入力点密度を考慮した手書き線図形の近似表現

上加世田 暁† 齊藤 剛†

与点の密度を考慮し，与点列を近似する有理Bézier曲線を得る方法について述べる．有理曲線は，パラメータを等間隔とした場合であっても曲線上の計算点間隔に大きな差異が生じる．

本法では，この差異を積極的に利用して，有理曲線の重みを形状制御のみならず，パラメータを等間隔とした場合のプロット点密度の制御に利用する方法である．本法を，手書き線図形に整形および圧縮に応用する．これにより，手書き線図形の整形・圧縮のみならず，線図形を描いた速度をも近似し描画することができる．本稿では，手法と例を示す．

Curve Fitting of Hand-writing Figures Considering with Input Point Interval

Satoru Kamikaseda† Tsuyoshi Saitoh†

This paper describes a curve fitting method by rational Bezier curves considering with input point interval. A variation of distance between consequent points on rational curve is large, even if calculation parameter intervals are equal.

By using this property, we developed curve fitting method in which the weights on each control points used for not only shape control but also plotting points distribution control. We apply the method for data compaction of hand-writing figures. Because the method can control the plot point intervals, we can draw the curve approximating the writing speed of the figure. Details and examples of our method are shown in this article.

1 はじめに

筆者らは，手書き線図形の整形および圧縮表現に関する研究を行っている．手書き線図形は，タブレット型ＰＣを利用した図形入力など幅広く使用されている．従来，これらの手書き線図形の圧縮保存法は，入力された点列をBézier曲線やスプライン曲線により近似し，それらの制御点を保持する方法が用いられ，多くの近似法が報告されている [1].

一方，NURBSをはじめとする有理曲線は，CGおよびCADの形状表現に頻繁に用いられるようになった．有理曲線は，円錐曲線を正確に表現でき，また，重みを用いることで形状制御の自由度が高められている．しかし，有理曲線においては，パラメータを等間隔とし曲線上の点を求めた場合，点間距離に大きな差異が生じ，これが曲線描画等での欠点とされている．

筆者らは，この差異を積極的に利用して，有理曲線の重みを形状制御のみならず，パラメータを等間隔とした場合のプロット点密度の制御に応用する手法を考案した．すなわち，入力線図形の形状近似のみならず，線図形入力時の描画速度に眼を向け，描いた時の速度を点列の密度に置き換えて点列分布をも近似表現する補間法である．本法では，近似曲線として２次および３次の有理Bézier曲線を用いる．近似曲線と

† 東京電機大学 工学研究科 情報メディア学専攻
Information Systems and Multimedia Design, Graduate School of Engineering, The University of Tokyo Denki

して2次有理 Bézier 曲線を用いるた場合，密度として疎密または密疎が表現でき，3次有理 Bézier 曲線を用いると，疎密疎および密疎密なる分布が表現できる．

本稿では，近似手順とその結果について述べる．

2 速度推移の表現

線図形入力時の描画速度や人間の動作速度などの速度の推移のモデルとしては，横軸をパラメータ値，縦軸を全体の移動距離比としたS字曲線を用いる．このS字曲線の代表例が確率分布関数であり，これを制御する関数として，密度関数が挙げられる(図1)．

本手法では密度のモデルとしてS字曲線を用い，有理 Bézier 曲線の点列密度に対応させ，線図形の形状の近似と共に，有理 Bézier 曲線の重みで制御する．

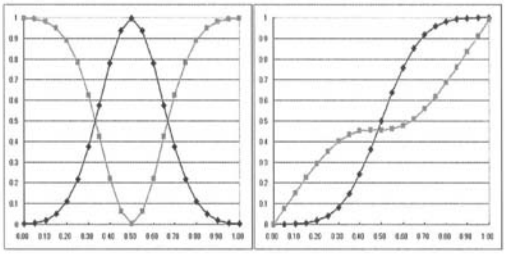

図1. 確率密度関数，分布関数

3 2次有理 Bézier 曲線

2次有理 Bézier 曲線は，3つの制御点 P_0〜P_2 と，各々の重み w_0〜w_2 を用いて次式で表される．

$$r(t) = \frac{(1-t)^2 w_0 P_0 + 2t(1-t)w_1 P_1 + t^2 w_2 P_2}{(1-t)^2 w_0 + 2t(1-t)w_1 + t^2 w_2} \tag{1}$$

