

レプリカ交換モンテカルロ法を用いた 大域照明手法に関する研究

北岡 伸也[†] 北村 喜文[†] 岸野 文郎[†]

[†] 大阪大学大学院情報科学研究科, 〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1

E-mail: †{kitaoka.shinya,kitamura,kishino}@ist.osaka-u.ac.jp

概要 大域照明は、写実的な画像合成に不可欠な要素である。現在までに、これを実現する光輸送問題を解くための様々なアルゴリズムが提案されている。その手法の1つとして、メトロポリス光輸送がある。これは、バイアスのないレンダリング手法であり、サンプル数を増やせば正確に目的の結果に収束するという性質を持つ。本研究では、レプリカ交換モンテカルロ法を適用することで、メトロポリス光輸送における変異戦略の性質を改善し、同時に積分が2パスに渡る問題を改善する。

Global Illumination with Replica-Exchange Monte Carlo Method

Shinya KITAOKA[†], Yoshifumi KITAMURA[†], and Fumio KISHINO[†]

[†] Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University

2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka, 565-0871 Japan

E-mail: †{kitaoka.shinya,kitamura,kishino}@ist.osaka-u.ac.jp

Abstract Global Illumination is essential for photorealistic image synthesis in computer graphics. Several algorithms to solve light transport problem which is formalized global illumination are proposed. Metropolis light transport is unbiased method, and, it can be converged correct results to increase the number of samples. We propose a novel algorithm which uses replica exchange Markov Chain Monte Carlo method. It is progressive single pass method and improves the property of mutation strategy.

1. はじめに

大域照明は、写実的な画像合成に不可欠な要素である。半影をはじめとして間接照明によるカラーブリーディングや集光模様、被写界深度やモーションプラナーは、全て大域照明の効果によるものである。大域照明は、高次元の積分問題である光輸送問題を解くことにより実現されるため、一般には、モンテカルロ法に基づいた解法が用いられる。しかしながら、静的なモンテカルロ法は、事前に被積分関数の形状が既知でなければ効率が悪く、特に高次元の被積分関数に対しては、次元の呪いの問題が表面化する [1]。

近年、動的なモンテカルロ法であるメトロポリス・マルコフ連鎖モンテカルロ法に基づいて、サンプルを生成するメトロポリス光輸送法が提案され

た [2]。これは、マルコフ連鎖によりサンプルを生成することで、被積分関数に対する事前知識がなくても、その確率分布に従ったサンプルを得ることができる。しかし、従来の定式化では、レンダリングに初期ステップと漸進ステップの2パスが必要となり、2パス目のサンプル数を増やしても1パス目の推定精度に最終結果が依存してしまうという問題がある。また、効率よくレンダリングを行うには、対象に合わせてマルコフ連鎖の変異戦略を注意深く設計する必要があった。

本稿では、単一の確率分布からサンプルを抽出する従来のメトロポリス法ではなく、複数の分布からなる同時分布を定常分布としてサンプルを生成するレプリカ交換モンテカルロ法を利用することで、初期推定を必要としない漸進的な1パスの光積分手法を提案する。これにより、メトロポリ

ス光輸送法における1パス目の推定精度を考慮する必要がなくなり、また、変異戦略に特別な手法を導入せずともその性質を改善することができる。さらに、変異戦略ごとの推定結果を得られる性質を利用し、推定結果に基づく多重重点的サンプリングを実現した。

2. 関連研究

大域照明を扱うための光輸送問題の定式化は、Kajiyaらによって最初になされた[3]。Kajiyaらは、レンダリング方程式を導入すると共に、これを解くための経路追跡法を提案した。Lafortuneら[4]とVeachら[5]は、独立してほぼ同時期に、視点と光源の双方向から追跡した光線を組み合わせる双方向経路追跡法を提案した。また、Lafortuneら[6]は、関与媒質を双方向経路追跡法で扱うための手法を提案した。これらは、全て静的なモンテカルロ法に基づく手法である。

