

## 曲率を考慮したバンブマップシャドウ

尾上 耕一<sup>†</sup> ネルソン・マックス<sup>††</sup> 西田 友 是<sup>†</sup>

木の皮や月のクレーターなど、物体上の凹凸の表現にはバンブマッピングがよく使われる。そして、バンブマッピングによって表現された凹凸によってできる影を表示するための手法として、ホライズンマップを用いた手法がある。ホライズンマップとはバンブマップの各点からいくつかの方向についてのホライズン（ある点からある方向を見たときに最も高く見える点）までの傾きを記憶したものである。本発表では曲面上にバンブマッピングを適用した際の影の計算をより正確に行うために、ホライズンマップに加えて、距離マップを用いて曲率を考慮した方法を提案する。距離マップとはバンブマップの各点からホライズンまでの距離を覚えたものである。また、提案法ではグラフィックスハードウェアを用いることによって、影の判定を高速に計算することが可能である。そして、提案法の効果を示すために、砂丘上の風紋に影をつけた例を示す。

## Bumpmap Shadows on Curved Surfaces

KOICHI ONOUE,<sup>†</sup> NELSON MAX<sup>††</sup> and TOMOYUKI NISHITA<sup>†</sup>

The bump-mapping technique is often used to represent bumps on objects such as bark on trees and craters on the moon. In order to render shadows cast by bumps, the horizon map method was proposed. The horizon map is a table which has, for each of a small collection of azimuthal directions, slopes from each view point on the bump map to the corresponding horizon point, which is the highest viewable point seen from that view point. In this paper, we propose a more precise method for rendering bumpmap shadows using a distance map, to take curvatures of surfaces into consideration. The distance map is a table which has, for each azimuthal direction, horizontal projected distances from each point of the bump map to its corresponding horizon point. The proposed method can render shadows efficiently by using the programmable graphics hardware. Finally, we show an example of wind-ripples on dunes with shadows.

### 1. はじめに

リアルな画像の生成のためには影の表示が不可欠であり、CGの分野では現在でも盛んに影に関する研究が行われている<sup>15)</sup>。一方、凹凸のある物体表面を効率的に表現するための手法であるバンブマッピング<sup>2)</sup>が広く普及している。さらに近年グラフィックスハードウェアの高機能化に伴い、バンブマッピングをハードウェアで実装することが一般的になってきた。しかし、バンブマッピングだけでは凹凸による影を表示することはできない。バンブマッピングの凹凸を考慮して影を表示する手法は大まかに分類すると二つ提案されている。まず、凹凸の周辺に局所的にできる影（バンブマップシャドウ）を表示するための手法として、

Max が提案したホライズンマップを用いたもの<sup>9)</sup>がある。また、ある物体がバンブマッピングが施された別の物体に影を落とす際に、凹凸を考慮して影の判定を行う方法も提案されている<sup>10)</sup>。本稿では前者の場合を対象とする。Max の方法もまた、グラフィックスハードウェアの3次元テクスチャの機能を用いて実装することがForsythによって可能となっている<sup>5)</sup>。しかし、Forsythの方法では物体表面の曲率を考慮していないため、曲面にバンブマッピングした際には正確な影の形が得られない。

そこで、本稿ではバンブマッピングによって表現された凹凸の影を、物体表面の曲率を考慮してより正確に表示する手法を提案する。また、一般にバンブマッピングを行う際、物体の光源に対して裏向きの面については、光が当たらないものとみなしシェーディング計算は省略される。しかし、光源に対して裏向きの面でも、バンブマッピングした凸の部分に光が当たることが考えられる。視線に対して裏向きの面上での3D

<sup>†</sup> 東京大学

The University of Tokyo

<sup>††</sup> カリフォルニア大学デイビス校

Univ. of California, Davis

テクスチャについては、Koenderink らが考察しているが<sup>8)</sup>、バンプマップシャドウについては考慮されていない。提案法ではこのような場合も曲率を考慮して表現することを目的とする。また、提案法ではバンプマップシャドウの計算をプログラブルシェーダーを用いて、グラフィックスハードウェア上で行えるように考慮している。

本稿の構成は次の通りである。まず、2 節でバンプマップシャドウに関連した従来法を紹介する。次に本稿で提案するホライズンマップを拡張したアルゴリズムを 3 節で説明する。そして、提案法による計算結果を 4 節に示す。最後に提案法の利点と今後の課題を 5 節にまとめる。