ここで，パラメータ変換を施すことで，曲線形状を変えることなく第1および第3制御点の重みを1とする次式に変換できる．

$$r(\tau) = \frac{(1-\tau)^2 P_0 + 2\tau(1-\tau)WP_1 + \tau^2 P_2}{(1-\tau)^2 + 2\tau(1-\tau)W + \tau^2} \tag{2}$$

これにより，2次有理 Bézier 曲線は，第2制御点の重みを自由度として形状制御が可能となる．

一方，式(2)における第2制御点の重み W に対して，$W = \alpha/\sqrt{\beta}$ となる関係を保持したまま，以下のように変形する．このとき，α 及び β は，曲線形状には影響を及ぼさないが，パラメータの分散具合を表す値となる．

$$r(\tau) = \frac{(1-\tau)^2 P_0 + 2\tau(1-\tau)\alpha P_1 + \tau^2 \beta P_2}{(1-\tau)^2 + 2\tau(1-\tau)\alpha + \tau^2 \beta} \tag{3}$$

4 曲線の点列比の近似

与えられた点列を2次有理 Bézier 曲線で近似する方法は，[2] 等で述べられている．これらの議論は与えられた点列を近似する曲線を得ることが中心であり，与点列の密度に関しては議論されていない．前節で示したように，α および β を使用すると形状と密度を制御できる．そこで，この性質を利用し，与点の前後半の点列比を反映した近似曲線を以下の方法により得る．

＜点列比近似手順＞

step.1 終始点を第1および第3制御点とし，そこでの接線の交点を第2制御点とする．

step.2 第2制御点に最も近い与点を利用して，第2制御点の重みを決定する（これが，前節での α となる）．例を図2 (左) に示す．与点を■により，また，近似曲線にて，パラメータ間隔を 1/N としたプロット点を●で表す．

step.3 与点をN個とすると，式(3)の r(0.5) が N/2 番目の与点となるように β を決定する．例を図2 (右) に示す．●は，密度を制御した結果のパラメータ等間隔のプロット点である．

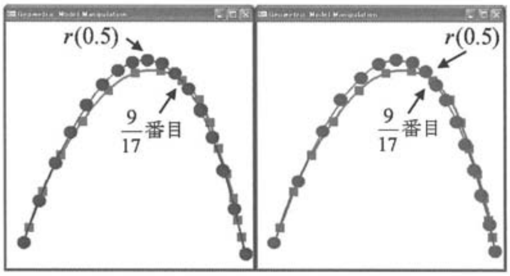

図2. 形状を変えない点列前後比の制御例

5 分布関数と重み

第2節で述べた分布関数によるS字曲線を，2次有理 Bézier 曲線の点密度推移で表現する．

分布関数でのS字曲線の制御は，分散具合を表す δ の値を変えることで可能となる．2次有理 Bézier

曲線の点密度推移の制御は，前節で述べたように曲線全体の前後領域における点数の比から重みα，βを求めることで可能となる．しかし，２次有理 Bézier 曲線の点密度制御では密から疎，もしくは疎から密の表現しかできない．そこで，S字曲線を表現するために密疎・疎密の点密度推移を持つ２次有理 Bézier 曲線２本を用いる．これにより，分布関数で表したS字曲線と２本の２次有理 Bézier 曲線で表したS字曲線を，図３のように近似させることができる．