Veachらは、統計物理の分野で利用されているメトロポリス・サンプリングをグラフィックスに応用したメトロポリス光輸送法を提案した[2]。Laszloらは、メトロポリス光輸送のスタートアップ・バイアス問題について解析した[7]。Ashikhminらは、メトロポリス光輸送法の分散解析を行った[8]。Paulyらは、メトロポリス光輸送法によって、関与媒質をレンダリングするための変異手法を提案した[9]。Csabaらは、経路空間ではなく、乱数による超立方体を構成する抽象的な空間におけるサンプリング手法を提案し、ラージステップを導入して変異性質を改善する手法を提案した[10]。Clineらは、経路追跡法をベースとしたメトロポリス光輸送法と同様の変異戦略を用いた2パス手法を提案した[11]。

単純なメトロポリス法では、多峰性の被積分関数に対して有限ステップ内でエルゴード性を満たすことが難しいといった問題や、被積分関数の確率密度分布の正規化定数に相当する多重積分を直接計算できないという問題がある。光積分問題は、この正規化定数を求める必要があるため、既存手法では2パスに分けて計算することで、これを解決していた。一方、統計物理の分野では、拡張アンサンブルモンテカルロ法 (extended ensemble Monte Carlo) と呼ばれるこれらの問題を解決するための手法が提案されている[1]。これは、単一の分布だけではなく複数の分布を扱うことで、積分の道を

構成し、最適化問題におけるアニーリング的な最適化効果を得ている。

3. 光輸送問題

本章では、メトロポリス光輸送法の概要について述べ、関数を用いた積分方法への拡張と、レプリカ交換法を利用して、それを解く方法について述べる。

3.1 メトロポリス光輸送

光輸送問題は、式(1)によって表される。

$$\int_{\Omega} f(\bar{x}) d\mu(\bar{x}) \quad (1)$$

ここで、 $f(\bar{x}) \geq 0$ は、ベクトル値を返す放射輝度の関数である。次のように式変形を行う。

$$\int_{\Omega} \frac{f(\bar{x})}{g(\bar{x})} g(\bar{x}) d\mu(\bar{x})$$

ここで、 $g(\bar{x}) = L(f(\bar{x})) \geq 0$ は、スカラー輝度関数である。特に、 $f(\bar{x})$ が RGB の三次元ベクトルの場合は、 $L(s) = 0.299s^r + 0.587s^g + 0.114s^b$ である。ただし、 $\frac{0}{0} = 0$ とした。ここで、

$$p(\bar{x}) = \frac{g(\bar{x})}{\int_{\Omega} g(\bar{x}) d\mu(\bar{x})} = \frac{g(\bar{x})}{c} \quad (2)$$

とすると、

$$I = c \cdot \int_{\Omega} \frac{f(\bar{x})}{g(\bar{x})} p(\bar{x}) d\mu(\bar{x}) \quad (3)$$

となる。

メトロポリス光輸送法は、式(2)と式(3)を次の2ステップで解く。最初に、サンプリング分布 $p(\cdot)$ の正規化定数 c を、式(4)により求める。

$$c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M g(\bar{x}_i) \quad (4)$$

ここで、 \bar{x}_i は、一様密度 $u(\cdot)$ からサンプリングしたサンプルであり、通常は、経路追跡法や双方向経路追跡法を用いて求められる。次に、メトロポリス法によるサンプリング処理を行い、積分値を求める。

$$I = \frac{c}{N} \sum_{j=1}^N \frac{f(\bar{x}_j)}{g(\bar{x}_j)}$$

ここで、 \bar{x}_j は、メトロポリス法により、確率密度分布 $p(\cdot)$ に従ってサンプリングされたサンプルである。特に、画像合成には、ピクセル毎の輝度値

が必要であるが、これは式 (5) により求められる。

$$I_i = c \cdot \frac{X_i Q}{N} \quad (5)$$

ここで、 X_i は、ピクセルごとに蓄積した $\frac{f(\bar{x}_j)}{g(\bar{x}_j)}$ の値である。 $f(\bar{x}_j)$ がスカラー関数の場合、 $f(\bar{x}_j) = g(\bar{x}_j)$ から、これは単にそのピクセルに含まれるサンプル数になる。

