

対数美的曲面の創成と 曲面を構成する曲率線の性質分析

萩原徹 井上治郎 小島志織 原田利宣
和歌山大学大学院 和歌山大学大学院 和歌山大学 和歌山大学

現在、工業製品のデザイン工程では、モデリングの早い段階で高精度なモデルが求められ、VR上でのデザイン検討が行われている。しかし、CADシステム上での曲線制御の限界から、デザイナーがモデリングで定義するキーラインは平面曲線、もしくは2つの平面曲線を合成して簡単に創成できるレベルの空間曲線しか創成できていない。よって、最終的にクレイモデル上で、手作業によりキーラインとなる空間曲線や曲面の微調整が行われる。そこで、本研究では、CADシステム上で扱える美しい空間曲線の創成と、曲面を構成する空間曲線の性質の明確化を目的とする。具体的には、まず、対数美的空間曲線を創成するシステムの開発を行った。次に、曲面の流れを表す曲率線の性質に関する分析を行った。さらに、その分析結果から、対数美的空間曲線を規則的に構成し、美しいサンプル曲面を作成することができた。これにより製品デザインへの応用も期待された。

Generation of log-aesthetic curved surfaces and analysis of characteristics of curvature lines on curved surfaces and application of a system

Tohru Hagihara Jiro Inoue
Graduate School of Wakayama University Graduate School of Wakayama University

Shiori Kojima Toshinobu Harada
Wakayama University Wakayama University

Recently, in the field of industrial design, precise models by CAD systems are required from an earlier design phase. However, designers can't control space curves or surfaces directly on present CAD systems and have an impenetrable difficulty creating precise models because the CAD systems can generate only plane curves or space curves compounded from two plane curves. Due to this limitation, designers must refine clay models made by CAD (NC) data using a lot of labor. This study shows the algorithm for generating log-aesthetic curves that are needed to create precise models on CAD systems and also shows the characteristics of the space curves that compose curvature lines of surfaces. First, we developed a log-aesthetic curve generating system by our algorithm. Second, we analyzed lines curvature lines of various surfaces and clarified the characteristics of the curves. Finally, we could generate aesthetic surfaces of log-aesthetic curves regularly placed by using the result of analyses.

1. はじめに

現在、車などの工業製品のデザイン工程では、3次元CADシステムを用いてモデリングを行い、VR上でのデザイン検討が行われている。そのため、モデリングの早い段階で高精度なモデルが求められる。主なモデリングの工程は、まずキーラインを決定し、それを基礎として曲面設計を行うことでモデルを仕上げていく。しかし、既存の3次元CADシステム上での空間曲線創成は難しく、デザイナーがモデリングで定義するキーラインは平面曲線、もしくは2つの平面曲線を合成して簡単に創成できるレベルの空間曲線しか創成できていない。よって、最終的にCADデータを用いてNCマシンで削りだしたクレイモデル上で、手作業によりキーラインとなる空間曲

線や曲面の微調整が行われている。

これまでに、原田らによりCADシステム上でデザイナーの感覚にあった美しい平面曲線を創成する手法が研究された¹⁾。この研究は、曲率変化の仕方とボリュームから曲線の性質を定量的に表す「曲率対数分布図」を提案し、デザイナーの求める曲線の性質を明らかにした。さらに、その性質を制御することで美しい平面曲線を創成する手法を提案している。しかし、これらの研究は平面曲線のみを対象としており、空間曲線の創成手法の提案はされていない。曲面の分析については、曲面の断面曲線の性質分析や、曲面における曲率線（空間曲線）を投影面に投影した平面曲線の性質分析がなされてきた。しかし、これらの分析方法では、対象となる曲線が平面