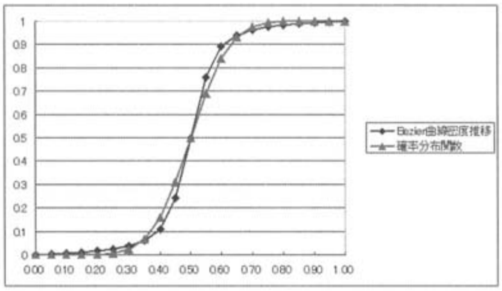

図 3.　S字曲線の近似結果

6　線図形の２次有理 Bézier 近似

描画速度の推移に合わせてセグメントを分け，複数の２次有理 Bézier 曲線で手書き線図形を整形する．

図４は６本の２次有理 Bézier 曲線を用いて整形している．手書き線図形の点密度が密な部分は整形後の図形でも密になっており，疎な部分は疎になっていることから，形状と共に点密度の近似が実現されていることが確認できる．

多くの場合，曲線同士の接続を滑らかにすることが求められる．図５ (左) ではセグメント同士が滑らかに接続されていない部分が存在している．このセグメント同士の接続に Ｇ１ 接続を用いることで，図５ (右) のように滑らかに接続することができ，個々のセグメントだけでなく図形全体として滑らかさも実現できている．

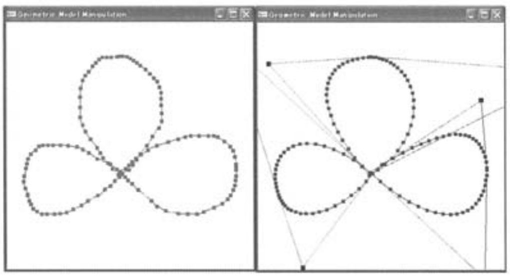

図 4.　左：手書き線図形，右：２次有理 Bézier 整形

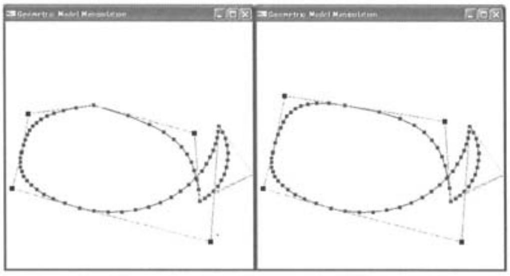

図 5.　セグメントの Ｇ１ 接続

7　与えられた点列密度の近似

２次有理 Bézier 曲線では，曲線点列の前後半比が制御できるだけであった．そこで，形状を近似した２次有理 Bézier 曲線に対して次数上げを行い，３次有理 Bézier 曲線を用いることで，より詳細な与点列の密度制御が可能となる．

＜点列密度近似手順＞

step.1　与点列の密度に合わせて第１・第４制御点，もしくは第２・第３制御点の重みの比を維持したまま重みを増減させる．

step.2　重み変更により変わってしまった曲線形状を，元の頂点に合わせて第２・第３制御点の位置を第１・第４制御点の接線上で平行移動させることで近似させる．

step.3　step1，step2 を繰り返すことで，より精度の高い与点列密度の近似を行う．

例を図６に示す．

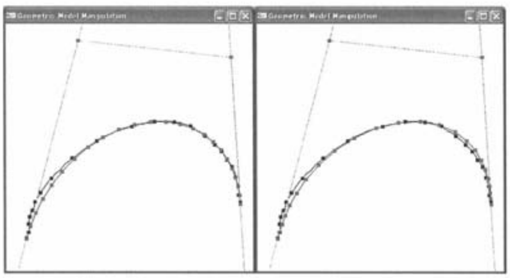

図 6.　形状を変えない点列密度の制御例

8　線図形の３次有理 Bézier 近似

３次有理 Bézier 曲線で整形することで，２次では表現できなかった詳細な与点列の密度制御が可能となり，密度推移によるセグメントの分割数を減らすことができる．

２次有理 Bézier 曲線では密疎・疎密の表現しかできなかったが，３次有理 Bézier 曲線を用いることで密疎密の表現が可能となり，図７のように２本の３次有理 Bézier 曲線で与点列を考慮した整形ができている．図５と似た形状の図８においても，３次有理 Bézier 曲線を用いることで，５つのセグメントを３つのセグメントに減らすことができている．

