

## 四面体縮退化によるマルチスカラボリュームデータの詳細度制御

宮村（中村） 浩子<sup>1</sup> 斎藤 隆文<sup>1</sup>  
高橋 成雄<sup>2</sup> 竹島 由里子<sup>3</sup> 藤代 一成<sup>3</sup>

1 東京農工大学 大学院生物システム応用科学教育部

2 東京大学 大学院新領域創成科学研究科

3 東北大学 流体科学研究所

miyamura@cc.tuat.ac.jp

Chopra らは、四面体縮退化法を用いた高品質で高速な四面体ボリュームの詳細度制御法 (TetFusion) を提案した。われわれはこの手法を、マルチスカラデータから色付き等値面を抽出する際に効果的に特徴を保持するように拡張する。マルチスカラデータの特徴を保持するためには、複数スカラデータ間の相関係数を求め、要素数を削減する際の指標として利用する。これは、抽出される色付き等値面の表面上で、色分布特徴が小さい領域から要素を削減できるため、色付き等値面上の色分布特徴の保持を実現する。

## LoD Control of Multi-Scalar Tetrahedral Volumes Using Tetrahedral Collapse Operation

Hiroko Nakamura Miyamura<sup>1</sup> Takafumi Saito<sup>1</sup>  
Shigeo Takahashi<sup>2</sup> Yuriko Takeshima<sup>3</sup> Issei Fujishiro<sup>3</sup>

1 Graduate School of Bio-Applications and Systems Engineering, Tokyo University of Agriculture  
and Technology

2 Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo

3 Institute of Fluid Science, Tohoku University

Chopra, et al. proposed a high quality and rapid tetrahedral volume simplification algorithm, which employed the tetrahedral collapse operation (TetFusion). We attempt to extend the algorithm for extracting simplified colored isosurfaces from multi-scalar tetrahedral volume. The extended algorithm takes into account the correlation coefficients between the scalar values in order to select the best tetrahedron to be collapsed. By using this technique, characteristics of the color distribution on the colored isosurfaces can be preserved since the tetrahedrons are collapsed in the region with small color distribution characteristic.

### 1 背景と目的

データの内部に情報をもたせながら、表面の複雑な形状も表現できる四面体ボリュームは、有限要素法によるシミュレーションなど広く一般に扱われている。特にシミュレーションでは、複数のスカラフィールドデータを扱うことが多く、マルチ

スカラ四面体ボリュームデータの可視化要求は高まる傾向にある。

マルチスカラ四面体ボリュームデータは、あるスカラデータを形状に、また、別のスカラデータを色にマッピングして、それぞれの相関を観察することがある。このとき、等値面として形状抽出に

用いるスカラデータや、色マッピングに用いるスカラデータを変えたり、抽出等値面の値を変たりしながら描画し、観察する。しかし、元のボリュームデータが大規模である場合には等値面の抽出や描画処理に時間を要するため、そこからデータの特徴を捉えることが困難となる。

そこで、四面体ボリュームデータの詳細度を制御する段階的四面体化法（Progressive Tetrahedralizations）が提案された[1]。われわれは、この手法を拡張し、色付き等値面抽出に対して効果的に特徴を保持する稜線縮退化法を提案した[2]。ここでは、等値面抽出に用いるスカラデータの勾配方向と垂直に近い稜線ほど重みを与えて特徴を評価する。この手法により、抽出された等値面上での色分布特徴を保持する効果が得られたが、稜線ベースで特徴を評価しているため、極めて狭い範囲での特徴評価となる。また、稜線を1本縮退させるたびに変形する四面体が反転しないかどうかの判定をする必要があり、処理に時間を要していた。

本報告では、より広範囲での特徴量を保持し、より高速な処理を実現するために、四面体ベースで特徴を評価し要素を削減する。また、等値面抽出、色マッピングに使われるスカラデータがあらかじめ決まっていない場合にも対応するため、スカラフィールド勾配ではなく複数スカラデータ間の相関係数を特徴評価に用いる。これは、複数スカラデータ間の分布傾向が似ている領域から要素を削減するため、色付き等値面を抽出する際、効果的な特徴保持を実現する。

