

## 表面詳細を含む設計対象のメッシュモデリングと多重解像度表現

伊達 宏昭, 金井 理, 岸浪 建史

北海道大学大学院工学研究科  
060-8628 北海道札幌市北区北13西8

本論文では、三角形メッシュで表現された基本形状表面への、微小な凹凸パターン、文字等の表面詳細メッシュの合成法とその多重解像度表現法を提案する。柔軟かつ高精度なメッシュ合成を目的として、単純な合成基準の入力に基づく、メッシュパラメタライゼーションを用いた表面詳細の計量や幾何拘束を保存する局所的なメッシュ合成手法を実現する。これにより、基本形状及びその表面詳細形状を個別に設計でき、設計効率の向上及び設計データの再利用を図ることができる。また、合成されたモデルに対して、基本形状が保存される多重解像度表現をエッジ削除規則に基づいて実現する。表面詳細が合成された形状モデルは、解析/加工/表示などの観点から、その基本形状のみを利用したい場合も多く、提案手法は、表面詳細が合成された単一メッシュモデルを、様々なアプリケーションの用途に合わせた解像度で効率的に利用することを可能にする。

## A Modeling Method for Triangulated Meshes with Surface Detail and its Multiresolution Representation

Hiroaki Date, Satoshi Kanai and Takeshi Kishinami

Graduate School of Engineering, Hokkaido University  
Kita-13, Nishi-8, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido 060-8628, Japan

The surface of many industrial products can be considered to have geometries composed both of base shape and surface detail. From design point of view, it is efficient to design the base shape and surface detail independently. However, only base shape is often required in some applications, such as analysis, machining, and display, for this type of composed shape. In this paper, to realize the flexible and efficient modeling for a mesh model with surface detail and its efficient data processing, we propose a method for integrating the surface detail with base shape, and the multiresolution representation method based on rules of edge removal for this surface-detail-integrated shape so as to keep the base shape.

### 1. はじめに

製品形状には、基本形状の表面に微小な凹凸パターン、文字等が合成されているものが多い。このような形状の設計において、基本形状及びその表面詳細形状が個別に設計でき、それらを合成できれば、設計効率の向上及び設計データの再利用を図ることができる。

そこで、本研究では三角形メッシュモデルを対象として、基本形状への表面詳細の合成手法を提案する。三角形メッシュモデルは、幾何演算アルゴリズムや位相管理が容易、形状表現自由度が高いといった特徴から様々な分野の形状表現に適用されてきている。近年、計算機資源の向上により極度に複雑なメッシュモデルも普及し、形状精度を要求するアプリケーションの形

状表現法としても活用されつつある。

メッシュモデルベースでの基本形状・表面詳細の合成による、形状モデリングは次の利点を持つ。

- ・表面詳細を基本形状へ合成することにより、表面詳細を平面上で定義できるため、3次元空間内での複雑な表面詳細の設計を回避できる。
- ・表面詳細の形状精度、境界部で要求されるエッジ情報などの位相情報を損なうことのない表面詳細合成形状を得ることができる。

本研究では、上述の利点を持ち、より柔軟かつ高精度なメッシュ合成を目的として、以下の項目を満足するメッシュ合成手法を実現する。

- ・単純な合成基準を用いて、基本形状に対し表面詳細を合成する位置、方向、合成領域の指定が容易に行える。
- ・表面詳細に課せられた幾何制約を、合成形状上で可能な限り満たす合成形状が得られる。

一方、表面詳細が合成されたメッシュモデルのデータ量は莫大となるため、必要に応じてその解像度制御が要求される。また、表面詳細が合成された形状は、解析、加工や表示において基本形状のみを要求される場合が多い。これらの要求に答えるため、本研究では、上述のメッシュ合成手法に加え、エッジ簡略規則に基づく、メッシュ簡略化の過程で基本形状が現れる性質を持つ、表面詳細合成モデルの多重解像度表現を実現する。

## 2. 関連研究

本研究と関連する、形状への表面詳細付加、メッシュ合成、メッシュモデルの多重解像度表現に関する研究例を挙げ、本研究の位置付けを明らかにする。

3次元メッシュモデルを利用して、表面詳細が合成された形状を設計する一手法として、ディスプレイメントマッピング<sup>[1]</sup>がある。これは、画像の濃淡や関数で与えられるスカラー値により基本形状メッシュの頂点を変位させるものであり、近年、この概念は、細分割曲面やセミレギュラーな位相構造をもつメッシュの効率的な表現にも応用されている<sup>[2][3]</sup>。