## 2. 関連研究

Blinn が提案したバンプマッピング<sup>2)</sup> に影の効果を付加する方法として、ホライズンマップを用いた手法を Max が提案した<sup>9)</sup>。ホライズンマップとはバンプマップ(ハイトフィールド)の各点(テクセル)からいくつかの方向についてのホライズン(ある点からある方向を見たときに最も高く見える点)までの傾き(ホライズン角)を前処理として計算し、記憶したものである。Max の方法では、バンプマッピングを施された物体表面の各点(ピクセル)についてホライズンマップに記憶した傾きと光線の傾きとを比較することによって、影の判定を行った。

Sloan らはグラフィックスハードウェアを用いてホライズンマッピングを行う方法を提案した<sup>12)</sup>。彼らの方法では、複数のホライズンマップ用意し、複数のレンダリングパスによって補間していた。また Kautz らは各テクセルについて影の領域に入らないような光の方向を楕円錐で近似して用意する方法を提案した<sup>6),7)</sup>。

しかしこれらの方法はバンプマッピングに影を追加するだけのためには実装に手間がかかる。また複数のレンダリングパスを必要とするので、レンダリングに時間がかかる。

物体の表面上の凹凸を表現するための別の手法としては、ディスプレイメントマッピングがある<sup>3)</sup>。この手法は物体表面を分割して、生成された頂点を変位させるというものである。したがって、シャドウマップ法<sup>11),14)</sup> やシャドウボリューム法<sup>4)</sup> などの、ジオメトリベースの影判定手法と組み合わせることができ、凹凸の影も表現できる。しかし、物体のポリゴン数が増大するため、描画に時間がかかる。Wang らはハイトフィールドをいくつかのサンプリング方向から見たときの、可視情報を前処理で計算してテクスチャとし

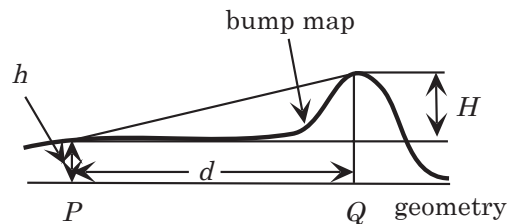


図 1 バンプマップ上の点 P とホライズン Q の関係

て保存することで、ポリゴン数を増やさずにディスプレイメントマッピングを行う方法を提案した<sup>13)</sup>。しかし、彼らの方法はテクスチャを保存するために多くのメモリを必要とする。彼らはデータの圧縮法も提案してはいるが、その場合は実装に手間がかかる。

Forsyth はグラフィックスハードウェアの 3 次元テクスチャの機能を用いてホライズンマップを実装する方法を示した<sup>5)</sup>。この方法は 1 パスでバンプマップシャドウを表示できるし、実装が単純であるという利点がある。しかし、1 節でも述べたように、Forsyth の方法では物体表面の曲率を考慮していないため、影の形が正確ではなかった。

そこで、本稿では Forsyth の方法を拡張し、曲率を考慮したバンプマップシャドウの表示法を提案する。

## 3. バンプマップシャドウ

本稿では Max のホライズンマッピングの論文<sup>9)</sup> と同じく、 $P_u, P_v, N/|N|^{1/2}$  を軸とした座標系を用いる。ここで、 $P_u$  と  $P_v$  はテクスチャ座標についての偏微分ベクトルであり、 $N = P_u \times P_v$  である。光線ベクトル  $L$  をこの座標系に変換させたものを  $L'$ 、 $\theta$  を  $L'$  と  $N$  の間の角度とし、 $L'$  を  $P_u, P_v$  平面に投影したときの  $P_u$  からの角度を  $\varphi$  とする。

Forsyth はホライズンマップ  $\beta(u, v, \varphi)$  を 3 D テクスチャ(テーブル)で表すことによりホライズンマッピングを実装した<sup>5)</sup>。ここで提案するのはもう一つのテーブル  $d(u, v, \varphi)$  を用いて、バンプマップの各点(テクセル)  $P(u, v)$  からホライズン  $Q$  までの距離を格納する方法である(図 1 参照)。ただしここでは高さは考慮しない。まとめると、次の 3 つのテーブルを用いることになる: バンプマップ(ハイトフィールド)  $h(u, v)$ 、距離マップ  $d(u, v, \varphi)$ 、ホライズンマップ  $\beta(u, v, \varphi)$ 。これらのテーブルはテクスチャとしてグラフィックスメモリ上に保存しておく。