## 2 先行研究

四面体ボリュームから抽出した等値面を効率よく描画する際には、ポリゴンサーフェイスの詳細度制御が適用される[3]。しかし、等値面生成の可視化処理を対話的に実現したい場合には、ポリゴンサーフェイスデータに対する詳細度制御では対応できない。可視化処理前の四面体ボリュームデータの詳細度を制御する必要がある。四面体ボリュームデータの要素数を削減するには、頂点間の接続

関係を一度破棄してから頂点を削減し、再度四面体メッシュを構成する方法と、段階的に要素数を削減する方法がある。本研究では、段階的な詳細度で可視化対象を観察するために後者に着目する。段階的に要素数を削減する際には、主に稜線縮退操作と四面体縮退操作が用いられる。それぞれの処理を提案している先行研究を紹介する。

### 2.1 稜線縮退操作

四面体ボリュームの詳細度制御法は、ポリゴンサーフェイスの詳細度制御である段階的メッシュ法[3]を四面体ボリューム向けに拡張した段階的四面体化法[1]がStaadtらによって1998年に提案された。この手法では、四面体要素を削減する際に稜線縮退操作を用いる。縮退させる稜線を選択する特徴評価は、四面体ボリューム  $V$  を構成する稜線  $e$  を縮退させることによって生じる体積変化量とスカラ誤差を段階的メッシュ法と同様にコスト関数を用いて求める。そのコスト関数は以下のように定義される：

$$E(e) = E_{volume}(V) + E_{field}(V) + E_{equi}(V), \quad (1)$$

ここで、 $E_{volume}(V)$  は稜線縮退操作によって変形する四面体要素の体積変化量を表し、 $E_{field}(V)$  はスカラフィールドデータの誤差量を表す。また、ボリュームデータを構成する四面体の稜線の長さを均等化するために、 $E_{equi}(V)$  の項は稜線の長さのバランスを表している。ここで求められたコスト関数の値が小さいとき、稜線縮退操作（図1）によって要素数を削減する。

また、Cignoniらは、要素数を削減する際に引き起こされる幾何的な誤差と、スカラフィールドの誤差を四面体ベースで評価する手法を提案した[4]。稜線を縮退した際に生じる誤差、スカラフィールドデータの勾配差などを考慮して特徴を保持することを実現している。

四面体ベースで特徴を判定しつつ、要素を削減する際には稜線縮退操作を採用する手法がTrottsらによって提案された[5]。要素が削除基準を満た

すかどうかの判定は四面体ベースで行うが、要素数を削減する際には、四面体を構成する3本の稜線を縮退させることで四面体の縮退を実現する。四面体要素データの特徴を効果的に保持することは実現できたが、四面体の反転などの位相的なデータの崩れの判定を縮退させる稜線3本に対して行う必要があり、処理に時間を要する。

われわれは先行研究で、Staadtらの手法をマルチスカラデータに対応させるため、ある方向に関してスカラフィールドデータの特徴を保持するよう拡張した[2]。これは段階的四面体化で用いられるコスト関数(式(1))に方向に対する重みを付けることで実現した。

## 2.2 四面体縮退操作

Trottsらによって四面体ベースで削除要素を評価することは提案されたが、その際の要素削除は稜線ベースで行われていた。それに対し、四面体ベースで特徴を評価し、四面体自体を1点に縮退させる四面体縮退法(図2)を用いたTetFusionが2002年Chopraらによって提案された[6]。四面体縮退は、四面体を構成する4点を1点に縮退させるため、高速化な詳細度制御処理が実現されるだけでなく、四面体自身がもつデータの特徴を考慮できる。

## 3 マルチスカラ四面体ボリュームの詳細度制御

次項では、われわれの先行研究であるマルチスカラデータを考慮した稜線縮退ベースの詳細度制御



図1：稜線縮退操作

法の説明をした後で、TetFusionを拡張した提案手法を説明する。四面体縮退法によるマルチスカラ四面体ボリュームの詳細度制御法は、稜線縮退操作よりも広い範囲で特徴を評価でき、処理時間を短縮できる特長をもつ。