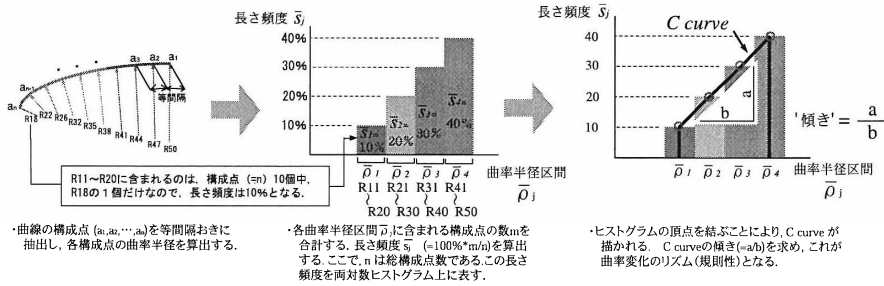


図1 曲率対数分布図の説明

C curve の傾き	模式図	C curve の傾き	模式図
発散型		山型	
定速型		谷型	
収束型		シングルR型	

図2 曲率対数分布図の体系化

曲線だけでなく、断面のとり方や投影方法によって得られる結果にバラつきが生じるため、曲面を構成する空間曲線自体の性質を直接的に同定するものとはなっていない²⁾。これらを解決する方法として、空間曲線の曲率変化の仕方と振率変化の仕方から「曲率対数分布図」と「振率対数分布図」を作成することで、空間曲線の性質を表す分析手法が井上らにより提案された³⁾。

そこで、本研究では、3次元CADシステム上で美しい空間曲線、曲面（詳細な定義は後述）を任意に創成するため、すでになされている美しい平面曲線に関する研究〔注1〕を応用して、性質を制御した空間曲線を創成するシステムの開発を目的とする。また、創成した空間曲線を基にして、曲面を作成するために、「曲率対数分布図」と「振率対数分布図」による曲面における曲率線の性質分析をすることで、曲面を構成する空間曲線の性質を明らかにし、創成した空間曲線を用いた曲面の作成手法の提案を行う。まず、性質を制御した美しい平面曲線創成手法¹⁾を応用して、曲率変化の仕方と振率変化の仕方から空間曲線を創成するアルゴリズムの考案と、そのシステム開発を行う。次に、計測点列の分析システム⁴⁾を用いて曲面上の曲率線（空間曲線）を分析し、曲面を構成する曲率線の性質やその配置、そして性質の遷移について考察を行う。

さらに、曲面の分析結果を事例として、創成システムで性質を制御したサンプル曲面の作成を行う。

2. 対数美的空間曲線創成システムの開発

シンプルで美しい数学曲線（空間曲線）や工業製品に使用されているキーライン（空間曲線）を、曲率対数分布図と振率対数分布図を用いて分析する研究^{3), 4)}がされており、それによると、それらの空間曲線は自己アフィン性を有するということが確認されている。そこで、曲率変化の仕方と振率変化の仕方から空間曲線を創成するシステムを開発した。ただし、本研究で扱う空間曲線は、開いた曲線、交差ししない曲線、および曲率・振率単調曲線の条件をみたしているものとする。

2.1 対数美的空間曲線とは

本研究で提案する空間曲線の創成手法は、原田らにより考案された自己アフィン性を有する平面曲線を創成する曲線創成手法¹⁾を空間曲線へ拡張したものである。この手法は、曲率対数分布図上で、曲率変化の仕方と振率変化の仕方から空間曲線を創成する手法である。まず、以下に曲率対数分布図の説明を述べる。

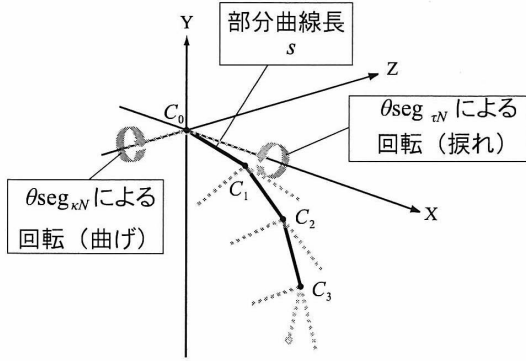


図3 対数美的空間曲線の創成方法

曲率対数分布図とは、曲線上の等間隔に設定された各構成点における曲率半径と、その曲率半径が曲線上に現れる“長さ”の関係を両対数ヒストグラム上に表現したものである。この手法で扱える曲線は曲率単調曲線（曲率が曲線の端点からもう一方の端点に様に増加[減少]するもの）である。曲線の性質（曲率変化の仕方）とは、このヒストグラムの頂点を結んだ *C curve* の傾き α によって定義される（図1）。この *C curve* の傾き α が一定のとき曲線は自己アフィン性を持つことが分かっており、曲率対数分布図は、この傾き α の違いにより曲線の性質が体系化されている（図2）。

