特徴立体間の依存関係である。比較の結果、同じであるか否かがわかる。同じでない場合には、各比較項目にどの程度の差異があるかがわかる。たとえば、一方の立体に対して、突起がない、穴の個数が1つだけ多い、穴の存在している特徴立体が異なる、といった情報で構造の違いを説明することができる。

比較している多面体同士の構造が同じであるか、あるいは似ている場合には、対応する特徴立体同士を比較する。その比較項目は、大きさ、形状、位置および方向であり、それぞれの類似性を数値情報として量化する。その結果、どの特徴部分が同一であるか、どの程度類似しているか、あるいは異なるかを識別することができる。

4.2 比較の手順

比較の手順は次のとおりである。

(1) 構造を比較する。構造が同じである場合には、次の手続き(2)に進む。特徴立体の数が異なる場合には、立体全体に占める特徴立体の大きさから、除外できるものがあるかどうかを調べる。具体的には、各アプリケーションごとにあらかじめ無視してもよいと思われる体積 V_s を規定しておき、特徴立体の大きさが V_s 未満である場合には最初からなかったものとして取り扱うことにするのである。ただし、微小

部分を無視したという情報が必要なときには容易に取り出せるように記憶させておくことは当然である。このように微小立体があった場合には、それを除いて比較を行う。特徴立体の依存関係が異なる場合には、比較手続きを終了する。この構造を比較した段階で、各特徴立体の対応関係が決定される。

(2) 対応づけられた特徴立体同士を比較する。特徴立体の大きさ、形状、位置および方向について類似度を計算する。

(3) 比較の結果として、同一な特徴部分、類似している特徴部分、非類似の特徴部分が識別される。たとえば、主要部分は同じであるが細部が異なるといった識別や、凸部分は似ているが凹部分が異なるというような識別ができる。

4.3 特徴立体の比較方法

4.3.1 特徴立体の大きさおよび形状の比較

対応する特徴立体の体積を用いて大きさの比較を行う。その差異は体積比 S_V

$$S_V = \frac{V_B - V_A}{V_A} \quad (1)$$

で表す。ここで、 V_A は基準となる特徴立体の体積、 V_B は比較されるもう一方の特徴立体の体積である。

各特徴立体の形状の比較においては、凸多面体の類似度を量化する方法^[7]を利用する。その方法は、比較する立体のそれぞれに固有な座標系を設定して頂点のマッチングを行い、対応頂点間の距離を用いて類似度を数値化するものである。以下では、その手続きの概要について述べる。

(1) 固有座標系の設定

立体の図心 G_c を座標原点とする。図心 G_c と各頂点との距離を計算し、距離分布の低密度のところから選定される2つの頂点 V_1, V_2 をもとに、ベクトル $\overrightarrow{G_c V_1}$ をX軸の正方向に、外積 $\overrightarrow{G_c V_1} \times \overrightarrow{G_c V_2}$ で定まる方向をZ軸の正方向に設定する。Y軸は一意に決まる。

(2) 頂点のマッチング

立体の図心を中心とし、Z軸を中心軸とする球面上に射影した頂点位置についての角度(経度、緯度)の分布表を用いて対応関係を求める。

(3) 類似度の計算

形状の類似度は、対応する頂点の位置のずれに注目し、次式のように (S_μ, S_σ) によって定義する。

$$S_\mu = E \left[\frac{D(V_{A,i}, V_{B,i})}{D(G_c A, V_{A,i})} \right] \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2)$$

$$S_\sigma = \sqrt{E \left[\left(\frac{D(V_{A,i}, V_{B,i})}{D(G_c A, V_{A,i})} - S_\mu \right)^2 \right]} \quad (3)$$

	E	F	G	H	I	J
E_1	$S_V = 0.000$ $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	0.000 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	0.000 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	-0.250 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.095, 0.028$	0.000 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	0.000 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$
E_2	$S_V = 0.000$ $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	1.250 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.340, 0.034$	-0.500 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.245, 0.067$	0.200 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.148, 0.041$	0.267 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.197, 0.053$	
E_3	$S_V = 0.000$ $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	0.179 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.000 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.060 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.208 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.040$	
E_4	$S_V = 0.000$ $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	0.000 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	0.517 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.206, 0.088$	-0.667 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.383, 0.047$	0.000 $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$	
	$S_G = 0.000$ $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.000 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.050 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.116 $(S_x, S_y, S_z) = 0.118, 0.118, 0.000$	0.000 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	
	$(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.000 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.040 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.116 $(S_x, S_y, S_z) = 0.141, 0.141, 0.000$	0.000 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	
	0.119 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.000 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.785 $(S_x, S_y, S_z) = 0.785, 0.785, 0.000$	0.214 $(S_x, S_y, S_z) = 0.214, 0.214, 0.000$	0.000 $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	