3.2 関数列を用いた積分

本節では、いくつかの関数の集合で構成される関数列を用いた積分法について述べる。式 (3) から、

$$\begin{aligned} \frac{\int_{\Omega} f(\bar{x}) d\mu(\bar{x})}{\int_{\Omega} g(\bar{x}) d\mu(\bar{x})} &= \frac{\int_{\Omega} \frac{f(\bar{x})}{g(\bar{x})} g(\bar{x}) d\mu(\bar{x})}{\int_{\Omega} g(\bar{x}) d\mu(\bar{x})} \\ &= \int_{\Omega} \frac{f(\bar{x})}{g(\bar{x})} p(\bar{x}) d\mu(\bar{x}) \end{aligned}$$

であるので、 $f(\bar{x})$ と $g(\bar{x})$ の多重積分の比は、 $p(\bar{x})$ に従う $\frac{f(\bar{x})}{g(\bar{x})}$ の期待値として記述できる。

ここで、2つの関数でなく、ハイパーパラメータ β を導入し、確率密度分布の形状が近い1連の関数列 $f(\bar{x}, \beta_k), k \in [1, K]$ を考える。ただし、 $f(\bar{x}, \beta_K) = f(\bar{x})$ とし、 $f(\bar{x}, \beta_1)$ は、積分が既知の関数とする。これから、

$$\begin{aligned} &\frac{\int_{\Omega} f(\bar{x}, \beta_K) d\mu(\bar{x})}{\int_{\Omega} f(\bar{x}, \beta_1) d\mu(\bar{x})} \\ &= \frac{\int_{\Omega} f(\bar{x}, \beta_K) d\mu(\bar{x})}{\int_{\Omega} f(\bar{x}, \beta_{K-1}) d\mu(\bar{x})} \cdots \frac{\int_{\Omega} f(\bar{x}, \beta_2) d\mu(\bar{x})}{\int_{\Omega} f(\bar{x}, \beta_1) d\mu(\bar{x})} \\ &= \prod_{k=1}^{K-1} \frac{\int_{\Omega} \frac{f(\bar{x}, \beta_{k+1})}{f(\bar{x}, \beta_k)} f(\bar{x}, \beta_k) d\mu(\bar{x})}{\int_{\Omega} f(\bar{x}, \beta_k) d\mu(\bar{x})} \\ &= \prod_{k=1}^{K-1} \int_{\Omega} \frac{f(\bar{x}, \beta_{k+1})}{f(\bar{x}, \beta_k)} p(\bar{x}, \beta_k) d\mu(\bar{x}) \end{aligned}$$

となる。

このことから、前節のメトロポリス法による積分は、経路空間上で定義される一様分布と被積分関数の確率密度分布の2つの関数を利用した積分方法であることが分かる。

3.3 レプリカ交換モンテカルロ法

レプリカ交換モンテカルロ法は、異なるパラメータを持つ分布をまとめた同時分布をマルコフ連鎖モンテカルロ法でサンプリングする手法である。アルゴリズムは、

$$P(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_K) = \prod_{k=1}^K P(\bar{x}_k | \theta_k) \quad (6)$$

で定義される同時分布を定常分布とする2種類の遷移を交互に実行することで定義される。すなわち、個々の分布についての遷移と確率的交換による遷移である。前者は、通常メトロポリス法を K 個のレプリカについて同時並行的に行うことであり、後者は、適当なステップごとにランダムに選んだ $k \in [1, K]$ について、状態 x_k と x_{k+1} を確率 $\min(1, r)$ で交換することである。ここで、

$$\begin{aligned} r &= \frac{P(x_1, \dots, x_{k+1}, x_k, \dots, x_K)}{P(x_1, \dots, x_k, x_{k+1}, \dots, x_K)} \\ &= \frac{P(x_{k+1} | \theta_k) P(x_k | \theta_{k+1})}{P(x_k | \theta_k) P(x_{k+1} | \theta_{k+1})} \end{aligned}$$

である。

ここで、式 (6) の分布は、それぞれの遷移について不変であるので、これを両方用いたマルコフ連鎖についても不変となる。ここで、その分布において、状態 x_k に関するところだけを見ると、これは $P(\cdot | \theta_k)$ からのサンプルとみなすことができ、期待値の計算が可能となる。提案手法では、このレプリカ交換モンテカルロ法を光輸送問題に適用する。