本研究では、空間曲線を扱うため、曲率変化の仕方と振率変化の仕方を制御することで、美しい空間曲線を創成する手法を提案する。曲率対数分布図と同様にして、曲線の振率半径から「振率対数分布図」が得られる。振率対数分布図上のヒストグラムを結んだ線を *T curve* という。またその傾きを β という。曲率対数分布図と振率対数分布図の *C curve* の傾き α と *T curve* の傾き β が一定となるように空間曲線を制御することで、自己アフィン性を持つ空間曲線を創成できる。つまり傾き α と傾き β を変化させることで性質を制御した美しい空間曲線を創成できると考えた。以降、この手法によって創成される曲線を「対数美的空間曲線」と呼ぶ。

2.2 対数美的空間曲線創成アルゴリズム

対数美的空間曲線の創成アルゴリズムは対数美的平面曲線の創成アルゴリズム⁵⁾を応用した。曲線を N 個の部分曲線から成り立つとみなし、それぞれの部分曲線長 s ごとに曲率と振率による回転を求め、曲線を構成する点の座標を算出する。ここで $\theta_{seg_{kN}}$ は N 番目の部分曲線の曲率による回転角、 $\theta_{seg_{tN}}$ は N 番目の部分曲線の振率による回転角を表す（図3）。

$\theta_{seg_{tN}}$ は以下のようにして求める。部分曲線長 s_{ki} は曲線長を S_{all} 、求める曲線の曲率対数分布図における曲率半径区間の長さ頻度を \bar{s}_{ki} としたとき式1であらわされる。 $i_1=0$ のときの $s_{k(i_1+1)} + \dots + s_{k(i_1+j_1)} = s$ となる時の $\theta_{k(i_1+j_1)}$

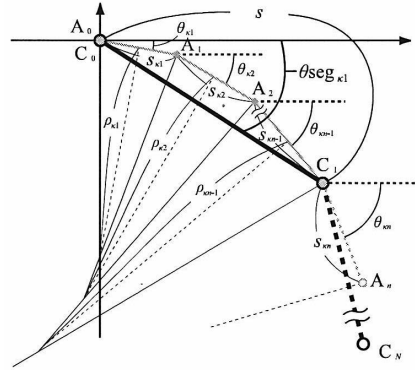


図4 曲率による回転角の求め方

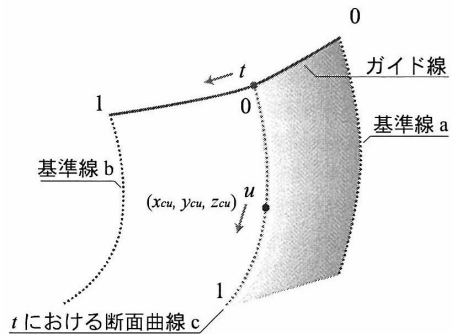


図5 対数美的曲面創成アルゴリズム

$$s_{km} = S_{all} \cdot 10^{\bar{s}_{km}} \quad (1)$$
 $-\theta_{k1}$ を回転角 $\theta_{seg_{k1}}$ として求める。次に $i_2=i_1+j_1+1$ のときの $s_{k(i_2+1)} + \dots + s_{k(i_2+j_2)} = s$ となる時の $\theta_{k(i_2+j_2)} - \theta_{k2}$ を回転角 $\theta_{seg_{k2}}$ として求める。このようにして、 $i_N=i_{N-1}+j_{N-1}+1$ ($i_N < n$) のときの $s_{k(i_N+1)} + \dots + s_{k(i_N+j_N)} = s$ となる時の $\theta_{k(i_N+j_N)} - \theta_{kN}$ を回転角 $\theta_{seg_{kN}}$ として求める（図4）。同様に、振率対数分布図から振率による回転角 $\theta_{seg_{tN}}$ を求めることができる。