また、メッシュ合成に関する研究例としてはモーフィングが代表的である<sup>[4][5]</sup>。モーフィングは、複数メッシュの補間形状を得る事を目的としている。

メッシュモデルの多重解像度表現化に関する研究例は多くなされており、これらの手法は、単一のメッシュモデルを、頂点削除により生ずる誤差<sup>[6]</sup>、歪エネルギー<sup>[7]</sup>、面積や曲率<sup>[8]</sup>及び周波数<sup>[9]</sup>などのある評価基準に基づいて簡略化し、階層的に表現するものである。

これらの研究例と比較して、本研究は、表面詳細がメッシュとして陽に設計できるため、詳細部の精度を確保した形状合成が行える、更に、この合成形状に対するメッシュ簡略化過程において工学的意味を持つ形状を得られる多重解像度表現を実現できる、といった特徴を持つ。

## 3. 基本形状への表面詳細メッシュ合成

基本形状 $M_B$ 、表面詳細 $M_D$ は共に三角形メッシュモデルとし、 $M_D$ は、頂点位置が陽関数 $z=f(x,y)$ で表される境界を持った密なメッシュモデルとする。メッシュモデル $M(Q,K)$ は頂点 $i \in V$ 、エッジ $(i,j) \in E$ 及び面 $(i,j,k) \in F$ を表す位相 $K=V \cup E \cup F$ と、頂点位置 $(P=\{p_i \in R^3 | 1 \leq i \leq N\})$ の幾何からなる。本手法では、 $M_B$ 、 $M_D$ の合成を位相及び幾何の合成に分けて以下のように行う。

### 1. 位相合成

$M_B$ 、 $M_D$ に対し、メッシュのパラメタライゼーション $G(Q,K)(Q=\{q_i=\phi(p_i) \in R^2\})$ を構築し、得られた2次元平面グラフ $G_B$ 、 $G_D$ を合成する。

### 2. 幾何合成

合成形状の頂点を、基本形状 $M_B$ から、その面法線方向に表面詳細 $M_D$ の $z$ 値分オフセットする。

3次元のメッシュ合成を2次元平面グラフの合成問題として取り扱うことにより、3次元空間でのメッシュ間の集合演算や、 $M_D$ の形状を $M_B$ の表面上に沿って配置させるような、複雑な変形処理を実空間で行う必要がなくなるといった利点が得られる。

提案する基本形状 $M_B$ への表面詳細 $M_D$ のメッシュ合成手法を図1に示す。まず、写像 $\phi_B, \phi_D$ を用いて $M_B$ 、 $M_D$ のパラメタライゼーション $G_B$ 、 $G_D$ を得る(A-1.2)。次に $G_B$ 及び $G_D$ に対し、2次元の交点計算、及び得られた新しい面に対する三角形分割を行い(A-3)、合成位相を持つ $G_C$ を得る。最後に、 $G_C$ に対する逆写像 $\phi_B^{-1}$ 及び式(1)に示す面法線方向のオフセットにより表面詳細合成形状 $M_C$ を得る(A-4.5)。

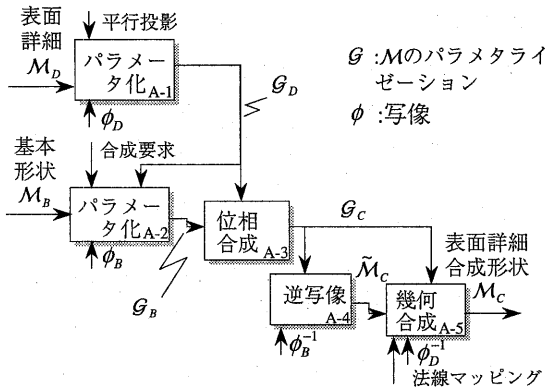


図1 表面詳細メッシュ合成手法

$$p_i = \phi_B^{-1}(q_i) + n \cdot \{\phi_D^{-1}(q_i)\}_z \quad (1)$$

ここで、 $n_i$  は、 $\phi_B^{-1}(q_i)$  に対応する  $M_B$  の単位平均面法線ベクトルを表す。

以下では、1 節で述べた要求項目を満たすための、 $M_B$  に対する  $M_D$  の位置、方向、合成領域を効率的に決定する、また、表面詳細を高精度に基本形状へ合成する為のパラメタライゼーション  $G_B$ 、 $G_D$  の構築手法を述べる。なお、表面詳細の基本形状への局所的な合成を行うため、 $G_B$  は  $M_B$  の局所領域の、 $G_D$  は  $M_D$  全体のパラメタライゼーションを表すものとする。