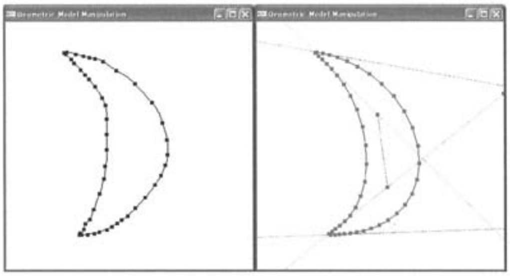

図 7. 左：手書き線図形，右：３次有理 Bézier 整形

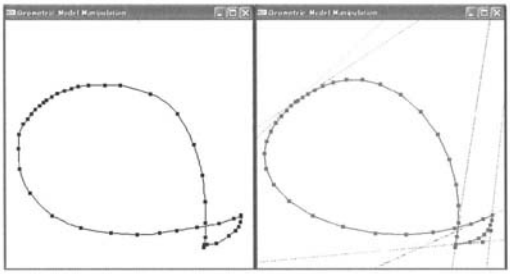

図 8. 左：手書き線図形，右：３次有理 Bézier 整形

9 評価

本手法を用いた，与点列の密度を考慮した近似表現の評価を行った．

手書き線図形と整形図形それぞれについて，各々の全長に対する各パラメータの始点からの軌跡距離の関係をグラフ化した．縦軸は全長に対する各点の距離，横軸はパラメータ値である．図９ (左) は手書き線図形の点列密度が密から疎へ変化しており，整形曲線の密度変化も同様に密疎の形を取っている．反対に図９ (右) は手書き線図形の点列密度が疎密となっており，整形曲線の密度変化も同様になっているのが確認できる．さらに，図１０ (左) では密疎密，図１０ (右) では疎密疎の形を整形曲線で表現できている．

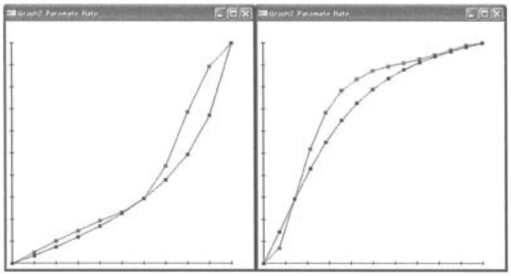

図 9. 点列密度変化グラフ (密疎・疎密)

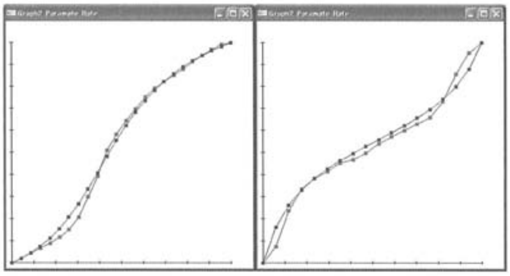

図 10. 点列密度変化グラフ (密疎密・疎密疎)

10 おわりに

本稿では，与点の密度を考慮した近似曲線を得る方法について述べた．本方法ではまず，２次有理 Bézier 曲線を利用して，曲線形状の制御と，点列密度比制御を行い，曲線の点列密度の前後比を考慮した近似曲線を得た．さらに，２次有理 Bézier 曲線に対して次数上げを行い，３次有理 Bézier 曲線を用いて，より詳細な点列密度比の近似を行った．その結果，密度の変化が密疎・疎密な場合だけではなく，密疎密・疎密疎のようなパターンに対しても近似可能となった．

今後，より複雑な形状の近似表現を考察する予定である．

参考文献

[1] G. Farin:"Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design",Academic Press,1990

[2] M. Hosaka:"Modeling of Curves and Surfaces in CAD/CAM", Springer-Verlag,1992.