また、曲線創成時に曲率の増加方向と振率の増加方向は同方向であるか逆方向であるかで2種類が考えられる。同方向である曲線を「曲率振率同方向型」、方向が異なる曲線を「曲率振率型異方向型」と定義する。

2.3 対数美的曲面創成アルゴリズム

クレイモデルの造形手法を参考に基準線をガイド線に沿って動かすことで面を創成する事を考える（図5）。基準線の形状は一定の場合と始点から終点まで徐変する場合の2種類が考えられるが、一定の場合は徐変の特殊な場合として考える。このとき基準線およびガイド線に対数美的空間曲線を使用したものを対数美的曲面と定義する。対数美的曲面の創成アルゴリズムを以下に示す。

1. ガイド線となる空間美的曲線を創成する。次に基準線となる空間美的曲線 a, b を始点と始点の接線ベクトルを合わせて創成する。また、このときガイド線の

長さを1とし、一方の端点からの距離を t とする。さらに基準線 a, b の長さをそれぞれ1とし、曲線上における始点からの距離を u とする。

- t における断面曲線 c の形状を算出する。 c は長さ1とし、曲線上における始点からの距離を u とする。今回は基準線 a, b の形状を t で線形補間することで求めた。具体的には基準線 a, b の u における座標値をそれぞれ $(x_{au}, y_{au}, z_{au}), (x_{bu}, y_{bu}, z_{bu})$ としたとき、求める断面曲線 c の u における座標 (x_{cu}, y_{cu}, z_{cu}) は式2のようになる。

$$(x_{cu}, y_{cu}, z_{cu}) = t(x_{au}, y_{au}, z_{au}) + (1-t)(x_{bu}, y_{bu}, z_{bu}) \quad (2)$$

- その後 x, y, z 軸に対する平行移動のみでガイド線上に断面線の端点を移動する。
- 隣接する断面曲線間に面を創成する。 t の増分を部分曲線長 s とし、 t が1を超えるまで繰り返す。

以上のアルゴリズムを用いて曲面を創成する。

2.5 対数美的空間曲線創成システムの概要

前節までのアルゴリズムを実装し、対数美的曲面を創成するシステムの開発を行った。開発したシステムは、前節のアルゴリズムに加え、以下の機能を実装した。

- サブウィンドウにて、創成した空間曲線の性質（曲率対数分布図と振率対数分布図）の表示。
- 空間曲線を創成するために必要なパラメータ（全曲線長 S_{all} 、最大曲率半径 $\rho_{c, \max}$ 、最小曲率半径 $\rho_{c, \min}$ 、曲率対数分布図の傾き α 、最大振率半径 $\rho_{r, \max}$ 、最小振率半径 $\rho_{r, \min}$ 、振率対数分布図の傾き β ）のリアルタイム変更機能。
- 曲率振率同方向型か異方向型が選択可能。
- VR を使用し、立体視を用いて曲線、曲面の形状の表示。

このシステムにより、性質を制御した空間曲線、曲面が任意に創成できる。また、空間曲線はパラメータだけではイメージしづらいが、曲線のパラメータをリアルタイムで変更しながら曲線を創成できるため、創成中の曲線がどのようなものかを確認できる。また、創成した空間曲線をスプライン曲線データとして出力できるため、既存の3次元CADシステム上でその曲線を扱え、創成した空間曲線を製品モデルに使用できる。それらの曲線を製品モデルのキーラインとして使用すれば、その製品の印象を制御できると考えられる。

3. 自然造形物・工業製品の曲面における曲率線の抽出とその性質分析

空間曲線（面）創成の参考にするため、自然造形物・工業製品の曲面における曲率線（空間曲線）の性質分析を行い、曲面を構成する曲率線がどのような性質とその組み合わせで構成されているかを明らかにする。曲率線の分析には井上らによって提案された「曲率対数分布図」と「振率対数分布図」による空間曲線の性質分析方法を用いた^{3), 4)}。