### 3.1 局所的な曲率の計算

提案法では、ある点  $P(u, v)$  について、 $\theta$  と  $\beta(u, v, \varphi)$  を比較するだけでなく、面の曲率も考慮する。ただし、面が凸、すなわち曲率が 0 以上の部分の

み扱うこととする。面が凹の部分ではバンプマップの凹凸から離れた部分で光が遮られることにより影ができることが多いので、本稿では凹の部分では曲率を考慮しない。

提案法である点での曲率を求める方法は、Wang らが用いている方法<sup>13)</sup> と基本的には同じであるが、以下で簡単に説明しておく。

ポリゴンの各頂点について  $u, v$  平面で表現された主曲率  $\kappa_1, \kappa_2$  と主方向  $\varphi_1, \varphi_2$  を計算しておく。主方向を向いたベクトル  $V_1, V_2$  は曲面上では垂直であるが、 $(u, v)$  平面において垂直とは限らない。そこで、 $L$  を  $P$  での接平面に投影した方向  $V$  についての局所的曲率を得るために次の方法を用いる。

ポリゴンの各頂点について  $V_1, V_2$  を計算し保存しておく。そして、補間によって  $P$  での  $V_1, V_2$  を得る。次に、 $\cos \varphi = (V \cdot V_1) / (|V| |V_1|)$ ,  $\sin \varphi = (V \cdot V_2) / (|V| |V_2|)$  を計算した後、次の公式を用いる。

$$\kappa = \kappa_1 \cos^2 \varphi + \kappa_2 \sin^2 \varphi \quad (1)$$

ここで、 $\varphi$  を計算する必要は無く、 $\cos^2 \varphi$  と  $\sin^2 \varphi$  を含む式を計算すればよいだけであることに注意されたい。 $\cos \varphi$  と  $\sin \varphi$  の二乗を用いた式なので、ベクトルの正規化の際に平方根を計算する必要はない。すなわち、 $|V|, |V_1|, |V_2|$  の代わりに  $|V|^2, |V_1|^2, |V_2|^2$  を計算すればよい。

$P$  での局所的な曲線 ( $N$  と  $L$  を含む平面と曲面  $P(u, v)$  との交線) での曲率半径は、 $R = 1/\kappa$  となる。

### 3.2 曲率を考慮したホライズン角の計算

曲率を考慮したホライズン角  $\beta$  の計算は、二つの場合に分けて考える。

まず、図2に示される場合は、ホライズン  $Q$  への距離  $d$  を用いて計算する。 $Q$  と  $P$  の高さの差を  $H = d \tan \beta$  とおく (図1参照)。次に面の曲率によるホライズン  $Q$  での高さの減少を計算する。図2より、

$$\begin{aligned} d &= \gamma R, \gamma = \frac{d}{R} = \kappa d \\ \overline{CA} &= 2(R+h) \sin \frac{\gamma}{2} \\ \overline{BC} &= \overline{CA} \cos \frac{\gamma}{2} = 2(R+h) \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \\ \overline{AB} &= \overline{CA} \sin \frac{\gamma}{2} = 2(R+h) \sin^2 \frac{\gamma}{2} \\ \overline{EA} &= H \cos \gamma = d \tan \beta \cos \gamma \\ \overline{BE} &= \overline{EA} - \overline{AB} \\ &= d \tan \beta \cos \gamma - 2(R+h) \sin^2 \frac{\gamma}{2} \end{aligned}$$