#### 4. パラメタライゼーションの構築

三角形メッシュモデルのパラメタライゼーション及びそれを構築する写像の性質を決める方法は、テクスチャマッピングやリメッシュの目的で多くの研究がなされている<sup>[10][11][12]</sup>。本研究では、これらの既存手法に加え、本研究で提案する新しい写像の性質を利用して、基本形状  $M_B$  の適切なパラメタライゼーションを構築

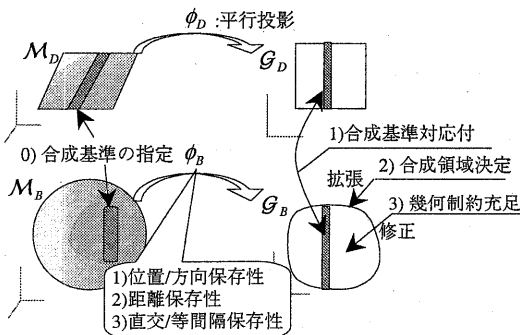


図2 パラメタライゼーションの構築

することにより、合成領域の決定および表面詳細  $M_D$  の高精度な合成を実現する。

パラメタライゼーション構築の概要を図2に示す。まず、 $M_D$  の写像  $\phi_B$  として、 $x-y$  平面への平行投影を用いる。これにより、図2に示すように、 $M_D$  の  $x-y$  平面に関する計量、精度は、基本形状  $M_B$  上で考察する必要がなく、 $G_B$  を適切に構築することにより合成形状上で保存できる。

$G_B$  を以下の手順に従って構築する。

- 1)  $M_B$  に対する  $M_D$  の合成位置、方向を決定付ける合成基準を与える(4.1 節)。
- 2) 合成基準と距離を保存する写像の性質を用いて、逐次的に  $G_B$  を拡張し  $M_D$  を包含する  $M_B$  上の合成領域を決定する(4.2 節)。
- 3) 適切な写像の性質を用いて  $G_B$  を修正し、 $M_D$  に課せられた幾何制約を合成形状上で充足させる(4.3 節)。

#### 4.1 表面詳細の合成基準の指定

表面詳細の合成位置/方向を決定付ける基準として、始点が位置、向きが合成の方向を定義する直線分  $L_D$  を  $M_D$  上に定義する。 $M_B$  の合成基準  $L_B$  はユーザによる数点のサンプリングと、 $M_B$  上の点間の最短経路補間により与える。次に、指定された合成基準  $L_B$ 、 $L_D$  を  $G_B$ 、 $G_D$  間に対応付けるような写像の性質を定める。

まず、合成位置は、各合成基準  $L_B$ 、 $L_D$  の像の始点をパラメータ空間で一致させることで対応付ける。

また、合成方向に対応付けるために、図3に示すように、 $L_B$  を含む  $M_B$  の各面  $T$  において、 $L_B$  の方向ベクトル  $S_T$  の像  $\phi(S_T)$  が、 $M_D$  の合成基準  $L_D$  の方向ベクトル  $\hat{s}_T$  とできる限り一致するような性質を、写像  $\phi_B$  が持つように定める。 $\phi_B(S_T)$  は、これを含む三角形の像  $\phi_B(p_i)$ 、 $\phi_B(p_j)$ 、 $\phi_B(p_k)$  の重心座標補間により表され、合成方向保存の性質は式(2)の最適化問題として与えられる。

$$\min E_{dir} = \sum_{T \in \mathcal{F}_s} \|\phi_B(S_T) - \hat{s}_T\|^2 \quad (2)$$