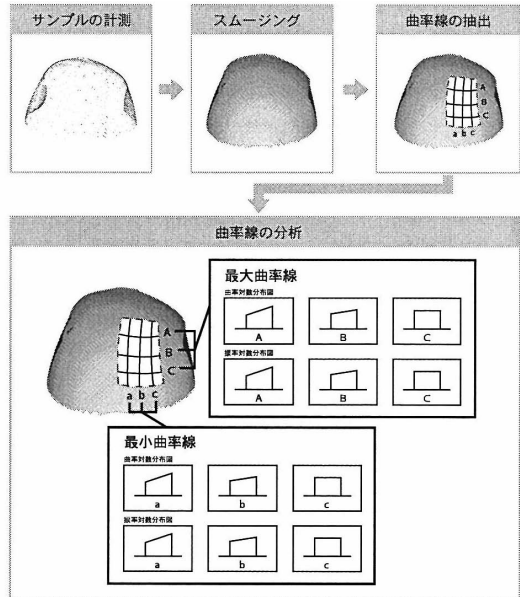


図6 分析方法フロー

3.1 曲面における曲率線について

曲面はその曲面を特徴づける主要な曲線を基にして創成されるため、主要な曲線の性質は曲面に大きく影響する。本研究では曲率線を曲面を特徴付ける主要な曲線とみなし、その曲面を構成する曲率線の分析を行った。なぜなら、曲率線とは、曲面上の各点の主方向（曲率が最大と最小となる接線方向）をつないだ曲面上の曲線のことであり、ハイライト線といった曲面の「流れ」を表わすと考えたからである。本研究では、曲率が最大となる方向の曲率線を最大曲率線、曲率が最小となる方向の曲率線を最小曲率線と呼ぶ。

3.2 曲率線の分析方法

曲率線は曲面上の曲線であるため空間曲線となる場合が多い。そこで、曲率線を既に提案されている空間曲線分析システムを用いて分析する。このシステムは、計測点列などの点列を多項式により近似し、その近似曲線を曲率単調曲線と振率単調曲線に分割し、各単調曲線の曲率対数分布図と振率対数分布図を求めるものである。しかし、このシステムでは、多項式による近似を行うため、複雑な形の曲線は良い近似結果を得られない。そのため、サンプルの曲面を簡単な形に分割して分析を行う。以下に、サンプル曲面の計測と、抽出した曲率線の分析方法を示す（図6）。

1) サンプルの計測

非接触計測装置を用いて計測をおこなう。曲面の反射率が極端に高いものや低いものに関しては計測できないため、ダイノックフィルムを張り、サーフェイサにより塗装することで計測を行う。