4. レプリカ交換光輸送

本章では、提案手法で用いる関数列とサンプリング空間の定義についてと、多重重点的サンプリングを応用した評価値の計算方法について述べる。

4.1 関数列の定義

提案手法では、メトロポリス光輸送法と同様に、スカラー輝度関数と一様分布の2つの関数をレプリカとして計算を行う。

4.2 サンプリング空間の定義

提案手法では、Csaba らの手法 [10] と同様に、抽象的な乱数空間においてサンプリングを行う。

4.3 評価値の組み合わせ

提案手法では、レプリカ交換モンテカルロ法で得られる評価値と同時に、一様分布で計算される評価値も同時に得ることができる。Veach らの提案した多重重点的サンプリングの考え方 [12] を応用し、この2つの手法により得られる評価値を組み合わせることで、よりロバストな計算を行う。本節では、このためのヒューリスティックな組み合わせ戦略を3つ述べる。以下では、レプリカ交換モンテカルロ法で得られる評価値を E_e 、一様分布から計算される評価値を E_u とする。また、結果の評価値は、 E で表す。

a) 最大値ヒューリスティクス

最大値ヒューリスティクスでは、 $E = \max\{E_e, E_u\}$ により評価値を得る。ここで、 \max は、RGBの要素ごとに最大値を選択するものとする。

b) パワーヒューリスティクス

パワーヒューリスティクスでは、

$$E(p) = \frac{a \cdot E_e(p) + b \cdot E_u(p)}{a + b} \quad (7)$$

により、評価値を得る。ここで a と b は、それぞれ $a = E_e^n(p)$ と $b = E_u^n(p)$ とし、 $n = 2 > 0$ とした。

c) 中央値ヒューリスティクス

中央値ヒューリスティクスでも、パワーヒューリスティクスと同様に式(7)により評価値を得るが、 a と b は、それぞれ $a = \exp(n(E_e(p) - m)^2)$ と $b = \exp(n(E_u(p) - m)^2)$ とした。ここで、 m は、 E_e と E_u 両方のピクセル p の近傍の要素の中央値である。ここで、 $n = 2 > 0$ とした。

5. 結 果

本章では、メトロポリス光輸送法と提案手法を用いたいくつかのシーンをレンダリングした結果を考察する。

図1は、評価値の組み合わせ手法を変化させた際の結果である。(c)の中央値ヒューリスティクスが最もノイズが目立たない結果となっているが、同時に全体が暗くなっている。逆に、(a)の最大値ヒューリスティクスは、ノイズは目立つが、全体の明るさは保たれている。これは、明い経路のサンプリングが難しいため、効率のよくない一様分布の結果に引きずられているためだと考えられる。これらの手法は、状況により使い分ける必要がある。

図2は、コーネルボックスをレンダリングした結果を示している。これらの結果は全てパワーヒューリスティクスを用いたものとなっている。図2(a)は、メトロポリス光輸送法によるものであり、図2(b)は、提案手法によるものである。それぞれ、1ピクセル当り1,000サンプル相当のサンプリング数でレンダリングしている。ここでの1ピクセル当りのサンプルとは、(画像のピクセル数×1ピクセル当りのサンプル数)回の変異を行うという意味で用いている。図2(c)は、1ピクセル当り10,000サンプルでレンダリングされたリファレンス画像である。図2(d)は、図2(c)のリファレンス画像を真値として、図2(a)と図2(b)の分散をそれぞれ破線

と実線でプロットしたものである。以降、図3と図4についても同様の構成となっている。

図2の結果を見ると、最初は提案手法の方の分散が小さいが、あるところでメトロポリス光輸送法の方の分散が小さくなっている。しかし、結果を見るとメトロポリス光輸送法の方はノイズが目立っており、視覚的なクオリティでは提案手法のほうが高い。ピクセル間の変異数の偏りにより、このようなインパルスノイズが発生していると考えられ、提案手法により変異性質が改善されていることが分かる。また、図3の鏡面反射があるシーンの結果では、視覚的なクオリティと分散の評価結果ともに提案手法の方が優れていることが確認できる。図4の間接光が支配的なシーンでも、図3の結果と同様に提案手法の方が優れている。図2と図3の結果と比べて、分散が滑らかに減少している理由は、光源が直接可視でないためであると考えられる。これは、光源が直接見えている場合には、経路変異の際に光源に捕らわれてしまう傾向があるためである。