したがって、修正された  $\beta'$  は、次のようになる。

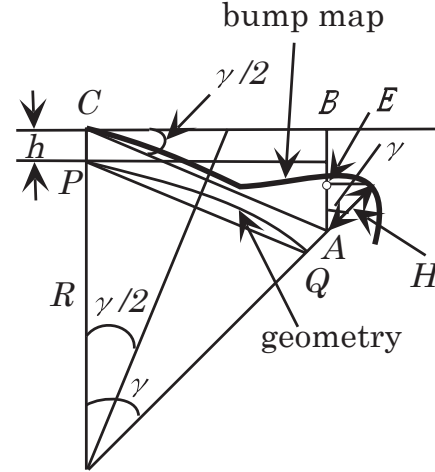


図2 曲率によるホライズン  $Q$  の高さの変化

$$\begin{aligned} \beta' &= \arctan \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}} \\ &= \arctan \left( \frac{d \tan \beta \cos \gamma - 2(R+h) \sin^2 \frac{\gamma}{2}}{2(R+h) \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2}} \right) \end{aligned}$$

$\gamma$  が小さいとき、 $\cos \gamma \approx 1$ ,  $\cos \frac{\gamma}{2} \approx 1$ ,  $\sin \gamma \approx \gamma$ ,  $\sin \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}$  であるから、

$$\begin{aligned} \beta' &\approx \arctan \left( \frac{d \tan \beta - 2(R+h) \frac{\gamma^2}{4}}{2(R+h) \frac{\gamma}{2}} \right) \\ &= \arctan \left( \frac{d \tan \beta - \frac{1}{2}(R+h)\gamma^2}{(R+h)\gamma} \right) \end{aligned}$$

ホライズンマップには  $\beta$  自体の代わりに  $\delta = \tan \beta$  を保存しておくことにする。また、弧長  $d = R\gamma$  なので、

$$\begin{aligned} \delta' &= \tan \beta' = \frac{d \tan \beta - \frac{1}{2}(R+h)\gamma^2}{(R+h)\gamma} \\ &= \frac{d \tan \beta}{(R+h)\gamma} - \frac{1}{2}\gamma = \frac{R\gamma \tan \beta}{R\gamma(1 + \frac{h}{R})} - \frac{1}{2}\gamma \\ &\approx \tan \beta \left(1 - \frac{h}{R}\right) - \frac{1}{2}\gamma \end{aligned}$$

すなわち、

$$\tan \beta' \approx \tan \beta \left(1 - \kappa h\right) - \frac{1}{2}\kappa d \quad (2)$$

である。

図3に示されるように、ホライズン  $Q$  が曲面 (物体のジオメトリ) のホライズンより下に位置する場合は以下の方法で  $\beta'$  を計算する。この場合は  $d$  と  $\beta$  は  $\beta'$  の計算には用いない。提案法では図3の点  $B$  の高さに関する情報を保存していないので、 $B$  の高さを0とみなす。

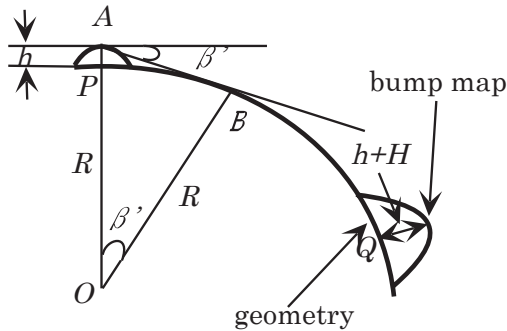


図 3 ホライズン Q が曲面（物体のジオメトリ）のホライズンより下に位置する場合

$$\cos \beta' = \frac{R}{h+R} = \frac{1}{\frac{h}{R} + 1} = \frac{1}{\kappa h + 1}$$

$$\sin \beta' = \sqrt{1 - \cos^2 \beta'}$$

であるから、

$$\tan \beta' = \frac{\sin \beta'}{\cos \beta'} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \beta'}}{\cos \beta'} \quad (3)$$

最終的には、 $\tan \beta'$  の値は式 (2) と式 (3) の値のうちの大いほうを用いる。

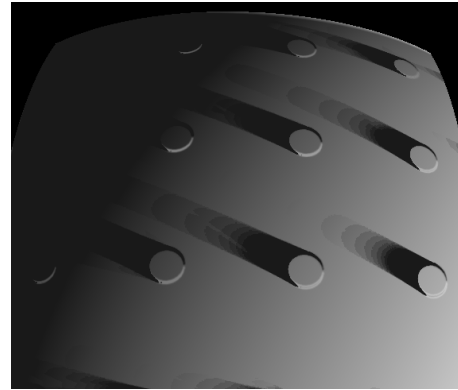
提案法で用意したテーブル  $\beta, h, d$  はすべて必要というわけではない。なぜなら、次式で  $\tan \beta$  を計算することができるからだ。