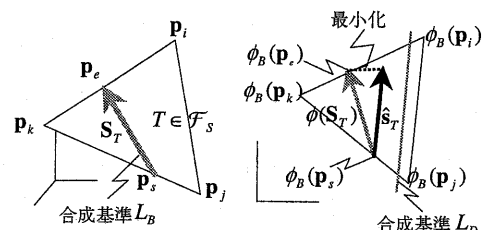


図3 合成方向の保存

ここで $\mathcal{F}_s$ は $L_B$ を含む $M_B$ の面集合である。

#### 4.2 合成領域の決定

合成基準が指定されたならば、 $M_B$ 上の合成領域を、表面詳細の大きさによって基本形状上に定義する。合成領域と対応する $\mathcal{G}_B$ を決定するための計量として距離を考え、 $M$ と $\mathcal{G}$ 間の距離を保存する性質を写像 $\phi_B$ に与える。これは式(3)の最適化問題として記述される。

$$\min E_{len} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} \left( \frac{(\| \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j \|^2 - \| \phi_B(\mathbf{p}_i) - \phi_B(\mathbf{p}_j) \|^2)^2}{\| \phi_B(\mathbf{p}_i) - \phi_B(\mathbf{p}_j) \|^2} \right) \quad (3)$$

ここで、 $\mathcal{E}$ は $\mathcal{G}_B$ に含まれるエッジである。更に、式(2)(3)の性質に加え、 $\mathcal{G}_B$ の面の干渉を防ぐための面積保存の性質<sup>[8]</sup>(評価値: $E_{area}$ )を $\phi_B$ に課す。これらの評価値 $E_{dir}$ ,  $E_{len}$ ,  $E_{area}$ はいずれもパラメータ座標 $\phi(\mathbf{p})$ に対する勾配 $\nabla E$ が容易に計算できる。

まず、 $\mathcal{F}_s$ に対し、各評価値の重み付線形和を、共役勾配法により $\phi_B$ について解き、初期パラメタライゼーションを構築する。その後、初期パラメタライゼーションから、 $\mathcal{G}_D$ の要素を含む $\mathcal{G}_B$ の面 $\mathcal{F}_B$ を構成する頂点の隣接三角形を $\mathcal{G}_B$ に逐次追加し、 $\mathcal{G}_B$ を拡張する。 $\mathcal{G}_B$ の拡張は、 $M_D$ が $M_B$ に対し密なメッシュの場合においては、 $\mathcal{G}_D$ の頂点に対する $\mathcal{F}_B$ の包含判定で十分である(図4)。 $\mathcal{G}_B$ が $\mathcal{G}_D$ を全て覆ったならば $\mathcal{G}_B$ の拡張を止める。

#### 4.3 局所的なパラメタライゼーション修正による幾何制約の充足

4.1, 4.2 から得られたパラメタライゼーション $\mathcal{G}_B$ は、3次元曲面の平面への投影により歪が生じ、高精度に表面詳細の計量を保存しない。そこで、表面詳細の形状定義に $x$ - $y$ 平面において幾何制約が課せられているものとし、この幾何制約を合成形状上でできるだけ満たすように、 $\mathcal{G}_B$ の特定領域における $\phi_B$ を修正する。表面詳細の幾何制約を充足させるために、次の写像の性質<sup>[11]</sup>を用いる。

質<sup>[11]</sup>を用いる。

・ $M$ 上における等パラメータ線の直交性

$$\min E_{ori} = \sum_{T \in \mathcal{F}} \left( \left[ \frac{\partial \phi_T^x}{\partial X} \frac{\partial \phi_T^y}{\partial Y} \right] \cdot \left[ \frac{\partial \phi_T^x}{\partial X} \frac{\partial \phi_T^y}{\partial Y} \right]^T \right)^2 \quad (4)$$

・ $M$ 上における等パラメータの等間隔性

$$\min E_{hom} = \sum_{T, \tilde{T} \in \mathcal{F}} \left[ \left( \frac{\partial \phi_T^w}{\partial X} - \frac{\partial \phi_{\tilde{T}}^w}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_T^w}{\partial Y} + \frac{\partial \phi_{\tilde{T}}^w}{\partial Y} \right)^2 \right] \quad (5)$$

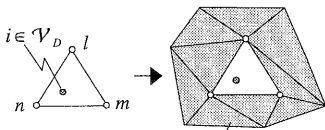
ここで、 $\partial \phi_T^w / \partial W$ は、面 $T \in \mathcal{F}$ 上の直交座標系 $(X, O, Y)$ における、 $\phi_B$ の $w \in \{u, v\}$ 成分の $W \in \{X, Y\}$ 方向の勾配を表し、 $\tilde{T}$ は $T$ の隣接面( $Y = -\tilde{Y}$ )である。式(4)(5)で示される最適化問題は、DSI アルゴリズム<sup>[11]</sup>を用いて解くことができる。