図4 多面体の比較例(1)

ここで, $E[x_i]$ は x_i の平均値, n は頂点数, $D(V_{A,i}, V_{B,i})$ は対応する頂点間の距離, $D(Gc_A, V_{A,i})$ は比較の基準となる立体の図心 Gc_A と頂点 $V_{A,i}$ との距離を表す.

S_μ, S_σ は、その値が0に近いほど立体形状はよく類似しており、大きくなると形状の差異は大きくなる。とくに、 $S_\mu = 0$ のときは合同である。対応頂点間の角度差を調べたとき、すべての頂点で角度差が0のとき相似となる。

4.3.2 特徴立体の位置および方向の比較

2層構造の第1層の1番目に格納されている特徴立体(基準立体)の情報を利用して位置および方向を比較するための共通座標系を決定する。基準立体を構成する実在面の中で面積最大の面の図心を座標原点とする。その面を構成している頂点について図心—頂点間距離を求め、距離最大の頂点の方向をX軸の正方向に定める。その面について立体の内部を向く法線ベクトルの方向をZ軸の正方向とする。Y軸は一意に決まる。比較されるもう一方の立体については、形状の比較を行った際に各頂点の対応関係が定まり、また同時に各面の対応関係も決まっているので、その対応面と対応頂点をもとに同様に設定する。すべての特徴立体の頂点座標値は、この共通座標系で表される。

このとき、特徴立体間の位置の類似度を

$$S_G = \frac{D(Gc_A, Gc_B)}{E[D(Gc_A, V_{A,i})]} \quad (4)$$

と定める。ここで、 $D(Gc_A, Gc_B)$ は特徴立体 A, B の図心間距離、 $D(Gc_A, V_{A,i})$ は比較の基準となる立体の図心—頂点間距離を表す。

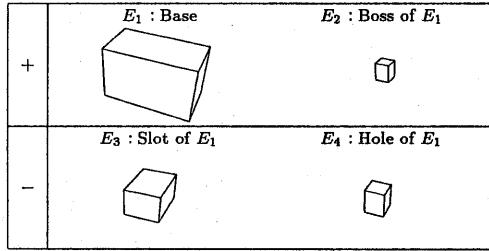


図5 多面体 E の2層構造

方向の類似度については、特徴立体を構成している1つの仮想面の情報をもとに、その面の図心を座標原点、図心—頂点間距離最大の頂点の方向を x 軸の正方向、立体の図心に向かう方向を z 軸の正方向とする固有座標軸を決定し、各軸方向の交差角 S_x, S_y, S_z を表す。

これらの値の大小に基づき個々の特徴立体の位置と方向の類似性が識別できる。 $S_G = 0$ のときは両立体は同じ位置にあり、その値が大きくなるとき両立体は乖離することになる。 S_x, S_y, S_z についても値が大きくなるとき、立体の方向がより相違することになる。

5 比較例

図4に、立体 E に対して立体 $F \sim J$ を比較した例を示す。立体 E の2層構造は、図5のように4つの特徴立体の組合せとして記述できる。立体 $F \sim I$ の2層構造は同一である。ベース E_1 の比較において、立

K_1, K_2, K_3, K_9	Equality	Equality
K_3 $S_V = 0.778$ $(S_\mu, S_\sigma) = 0.329, 0.000$ $S_G = 0.145$ $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	0.778 $0.329, 0.000$ 0.145 $0.000, 0.000, 0.000$	
K_{10} $S_V = 0.000$ $(S_\mu, S_\sigma) = 0.000, 0.000$ $S_G = 0.145$ $(S_x, S_y, S_z) = 0.000, 0.000, 0.000$	1.250 $0.376, 0.000$ 0.145 $0.000, 0.000, 0.000$	
$K_4 \sim K_7$	Equality	Non-existence

図 6 多面体の比較例(2)