### 3.1 マルチスカラを考慮した先行研究

われわれは先行研究で、稜線縮退操作による段階的四面体化法のコスト関数(式(1))を拡張し、ある方向に対して重み付けをした：

$$E_1(e) = E_{volume}(V) + E'_{field}(V) + E_{equi}(V),$$

改良されたスカラフィールド値誤差  $E'_{field}(V)$  の定義は以下のようになる：

$$E'_{field}(V) = \sum_i w_{1i} E_{field}(e_i),$$

ただし、 $e_i$  は  $e$  の端点に接続する  $i$  番目の稜線を表し、 $E_{field}(e_i)$  は稜線縮退によって生じる  $e_i$  のスカラフィールド値誤差を表す。 $w_{1i}$  は、縮退頂点に与えられた重み付けされる方向ベクトルと、稜線  $e_i$  の方向ベクトルの成す角  $\theta_i$  が垂直に近いほど重みを与える：

$$w_{1i} = 1 - \cos(\theta_i).$$

この重み方向は、色付き等値面抽出に用いるスカラフィールド勾配から求め、スカラフィールド値誤差の項には色付けに用いるスカラフィールドを用いることで、四面体ボリュームデータから抽出される色付き等値面表面上の色分布特徴を保持することを実現した。

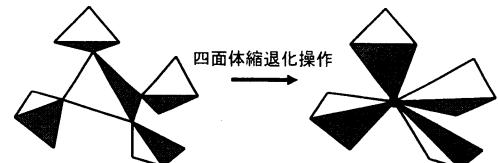


図2：四面体縮退操作

### 3.2 四面体縮退操作

要素を削減する際の処理には TetFusion を用いる。この手法では、四面体を構成する 4 点を代表 1 点に縮退させるため 1 回の処理で頂点を 3 点削減できる。縮退の際、四面体が反転するなどの位相の崩れも高速に判定できる。また、稜線縮退法と比べ、広範囲での特徴評価が可能であり、さらに四面体自体にスカラフィールドデータが与えられている場合に有効である。

具体的な処理手順を以下に示す：

1. 四面体の特徴を評価し、削除対象となる四面体 ( $T_P$ ) を特定
2.  $T_P$  と頂点を 1 つ共有する四面体 ( $T_A$ ) を特定
3.  $T_P$  と頂点を 2 つ以上共有する四面体 ( $T_D$ ) を特定
4.  $T_D$  を削除
5.  $T_P$  を構成する 4 点を 1 点に縮退
6.  $T_A$  を変形

なお、 $T_A$  を変形した際に、移動させる頂点が、 $T_A$  の向かい合う面の反対側に移動しないかどうか判定する。これによって四面体が反転するなどの位相の崩れを防ぐ。

### 3.3 特徴評価

TetFusion では、四面体要素の縮退判定をする際、以下の項目をコスト関数として用いる。

- 幾何形状誤差：  
 $T_A$  を変形した際に移動させる頂点と、その頂点に向かい合う面の重心を結んだベクトルの長さ
- スカラフィールド誤差：  
 $T_A$  を構成する 4 点のスカラフィールド値の変化量

ただし、それぞれの項は、0 から 1 に正規化してから評価値として用いている。

本研究では、複数のスカラデータをもつ、マルチスカラ四面体ボリュームデータを可視化対象としている。そこで、縮退させる四面体を選択する際の特徴評価には、TetFusion で用いている上記の幾何形状誤差、スカラフィールド誤差だけではなく、複数スカラデータ間の相関も考慮する。具体的には、ある四面体  $t$  に対する特徴評価は、以下の式で求める：

$$E(t) = E_{TetFusion}(V) + \sum_{i,j} (1.0 - R_{ij}(V)),$$

なお、 $V$  は四面体  $t$  に接続する要素集合によるボリュームデータを表す。また、 $E_{TetFusion}(T)$  は TetFusion で評価に用いているコスト関数を表し、 $R_{ij}(V)$  では、ある 2 つのスカラデータ  $(i, j)$  の相関係数を表している。

相関係数の項を式に加えることで、複数スカラデータ間の相関を考慮することができる。例えば、相関の近い 2 つのスカラデータを等値面形状抽出、色マッピングに用いると仮定する。その場合、等値面上に現れる色分布は比較的同等色になることが予測できる。また、相関の遠い 2 つのスカラデータでは、抽出された等値面上に比較的まばらな色分布が表示されることが予測できる。