$$\tan \beta = \delta = h((u, v) + d(\hat{\varphi}))/d \quad (4)$$

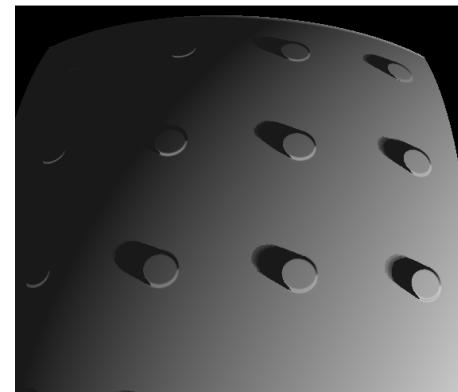
ここで、 $\hat{\varphi}$  は  $\varphi$  方向の単位ベクトルである。しかし、 $h$  と  $d$  のテクスチャしか用意しない場合だと、より多くの計算が必要になってしまう。また、 $h$  のテーブルから補間によって求めた高さ  $g$ 、 $d$  と  $\beta$  から計算した点での高さ  $g$  と正確に一致するとは限らない。

#### 4. 結 果

まず曲率  $\kappa = 0.015$  の球面（の一部）の上に円柱状の凹凸をバンプマッピングし、さらに凹凸の影も表示した例を示す。図 4(a) は従来法（曲率を考慮していないホライズンマップ<sup>5)</sup>）の結果で、図 4(b) は提案法による結果である。曲率を考慮した結果、影が短くなっていることがわかる。また、物体の光源に対して裏向きの面に含まれる部分でも、凸の部分に光が当たっていることがわかる（図の左側中央付近）。次に同じシーンで球の曲率を曲率  $\kappa = 0.005$  に変えた結果を図 5 に示す。図 5 と図 4 を比べるとわかるように、曲率が大きいほうが提案法の効果が大きい。また、ここでは表示に用いたポリゴン（三角形）の数が 8192 個で、計算速度は約 6.0fps(frames per second) となった。用いたバンプマップのサイズは  $128 \times 128$ 、ホライ



(a) 従来法によるバンプマップシャドウ



(b) 提案法によるバンプマップシャドウ

図 4 球面にバンプマップシャドウを付けた例（球面の曲率が 0.015 の場合）

ズンマップと距離マップのサンプル方向数は 32 であり、影の表示のために使用したグラフィックスメモリは約 1.0MB である。

次に図 4 と同じ球面に爬虫類の皮のようなバンプマップをマッピングした結果を図 6 に示す。先ほどの円柱状のバンプマップの場合ほど顕著ではないが、それでも提案法を適用した場合（図 6(c)）は従来法の結果（図 6(b)）より影の領域が減っていることがわかる。ここでも表示に用いたポリゴンの数は先ほどと同じで、計算速度もほとんど同じであった。用いたバンプマップのサイズは  $256 \times 256$ 、ホライズンマップと距離マップのサンプル方向数は 16 であり、使用したグラフィックスメモリは約 2.2MB である。

次に一枚のベジエ曲面にバンプマップシャドウをつけた例を示す。バンプマップには図 6 と同じものを用いた。この場合も提案法を適用した結果（図 7(b)）は従来法の結果（図 7(a)）より影の領域が減っていることがわかる。ポリゴン数 512 で計算速度は約 10fps であった。