体 F, G, H の S_μ, S_σ の値は 0 であるので、ベースは合同である。立体 F は、突起 F_2 、穴 F_4 の位置がわずかにズれているだけで、全体として非常に類似していることがわかる。立体 G は、突起 G_2 と穴 G_4 の大きさと形状の指標値が大きいので、その部分が異なっている。立体 H については、とくに突起 H_2 、穴 H_4 の方向が異なっていることがわかる。立体 I においては、スロット I_3 、穴 I_4 の形状が大きく相違していることがわかる。

図 4 の立体 J の構造の比較においては、ポケットの部分のみが異なっていることがわかる。特徴立体の全體積に占めるポケット部分の体積の比率は 0.2% と極めて小さいので、その部分を取り除いて比較が行われる。その結果、ベース、スロット、穴の部分が同じで、突起の部分のみが違っていることがわかる。

図 6 は、立体 K に対して立体 L, M を比較した例である。立体 K の 2 層構造は、図 7 に示されるように 10 個の特徴立体の組合せとして記述される。立体 L の構造は同じであり、各特徴立体の比較結果から、2 つの特徴立体すなわち、突起 L_3 の大きさ、形状および位置と、穴 L_{10} の位置のみが異なっているだけで、全体として類似していることがわかる。立体 M の構造の比較においては、4 つの小さい突起 $K_4 \sim K_7$ に対応する部分が存在せず、代わって 4 つの小さい穴がある。いずれも微小部分であるので、これらを取り除いて比較を行うと、突起 M_3 と穴 M_{10} の大きさ、形状および位置についても異なっていることがわかる。

本処理プログラムは C 言語で作成されている。2 つの比較する多面体が与えられたときに、2 層構造の作成から始めて個別の特徴立体の類似度の計算を終えるまでの処理時間は、図 6 の立体の場合には、CPU300MHz のコンピュータで約 1 秒程度である。

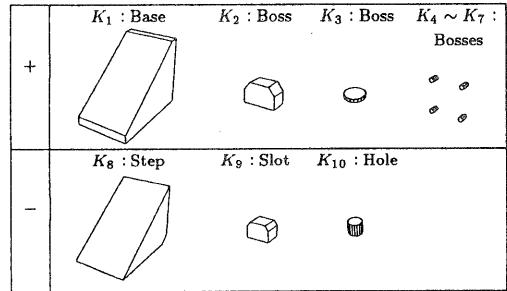


図 7 多面体 K の 2 層構造

6 おわりに

本稿では、多面体を特徴部分に分解して 2 層構造で記述する方法と、その構造を用いて類似度を定量化する手法について述べた。本手法は、立体の類似性を全体の構造と個別の特徴立体の観点からとらえるものであり、構造の類似性については、特徴立体の数や依存関係を比較することにより定性的に説明し、個々の特徴立体については、大きさ、形状、位置および方向からそれぞれの類似度の定量化を行った。その結果、どの部分が類似あるいは非類似かを識別できるものである。この方法を用いて、たとえば、穴の有無、穴の個数、台の上の突起の有無、といったような分類基準を設定することにより、立体をグループ分けすることができる。また、立体のデータベース内から同等なものあるいは類似するものを抽出することが可能である。

参考文献

- [1] Q.Ji and M.M.Marefat : Machine Interpretation of CAD Data for Manufacturing Applications, ACM Computing Surveys, 24, 3, pp.264-295 (1997).
- [2] 古川：多面体の階層構造による記述とその生成手続きに関する研究(第1報)，精密工学会誌，51, 11, pp.2071-2076 (1985).
- [3] 古川：多面体の階層構造による記述とその生成手続きに関する研究(第2報)，精密工学会誌，52, 11, pp.1905-1910 (1986).
- [4] H.Y.Shum, M.Hebert and K.Ikeuchi : On 3D Shape Similarity, Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition, pp.526-531 (1996).
- [5] A.Elinson, D.S.Nau and W.C.Regli : Feature-based Similarity Assessment of Solid Models, Proc. ACM Symp. Solid Modeling and Applications, pp.297-310 (1997).
- [6] 向井, 古川, 磯部, 久保田, 黒田：多面体の類似度の定量化に関する研究(第1報), 精密工学会誌, 掲載予定.
- [7] S.Mukai, S.Furukawa, M.Obi and F.Kimura : An Algorithm for Deciding Similarities of Convex Polyhedra, Computers & Graphics, 18, 2, pp.171-176 (1994).