### 3.4 抽出等値面の精度評価

四面体ボリュームデータの詳細度制御法の精度を比較し、検討するために、詳細度を制御したことによって失われた特徴を定量的に評価する。

まず、抽出した等値面の幾何特徴の損失量では、詳細度を制御した四面体ボリュームデータから抽出した等値面  $S'$  上の頂点  $P'$  から、元データから抽出した等値面  $S$  までの距離の和を求める。同様に、 $S$  から  $S'$  までの距離の和も測定し、それらの線型和を  $E_{geometry}(S')$  とする [7] :

$$E_{geometry}(S') = \sum_{P' \in S'} \min_{P \in S} \| (P - P') \| + \sum_{P \in S} \min_{P' \in S'} \| (P - P') \|,$$

ここでの距離は、最長 2 点間の距離で割ることで、0 から 1 に正規化している。

色分布特徴の損失量は次のように計算する。まず、元データから抽出した等値面  $S$  上の頂点  $P$  に与えられたスカラフィールド値を正規化した値  $f(P)$  を求める。次に、 $P$  から詳細度を制御した四面体ボリュームデータから抽出した等値面  $S'$  までの最近点  $P'$  を検出する。三重線形補間によって求まる  $P'$  でのスカラフィールド値を正規化した値  $f(P')$  を計算し、 $f(P)$  と  $f(P')$  の差を計算する。これをすべての  $P$  に対して行い、総和値を色分布特徴の損失量とする：

$$E_{color}(S') = \sum_{P \in S} \min_{P' \in S'} |f(P) - f(P')|.$$

#### 4 実験

実験環境には、Gateway Solo5300 (CPU : Intel PentiumIII<sup>§</sup> 750MHz, RAM:256MB) を使用し、頂点数 132,651, 四面体数 750,000, ポテンシャル、流速を各頂点にもつ透水係数データを用いた [8]。

ポテンシャルデータの値を変えて抽出した色付き等値面を図 3(a)(d)(g) に示す。図 3(b)(e)(h) は先行研究 [2], 図 3(c)(f)(i) は提案手法をそれぞれ用いて四面体ボリュームデータの四面体要素数を 75% 削減してから色付き等値面を抽出した結果である。色分布がピークをとるような領域付近では、提案手法の方が良好な結果が得られている。しかし、スカラ値の小さい変化による色分布特徴は、先行研究の方が良好に保持している。幾何特徴に関しては、先行研究の方が良好な結果が得られた。ただし、先行研究では等値面抽出、色マッピングに用いるスカラデータをあらかじめ決めてから特徴を評価しているのに対し、提案手法は双方の特徴を同等に評価した結果である。

詳細度制御には、先行研究で 5,817CPU 秒、提案手法で 683CPU 秒要した。詳細度制御により、等値面抽出に要する時間は約半分に短縮された。

<sup>§</sup> PentiumIII は Intel 社の商標である。

#### 5 まとめ

色付き等値面を抽出する前の四面体要素で構成されたマルチスカラデータに対して有効な詳細度制御法を提案した。特徴評価を四面体ベースで行い、複数スカラ特徴を考慮するため、相関係数を求めて相關の小さい領域の四面体を縮退させる評価基準を導入した。これによって、単数スカラデータの特徴が大きい領域だけでなく複数のスカラデータ間の特徴が大きい領域の特徴を保持した。また、処理の高速化も実現した。

#### 謝辞

解析データや、貴重なコメントを頂戴している RIST の旧 GeoFEM メンバの方々に感謝いたします。

#### 参考文献

- [1] Staadt, G. O. and Gross, H. M.: "Progressive Tetrahedralizations," In Proc. IEEE Visualization '98, North Carolina, October 1998, pp. 287-295.
- [2] 中村 浩子, 藤代 一成, 竹島 由里子: 可視化パラメータを考慮した四面体ボリュームの適応的詳細度制御, Imaging & Visual Computing, No. 169 (画像電子学会誌, Vol. 33, No. 3, pp. 171-179), 2004 年 3 月
- [3] Hoppe, H.: Progressive Meshes, In Proc. ACM SIGGRAPH 96, New Orleans, August 1996, pp. 99-108.
- [4] Cignoni, P., Costanza, D., Montani, C., Rocchini, C., and Scopigno, R.: "Simplification of Tetrahedral Meshes with Accurate Error," In Proc. IEEE Visualization 2000, Salt Lake City, October 2000, pp. 85-92.
- [5] Trotts, I. J., Hamann, B., Joy, K. I., and Wiley, D. F.: "Simplification of Tetrahedral Meshes," In Proc. IEEE Visualization '98, North Carolina, October 1998, pp. 397-402.
- [6] Chopra, P. and Meyer, J.: "TetFusion: An Algorithm for Rapid Tetrahedral Mesh Simplification," In Proc. IEEE Visualization 2002, Boston, October 2002, pp. 19-26.
- [7] Cignoni, P., Montani, C., Rocchini, C., and Scopigno, R.: "Metro: Measuring Error on Simplified Surfaces," Computer Graphics Forum (Proc. Eurographics '98), Vol. 17, No. 2, pp. 167-174, June 1998.
- [8] GeoFEM: <http://geofem.tokyo.rist.or.jp/>