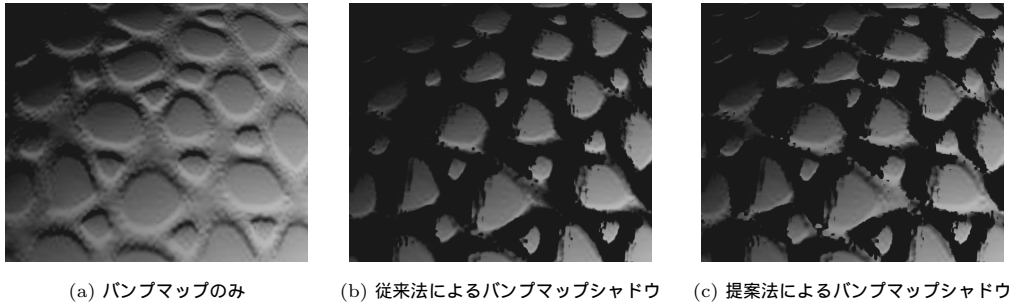
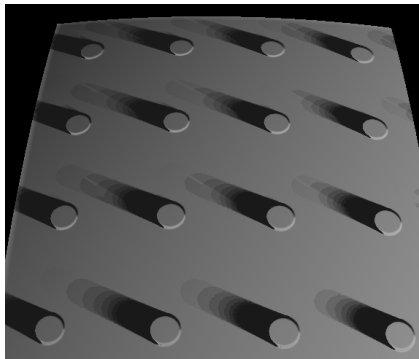
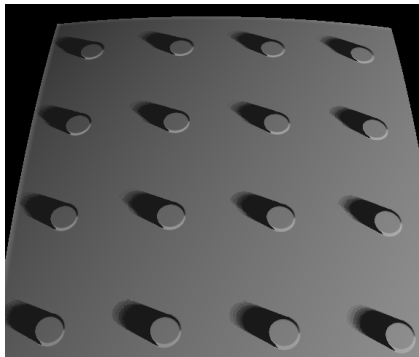


図 6 球面にバンプマップシャドウを付けた例 (バンプマップを爬虫類の皮にした場合)

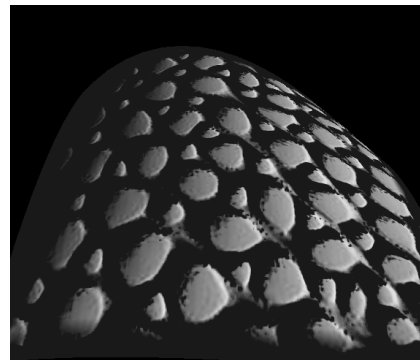


(a) 従来法によるバンプマップシャドウ

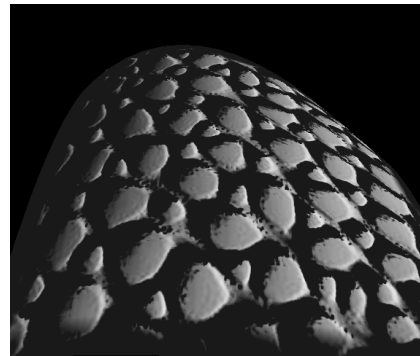


(b) 提案法によるバンプマップシャドウ

図 5 球面にバンプマップシャドウを付けた例 (球面の曲率が 0.005 の場合)



(a) 従来法によるバンプマップシャドウ



(b) 提案法によるバンプマップシャドウ

図 7 ベジエ曲面にバンプマップシャドウを付けた例

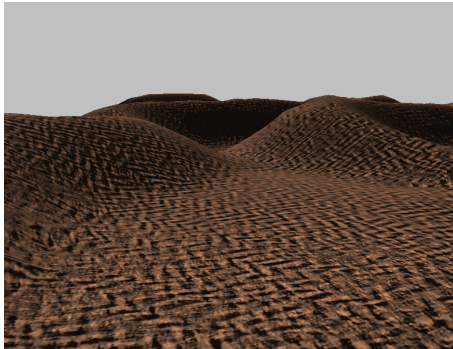
最後に砂丘上に風紋をバンプマッピングして影もつけた例を図 8 に示す。提案法の結果と従来法の結果の違いは砂丘の斜面付近に少し見られる (右側の砂丘の頂上付近の拡大図 9 参照)。かなりバンプマップの凹凸が細かいのと平面に近い部分が多いため、このようなシーンではあまり提案法の効果は大きくないといえる。ここでのポリゴン数、バンプマップのサイズ等の条件は図 6 の場合と同じであり、計算速度もほぼ同じであった。

計算時間の計測には、Dell Dimension 4500C

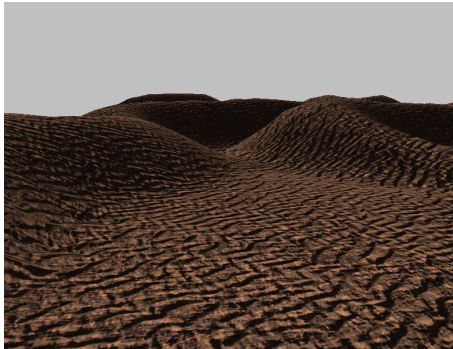
(CPU: Pentium4 2.26GHz、メインメモリ 256MB、GPU: GeForceFX 5200 (グラフィックメモリ 128MB)) を用いた。また、実装には OpenGL と Cg<sup>1)</sup> を用いた。