実際のCADシステムで用いられている幾つかの幾何制約、及びそれらを保存する写像方法を表1に記す。まず、表1内の制約基準要素を含む $\mathcal{G}_B$ の領域を固定する。次に、適切な写像 $\phi_B$ の性質を選択し、性質保存領域内で選択した性質に関する最適化を行い、 $\mathcal{G}_B$ を更新する。

以上より得られたパラメタライゼーション $\mathcal{G}_B$ を用いて、3節で述べた位相合成及び幾何合成を行い、表面詳細が合成されたメッシュモデル $M_C$ を得る。

### 5. 基本形状を保存する多重解像度表現

先に述べたように、表面詳細が合成されたメッシュモデルでは、用途により、その基本形状のみが要求される場合がある。また、表面詳細が合成されたメッシュモデルはそのデータ量が極度に増加する為、その解像度制御が要求される。そこで、設計した単一のモデルを、様々なアプリケーションに対し有効利用する為に、詳細形状のみが単純化され基本形状を保存する解像度制御を実現する。この基本形状を保存する多重解



( $l, m, n$ )  $\in \mathcal{F}_B$   $l, m, n$ の隣接三角形  
 $\mathcal{F}_B$ :  $\mathcal{G}_B$ の面集合  
 $\mathcal{V}_D$ :  $\mathcal{G}_D$ の頂点集合  
 図4  $\mathcal{G}_B$ の拡張規則

表1 幾何制約と写像方法

幾何制約	平行	中点	(同心)円, 円弧	直交(垂直)
写像方法				
制約基準要素	1線分	中点	中心点	1線分
写像 $\phi$ の性質	等間隔性(式(5))			直交性(式(4))
性質保存領域	線分間	線分近傍	円内	交点近傍

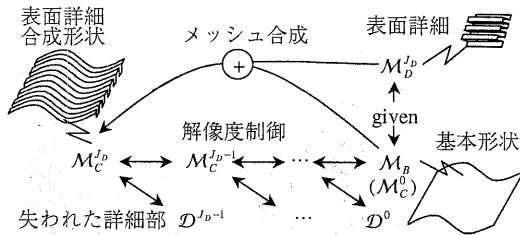


図5 基本形状を保存する多重解像度表現

像度表現を図5に示す。この多重解像度表現では、合成メッシュモデル  $M_C^d$  の解像度を徐々に下げていくと、結果として得られる最粗メッシュモデル  $M_C^0$  が基本形状  $M_B$  と一致する性質を持つ。多重解像度表現を得るためのメッシュ簡略化は half-edge collapse<sup>[7]</sup>、簡略化基準は、頂点の隣接面からの自乗距離を誤差として取り扱う計算が容易な QEM(Quadric Error Metrics)<sup>[6]</sup> を採用する。

ここで、 $M_C$  内のエッジと頂点を分類する。まず、 $\mathcal{V}_A$  を位相合成時に生成されたエッジの交点集合とし、 $\mathcal{V}_{OB}$  を基本形状の頂点位置を持つ頂点集合として  $M_C$  に追加する。更に、 $\mathcal{E}_{DB}$  を基本形状のエッジの分割により新しく生成されたエッジ集合、 $\mathcal{E}_{OB}$  を  $i \in \mathcal{V}_B$  と  $i \in \mathcal{V}_{OB}$  を結合したエッジ集合とする。

以上の分類を用いて、half-edge collapse におけるエッジ削除の為の頂点移動に、次のルールを課す。

- ルール 1:  $i \in \mathcal{V}_{OB} \Rightarrow$  頂点  $i$  は移動しない。
- ルール 2:  $i \in \mathcal{V}_B \Rightarrow i$  は隣接エッジ  $(i,j) \in \mathcal{E}_{OB}$  上を移動。
- ルール 3:  $i \in \mathcal{V}_A \Rightarrow i$  は隣接エッジ  $(i,j) \in \mathcal{E}_{DB}$  上を移動。