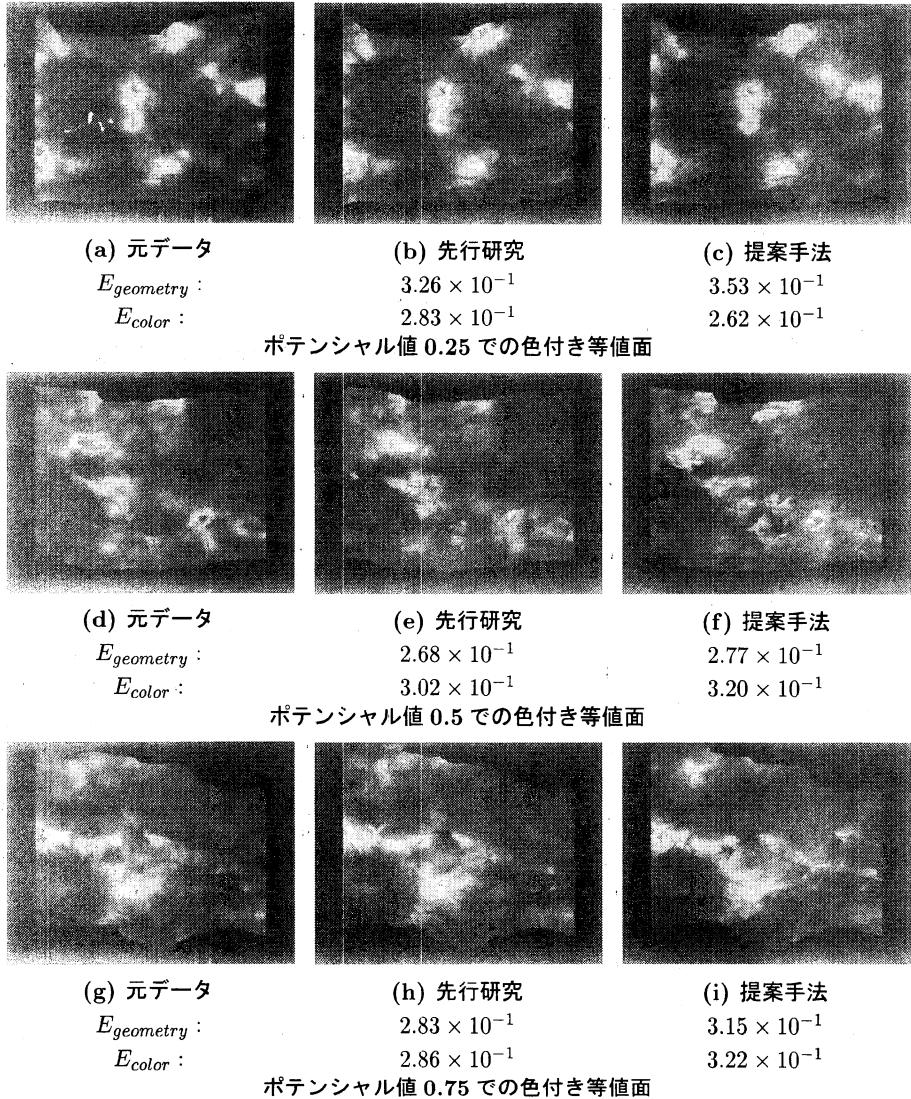


図 3: 詳細度制御された透水係数データから色付き等值面を抽出した結果（四面体数 75%削減）