## 5. ま と め

本稿では、ホライズンマップと距離マップを用いて曲率を考慮したバンプマップシャドウの表示法を提案した。提案したアルゴリズムはグラフィックスハードウェアのプログラマブルシェーダーで実装可能であり、

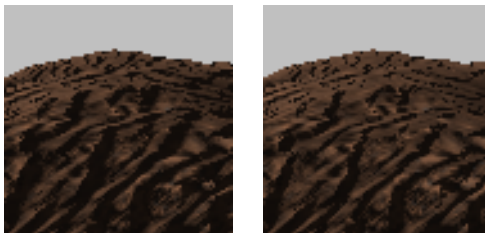


(a) バンプマップのみ



(b) 提案法によって影をつけた結果

図 8 砂丘上に風紋をバンプマッピングした例



(a) 従来法の結果

(b) 提案法の結果

図 9 砂丘上に風紋をバンプマッピングした例 (拡大図)

インタラクティブなバンプマップシャドウの表示が実現できた。また、提案法は特に凹凸の周期が大きいバンプマップを曲率の大きい面にマッピングした際に効果が大きいことを示した。

ただし、提案法はバンプマップの凹凸周辺の局所的な影を対象としたため、物体の離れた部分が光を遮ることによってできる影は表示できない。もちろん、物体のジオメトリを用いてシャドウマップ法やシャドウボリューム法によって影を生成できるが、光を遮る部分でのバンプマップの凹凸までは考慮できない。これを今後の課題としたい。

謝辞 提案法の実装、および本稿に掲載した適用例

の作成に協力して下さった、東京大学の林靖人氏に謹んで感謝の意を表する。

## 参考文献

- 1) Nvidia web page. <http://developer.nvidia.com>.
- 2) J. F. Blinn. Simulation of wrinkled surfaces. In *Proceedings of the 5th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 286–292. ACM Press, 1978.
- 3) R. L. Cook. Shade trees. In *Proceedings of the 11th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 223–231. ACM Press, 1984.
- 4) F. C. Crow. Shadow algorithms for computer graphics. In *Proceedings of the 4th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 242–248. ACM Press, 1977.
- 5) T. Forsyth. Self-shadowing bumpmap using 3d texture hardware. *Journal of Graphics Tools*, 7(4), 2003 (to appear).
- 6) W. Heidrich, K. Daubert, J. Kautz, and H.-P. Seidel. Illuminating micro geometry based on precomputed visibility. In *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 455–464. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000.
- 7) J. Kautz, W. Heidrich, and K. Daubert. Bump map shadows for opengl rendering. Research Report MPI-I-2000-4-001, Max-Planck-Institut für Informatik, Stuhlsatzenhausweg 85, 66123 Saarbrücken, Germany, February 2000.
- 8) J. J. Koenderink and S. C. Pont. Texture at the terminator. *1st International Symposium on 3D Data Processing Visualization and Transmission*, pages 406–415, Jun, 2002.
- 9) N. L. Max. Horizon mapping: shadows for bump-mapped surfaces. *The Visual Computer*, 4(2):109–117, 1988.
- 10) T. Noma and K. Sumi. Shadows on bump-mapped surfaces. *The Visual Computer*, 10(4):330–336, 1994.
- 11) W. T. Reeves, D. H. Salesin, and R. L. Cook. Rendering antialiased shadows with depth maps. In *Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 283–291. ACM Press, 1987.
- 12) P. P. Sloan and M. F. Cohen. Interactive horizon mapping. *Eurographics Workshop on Rendering*, pages 281–286, 2000.
- 13) L. Wang, X. Wang, X. Tong, S. Lin, S. Hu, B. Guo, and H.-Y. Shum. View-dependent displacement mapping. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 22(3):334–339, 2003.
- 14) L. Williams. Casting curved shadows on curved surfaces. In *Proceedings of the 5th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 270–274. ACM Press, 1978.
- 15) A. Woo, P. Poulin, and A. Fournier. A survey of shadow algorithms. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 10(6):13–32, Nov. 1990.