2) 曲率線の抽出

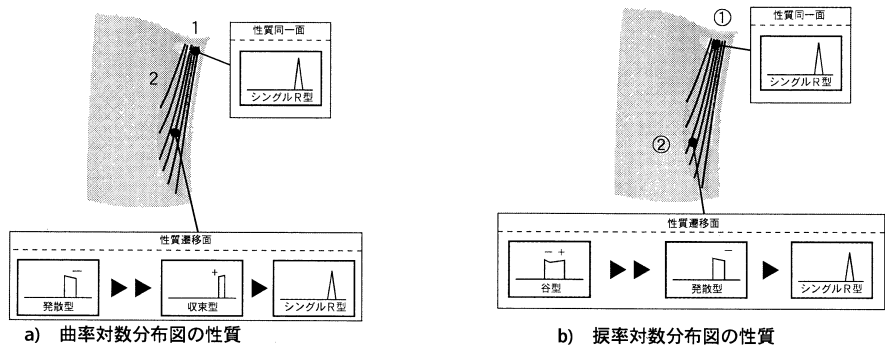


図7 電気ケトル注ぎ口の最小曲率線の分析結果

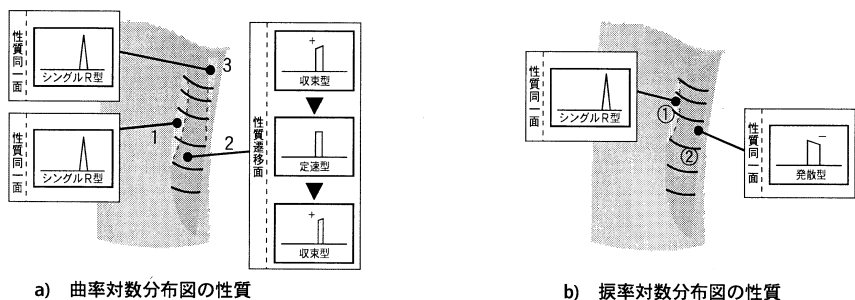


図8 電気ケトル注ぎ口の最大曲率線の分析結果

既存の曲率線抽出システムを用いて、曲面における曲率線を抽出する。まず、計測曲面は計測装置の誤差やサンプルの表面加工などにより、計測曲面はノイズを含んでいるため、メディアンフィルタと最小二乗法による多項式近似により曲面のノイズ軽減処理を行う。次に、ノイズ軽減処理を行ったサンプル曲面から、分析対象となる曲面部分の曲率線群を抽出する。

3) 曲率線の分析

抽出した曲率線を空間曲線分析システムを用いて分析する。まず、抽出した各曲率線を最小二乗法による多項式近似を用いて、近似曲線を求める。次に、その近似曲線を曲率単調曲線と振率単調曲線に分割し、分割された各セグメントごとに曲率対数分布図と振率対数分布図を作成する。ここで、対象となるサンプル曲面は急激な曲率変化や振率変化のない形に分割しているため、抽出した曲率線は単調曲線が多数接続してない曲線となる。そのため、多項式による近似は、いくつかの実験を通して得られた計測器の誤差を考慮して、残差平均が0.15 mm以下で、セグメント数が少なくなる次数を用いた。最後に、得られた曲率対数分布図と振率対数分布図より曲率線の性質を同定する。

3.3 工業製品・自然造形物の曲面における曲率線の性質分析結果

工業製品に使われている曲面のサンプルとして自動車模型 (Viper, Burago) のボンネットから2種、シャンパー容器 (TUBAKI, 資生堂), ドライヤー (EH514, National) の

送風口、電気ケトル (ニューヴィテス エクスプレス 1.7L BF252022, T-fal) の注ぎ口、コンピュータマウス (MX700 Optical Mouse, Logitech), 自然造形物の曲面のサンプルとして貝殻の計7種の曲面の分析を行った。ここでは電気ケトルについて結果を示す。

3.3.1 電気ケトルの注ぎ口の分析結果

電気ケトルの注ぎ口曲面における最小曲率線の曲率対数分布図と振率対数分布図、及び最大曲率線の曲率対数分布図と振率対数分布図から、電気ケトルの注ぎ口の曲面を構成する曲率線の性質は図7, 8のように同定された。

まず、最小曲率線の分析結果を以下に示す (図7)。曲率半径による分析結果より、曲率単調な2つのセグメントから成り立っていた。第1セグメントはシングルR型の性質を示した。第2セグメントは発散型から収束型、さらにシングルR型に性質が遷移するように構成されていた。また、振率半径による分析結果より、振率単調な2つのセグメントから成り立っていた。第①セグメントはシングルR型の性質を示した。第②セグメントは谷型から発散型、さらにシングルR型に性質が遷移するように構成されていた。また、曲率単調によるセグメント分割と振率単調によるセグメント分割位置はほぼ同じであった。

次に、最大曲率線の分析結果を以下に示す (図8)。曲率半径による分析結果より、曲率単調な3つのセグメントから成り立っていた。第1セグメントはシングルR型の性質を示した。第2セグメントは収束型から定速型、さらに

収束型に性質が遷移するように構成されていた。また、振率半径による分析結果より、振率単調な2つのセグメントから成り立っていた。第①セグメントはシングルR型の性質を示した。第②セグメントは発散型の性質を示した。また、曲率単調によるセグメント分割と振率単調によるセグメント分割位置はほぼ同じであった。