これらの頂点移動ルールにより規制されたエッジ削除規則を図6に示す。頂点の矢印方向の移動により2点を結ぶエッジは削除される。

上記の頂点移動規則に基づく、基本形状を保存するメッシュ簡略化アルゴリズムを次に記す。

- 1) 頂点  $i \in \mathcal{V}_{OB}$  を加え、 $M_C$  内の頂点  $i \in \mathcal{V}_B$  とエッジ  $(i,i')$  を構築する。
  - 2)  $M_C$  内の各頂点  $i$  に対し、頂点移動ルールに基づき隣接頂点との QEM を計算する。移動不可能な頂点对の QEM には十分大きな値を代入する。
  - 3) QEM の小さな順に、エッジ  $(i,j)$  を削除する。
- 以上、2)3)を繰り返し適用し、基本形状を保存する表面詳細のみのメッシュ簡略化が可能となる。

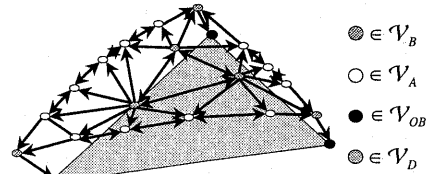


図6 エッジ削除規則

## 6. 適用結果

図7(a)(b)に示す基本形状及び表面詳細に対する、提案したメッシュ合成手法の適用結果を、図7(c)に示す。また、図8に、図7の例題に対応するパラメタライゼーション構築の様子を示す。図7(a)および図8(a)に、 $M_B$ 、 $M_D$  に指定した合成基準  $L_B, L_D$  を記してある。図8より、基準線の方が保存され、 $M_B$  の初期パラメタライゼーションから、 $\mathcal{G}_D$  を覆うまで  $\mathcal{G}_B$  が拡張されていることがわかる。図7(c)に示す合成形状は、 $L_B, L_D$  に従って、式(2)(3)の性質が最適化され、表面詳細が基本形状上に沿って局所的に合成されていることが確認された。また、異なる例題に対し表面詳細を合成した結果を図9に示す。但し、これらの例題では4.3節の幾何制約は取り入れていない。複雑な例題への適用で生ずる、 $\mathcal{G}_B$  の拡張による境界面の干渉回避の為の制約の導入、及び合成の性質の定量的な評価が課題である。

また、基本形状を保存する解像度制御手法を適用した結果を図10に示す。図10(d)に示す基本形状に、同図内に示す表面詳細を合成し、図10(a)のメッシュモデルを得た。これに対し提案手法を適用し、多重解像度表現を作成した。合成形状から解像度を(b)(c)のように減少させ、最終的に得られる最粗形状が、基本形状と一致していることが確認された。

## 7. 終わりに

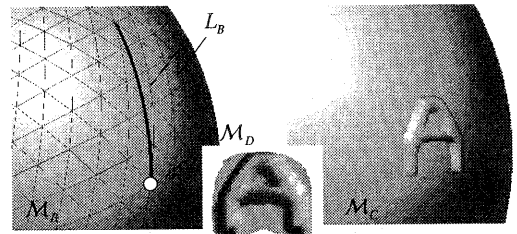
本論文では、表面詳細が合成された形状の、容易かつ高精度なメッシュモデリングを目的として、逐次的及び局所的なパラメタライゼーション更新による、表面詳細の幾何制約を基本形状上で満たすメッシュ合成手法を提案した。

また、設計した表面詳細合成形状の単一のモデルを、様々なアプリケーションに対し有効利用する為、QEM とエッジ削除規則に基づく基本形状を保存する多重解像度表現手法を提案した。