6. 結 論

本稿では、光輸送問題の解法として、レプリカ交換モンテカルロ法を利用することで、メトロポリス法において問題となる変異特性の問題を解決し、1パスの処理として問題の再定式化を行った。これにより、特別な変異戦略を設計せずとも、その性質を改善できることを示した。また、複数のレプリカの計算により得られた推定結果を組み合わせることで、結果画像の視覚的品質を改善する多重重点的サンプリングとそのためいくつかのヒューリスティクス手法を提案した。

今後は、アルゴリズムの並列性を利用したマルチスレッド化により、体系的な高速化が可能であると考えている。また、本研究で利用したレプリカ数は2つだけであったが、複数のレプリカを利用した場合の結果についても検討したい。最後に、抽象的な乱数空間によるサンプリングでは、ピクセル毎の層別化が容易であるので、これについても実装を行い検討したいと考えている。

参考文献

- [1] 伊庭幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦. 計算統計 II—マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺—. 岩波書店, 2005. 3章.
- [2] Eric Veach and Leonidas J. Guibas. Metropolis light transport. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH '97*,

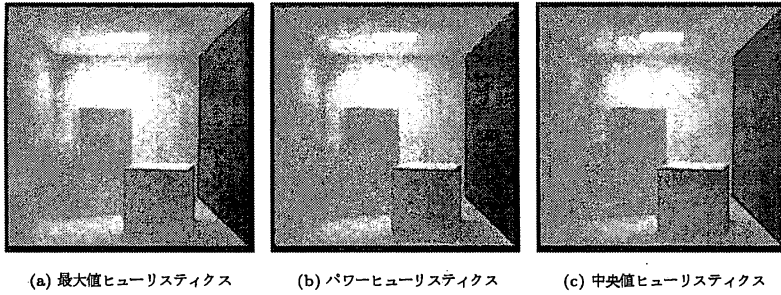
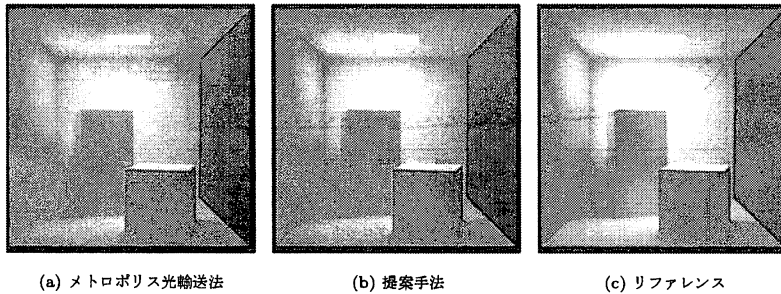
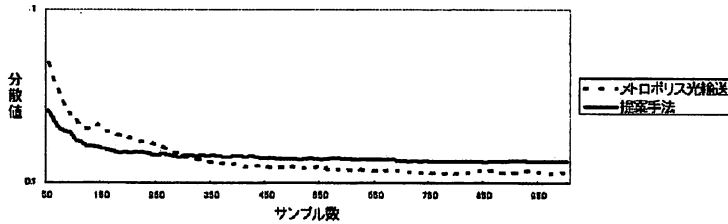


図 1 評価値の組み合わせ.



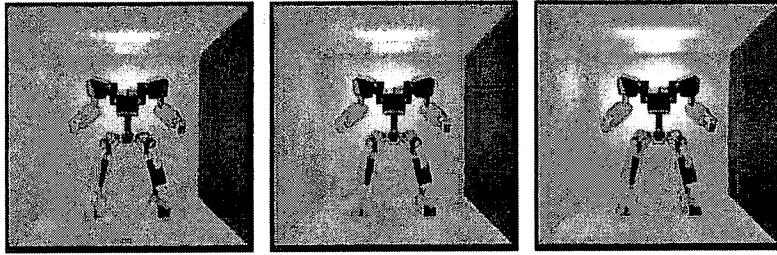
(a) メトロポリス光輸送法 (b) 提案手法 (c) リファレンス



(d) 分散値のプロット

図 2 コーネルボックスシーン.