3.3.2 分析結果の考察

7種のサンプル曲面の分析結果より、以下のことが考察された。まず曲面はその曲率線の性質の変化具合により、大きく分けて「性質同一面」と「性質遷移面」で構成されると考えられた。「性質同一面」とは、曲面に含まれる曲率線の性質がすべて同一の性質を持っているものである。「性質遷移面」とは、曲率線の性質が一定の方向に向かって遷移している面である。さらに、「性質混在面」があり、これは周囲と異なる性質の曲線で構成される面であることから、面の境目と考えられる。セグメント分割については、セグメント数が減少する場合、その減少によって消えるセグメントは消える直前にシングルR型の性質を示すことが明らかとなった。これによって、消えるセグメントの両側のセグメントが滑らかにつながっていると考えられる。セグメント分割の位置は、曲率単調なセグメント分割の位置と振率単調なセグメント分割の位置は同じ規則性で現れた。また、これらの7種のサンプル曲面の分析結果から、曲面を構成する曲率線群の配置や各曲率線の性質、それらの曲率線の性質遷移が明らかとなり、これらを応用することで性質を制御した美しい曲面を作成できる可能性を示すことができた。

4. 分析結果を考慮した曲面の創成

システム開発前に3DCADシステムを使った手作業により空間美的曲線4本を配置し、2本をレールに残り2本を断面曲線にしてスイープさせ曲面を創成した。用いた空間曲線が曲率線となるように手で配置するためには限界があるため、自動車模型のボンネットの曲率線抽出結果を参考に、自動車模型のボンネットの曲面を再現するように4つの対数美的空間曲線を配置することで曲面を作成した。その結果、創成した曲面は曲率線の向きは保ったままで、美しい曲面となっていることが見て取れた(図9)。

さらに開発したシステムを使って対数美的曲面の創成を行った(図10)。現在創成した曲面の性質を分析している。

5. まとめ

本研究では以下に示す成果が得られた。

- 1) 曲率変化の仕方と振率変化の仕方を制御して、対数美的空間曲線、曲面を創成し立体視することのできるシステムの開発を行った。
- 2) 工業製品・自然造形物の曲面を構成する曲率線の性質分析を行った。その結果、曲面は性質同一面、または

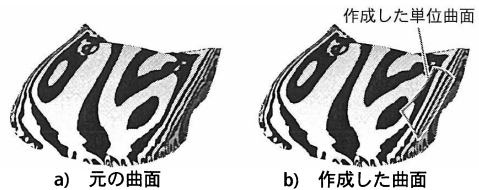


図9 自動車模型ボンネット1のゼブラ解析結果

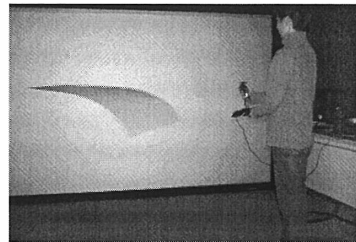


図10 システム操作の様子

性質遷移面に分類でき、曲面の境目には性質混在面が現れた。

- 3) 対数美的空間曲線を曲率線のように構成したサンプル曲面を作成した。

また、今後の課題として以下のようなものが考えられる。

- 1) 対数美的空間曲線創成システムを用いて、様々な性質の空間曲線を創成し比較することで、振率変化の仕方による曲線の印象の違いを明らかにする必要がある。
- 2) 本研究の曲面を構成する曲率線の性質分析は、さらに、「性質混在面」付近の曲率線を細かく抽出し、それらの性質分析を行うことで、どのように曲面が接続されているのが明らかになると考えられる。
- 3) 曲面創成アルゴリズムは他にも考えられる。それらと現在のアルゴリズムを比較検証していく必要がある。

参考文献

- 1) 原田利宣, 森典彦, 杉山和雄: 曲線の性質に関する定量化研究, デザイン学研究, 第40巻第6号, pp.9-16(1994).
- 2) 井上治郎, 原田利宣, 今井敏行: 自然造形物・工芸品における曲面の曲率線抽出とその性質分析, デザイン学研究, 第54巻第3号, pp.39-46(2007).
- 3) 井上治郎, 原田利宣: 多項式による空間曲線の近似手法とそれを用いた性質分析, 情報処理学会グラフィックスとCAD研究会, No.129, pp.49-54(2007).
- 4) 井上治郎, 原田利宣, 今井敏行, 小島志織: 空間曲線の性質分析手法の提案, デザイン学研究, (2008)(採択済み).
- 5) 原田利宣, 森山真光, 杉山和雄: 性質制御による曲線創成手法, デザイン学研究, 第41巻第4号, pp.1-8(1994).