提案手法は、高精度なメッシュモデリングのバリエーションの向上、及び設計データの再利用、効率的データ処理の観点から有用であると期待される。

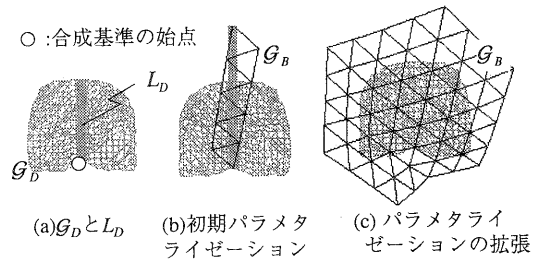
**[参考文献]**

[1] G. Smith: Photoshop 5 3D Textures f/x and design, Coriolis Group, 1999  
 [2] A. Lee, H. Moreton and H. Hoppe: Displaced Subdivision Surface, Proc. of SIGGRAPH2000, pp. 85-94, 2000  
 [3] I. Guskov, K. Vidimce, W. Sweldens and P. Schröder: Normal Meshes, Proc. of SIGGRAPH2000, pp. 95-102, 2000  
 [4] T. Kanai, H. Suzuki and F. Kimura: Three-dimensional Geometric Metamorphosis Based on Harmonic Maps, The Visual Computer, 14, 4, pp. 166-176, 1998  
 [5] A.W. Lee, D. Dobkin, W. Sweldens and P. Schröder: Multiresolution Mesh Morphing, Proc. of SIGGRAPH99, pp. 343-350, 1999  
 [6] Garland M. and Heckbert P. S.: Surface Simplification Using Quadric Error Metrics, proc. of SIGGRAPH97, pp.209-216, 1997  
 [7] Hoppe H.: Progressive Meshes, proc. of SIGGRAPH96, pp.99-108, 1996  
 [8] Aaron W.F.Lee et.al.: MAPS: Multiresolution Adaptive Parameterization of Surfaces, Proc. of SIGGRAPH98, pp. 95-104, 1998  
 [9] M. Lounsbery: Multiresolution Analysis for Surfaces of Arbitrary Topological Type, PhD thesis, University of Washington, 1994  
 [10] Maillot J. et.al, Interactive texture mapping, proc. of SIGGRAPH93, pp.27-34, 1993  
 [11] Levy B. and Mallet J.L.: Non-distorted texture mapping for sheared tri-angulated meshes, proc. of SIGGRAPH98, pp.343-352, 1998  
 [12] M.S. Floater: Parametrization and Smooth Approximation of Surface Triangulations, Computer Aided Geometric Design, 14(3), pp. 231-250, 1997



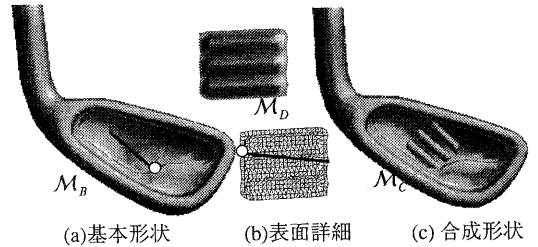
(a) 基本形状 (b) 表面詳細 (c) 合成形状

図7 表面詳細合成例1



(a)  $G_D$ と $L_D$  (b)初期パラメタライゼーション (c)パラメタライゼーションの拡張

図8 パラメタライゼーション構築の様子



(a) 基本形状 (b) 表面詳細 (c) 合成形状

図9 表面詳細合成例2

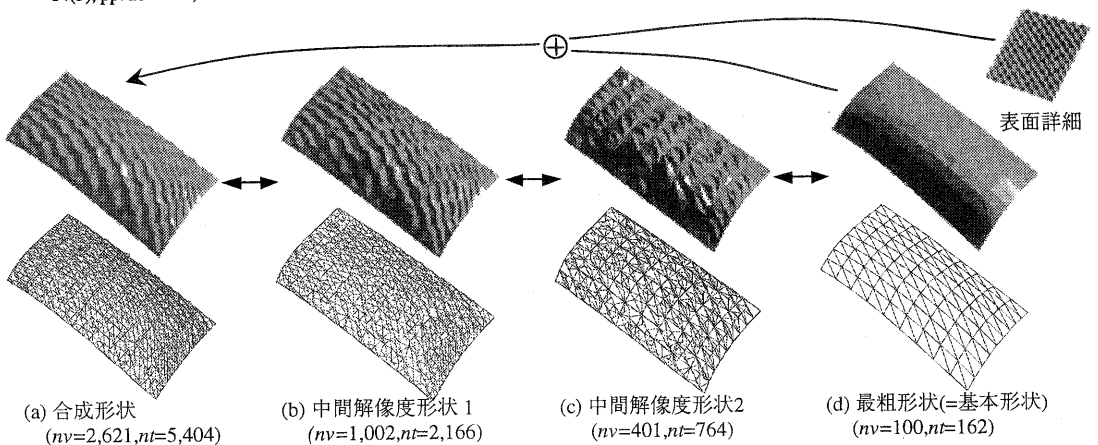


図10 基本形状を保存する解像度制御の適用結果 (nv: 頂点数, nt: 三角形数)