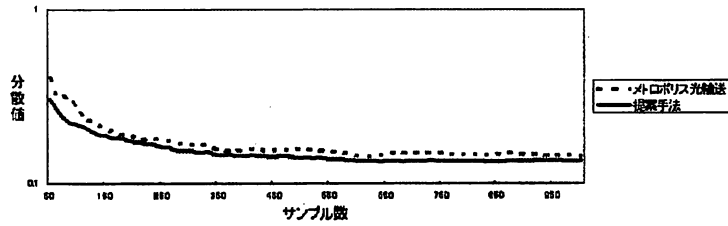
- pp. 65–76, 1997.
- [3] James T. Kajiya. The rendering equation. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH '86*, pp. 143–150, 1986.
 - [4] Eric P. Lafortune and Yves D. Willems. Bidirectional path tracing. In *Proceedings of Computer Graphics '93*, pp. 145–153, 1993.
 - [5] Eric Veach and Leonidas Guibas. Bidirectional estimators for light transport. In *Proceedings of Eurographics Workshop on Rendering '94*, pp. 147–162, 1994.
 - [6] Eric P. Lafortune and Yves D. Willems. Rendering participating media with bidirectional path tracing. In *Proceedings of Eurographics Workshop on Rendering '96*, pp. 92–101, 1996.
 - [7] Szirmay-Kalos László, Péter Dornbach, and Werner Purgathofer. On the start-up bias problem of metropolis sampling. In *Proceedings of WSCG '99*, pp. 273–280, 1999.
 - [8] Michael Ashikhmin, Simon Premoze, Pater Shirley, and Brian Smits. A variance analysis of the metropolis light transport algorithm. *Computers and Graphics*, Vol. 25, No. 2, pp. 287–294, 2001.
 - [9] Mark Pauly, Thomas Kollig, and Alexander Keller. Metropolis light transport for participating media. In *Proceedings of Eurographics Workshop on Rendering 2000*, pp. 11–22, 2000.
 - [10] Kelemen Csaba, Szirmay-Kalos László, György Antal, and Ferenc Csonka. A simple and robust mutation strategy for metropolis light transport algorithm. *Computer Graphics Forum*, Vol. 21, No. 3, pp. 1–10, 2002.
 - [11] David Cline, Justin Talbot, and Parris Egbert. Energy redistribution path tracing. In *Proceedings of*



(a) メトロポリス光輸送法

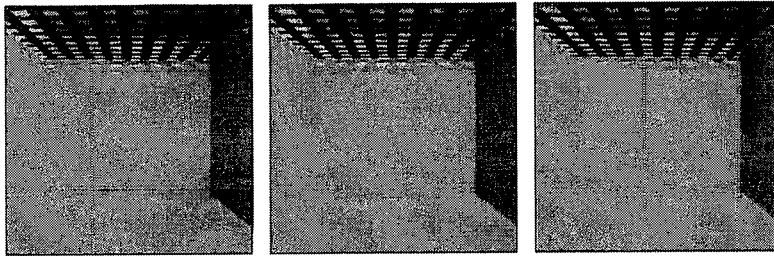
(b) 提案手法

(c) リファレンス



(d) 分散値のプロット

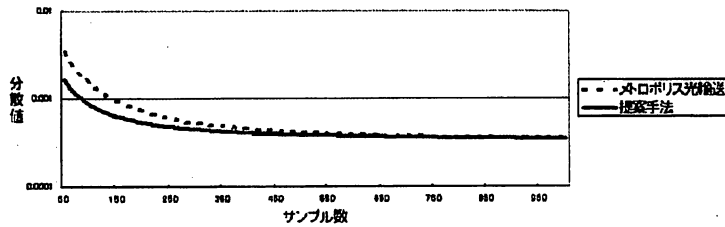
図 3 鏡面反射物体のあるシーン.



(a) メトロポリス光輸送法

(b) 提案手法

(c) リファレンス



(d) 分散値のプロット

図 4 格子に光源が遮蔽されたシーン.

ACM SIGGRAPH 2005, pp. 1186–1195, 2005.

- [12] Eric Veach. *Robust monte carlo methods for light transport simulation*. PhD thesis, Stanford University, 1998. Adviser-Leonidas J. Guibas.