2005－HI－114 (7)
2005／7／22

デジタル万華鏡-フラクタル画像圧縮の芸術的利用-

望月茂徳 †　　蔡東生 †

画像圧縮の分野で知られているフラクタル画像圧縮 (FIC) は画像内の自己相似性に注目し, 幾何学的な解析を自動的に行う．FIC による画像解析の結果として, 画像はそれをなすアフィン変換の集合に置き換えられる．このアフィン変換群を復号する際に, 画像中のピクセルは整数列からなる反復関数系アドレスを持つ．この反復関数系アドレスを別の画像に関連付け, ある画像からある画像へ色彩を転送し, 芸術的な変換効果を得ることができる．この手法によって, ユーザは単に２種類の画像を用意するだけで芸術的な効果を得ることができる．

Digital kaleidoscope, artistic rendering with fractal image encoding

Shigenori Mochizuki†　　DongSheng Cai†

The technology of Fractal Image Compression (FIC) has been applied almost for the image compression, but the important benefit of FIC is the ability of the geometrical analysis of the image. This point can be worthy of the area for the artistic image effects. Color-Stealing algorithm is highly compatible with FIC in the point of using IFS, then the combination of them work as the new artistic image filter. In this method, the user simply prepare two images to have the artistic effect.

1　はじめに

テクスチャシンセシスはサンプリングしたイメージを画像解析し, それを元にした新しいテクスチャを生成する技術である．行う画像解析とそれに結びついたレンダリング方法によって効果は多岐にわたり, 生成される画像は元画像をシームレスにタイリングしたものから芸術的な特殊効果を狙うものまで存在する．

前者としてはシームレスな境界をもつタイリング方法 [1], [2] を初め多くの研究者によって取り組まれ, 近年では, 既存の動画に対するビデオテクスチャシンセシスの研究 [3], [4] が行なわれている．後者としてはモザイク画の自動生成,[4], [5] などの既存画像を用いた新しい芸術的表現ツールの開発が研究されている．基本的にはどのような画像解析を行うかで生成される効果が決まる．

フラクタル画像圧縮 (FIC) は画像圧縮の分野で知られているが, 特筆すべき点は画像圧縮能力ではなく, その画像解析能力である．FIC は画像内の自己相似性に注目し, 幾何学的な解析を自動的に行う．ユーザーは画像の幾何学的構成に着目しやすいため, フラクタル画像符号化はテクスチャシンセシスにも有用であると考えられる

本研究では, はじめに画像を FIC によってフラクタル画像符号化をする．その画像解析結果より各ピクセルを反復関数系 (IFS) アドレス化する．ここで行われるのは拡張 IFS アドレス化である．この拡張 IFS アドレスを用いてカラースティーリングアルゴリズムを用いて画像の着色を行う．この仕組みによって, 変換用画像と着色用画像の 2 種類を単に用いることによる画像変換効果を提供する．

† 筑波大学システム情報工学研究科
Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba

2　反復関数系について

反復関数系 (Iterated Function System:IFS)[6] は, 完備な距離空間 (X, d) と, $n \in \{1, 2, ..., N\}$ においてそれぞれ縮小係数 s_n を持つ縮小写像 $\omega_n : X \rightarrow X$ の有限集合とからなる． この反復関数系を $\{X; \omega_1, \ldots, \omega_N\}$ と表記し, その縮小係数は $s = \max\{s_n : n = 1, 2, ..., N\}$ である．

$\{X; \omega_1, \ldots, \omega_N\}$ を, 縮小係数 s をもつ反復関数系とすると, 全ての $B \in \mathcal{H}(X)$ においての変換 $W : \mathcal{H}(X) \rightarrow \mathcal{H}(X)$ は,

$$W(B) = \bigcup_{n=1}^{N} \omega_n(B) \tag{1}$$

で定義される．これは完備な距離空間 $(\mathcal{H}(X), h(d))$ 上の縮小係数 s の縮小写像である．これは一意の不動点 $A \in \mathcal{H}(X)$ を持ち, 以下の式を満たす．

$$A = W(A) = \bigcup_{n=1}^{N} \omega_n(A) \tag{2}$$

ここで $A \in \mathcal{H}(X)$ を反復関数系のアトラクタと呼ぶ．一般にこのアトラクタは幾何アトラクタとみなす．図 1 に 3 つの縮小写像による例を示す．

ある任意の物体 $L \in \mathcal{H}(X)$ が与えられたとすると, ある $\varepsilon > 0, 0 \leq s < 1$ において, ハウスドルフ距離 $h(L, A)$

$$h(L, A) \leq \varepsilon/(1 - s) \tag{3}$$

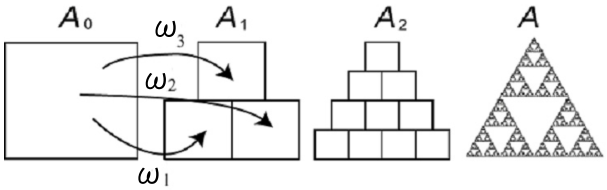

図１　３つの縮小写像によるシェルピンスキー三角形

を満たすようなアトラクタ A を構成する縮小写像の組 $\{\omega_n\}$ を近似的に求めることができることが，このコラージュの定理 [6] によって保証されている．このコラージュの定理がフラクタル符号化の理論的基礎である．

3　IFS アドレス定理

記号空間 Σ の点 $\sigma \in \Sigma$ は一般的に次のように記述される．

$$\sigma = \sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4\ldots \tag{4}$$

ここで $\sigma_i \in \{1,2,\ldots,N\}$ である．ここで IFS の縮小写像 ω_i にシンボル σ_i を割り当てれば，IFS のアトラクタ A に対し次式が成り立つ．

$$A = \bigcup \omega_{\sigma_1}(\omega_{\sigma_2}(\ldots(\omega_{\sigma_M}(A)))) \tag{5}$$

このとき，

$$\lim_{M\to\infty} \omega_{\sigma_1}(\omega_{\sigma_2}(\ldots(\omega_{\sigma_M}(A)))) = a \in A \tag{6}$$

となるようなアドレス $\sigma = \sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4\ldots$ が点 $a \in A$ の IFS アドレスである．この IFS アドレスは，幾何アトラクタに対して一意に割り当てられるアドレスであり，ピクセル単位を下限として考えるアトラクタは座標情報と IFS アドレスを近似的に持つことができる．重なり合いを持たない縮小写像からなる IFS のアトラクタは各点がユニークな IFS アドレスを持つことができる．

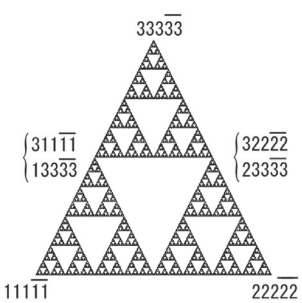

図２　シェルピンスキー三角形における IFS アドレス

4　カラースティーリングアルゴリズム

カラースティーリングアルゴリズム [7] は異なる二つのアトラクタの各点をリンクで結び画像から画像へカラー値を転送するアルゴリズムである．

このアルゴリズムでは，画像の描画用反復関数系として，$\{\ \Box; \omega_1,\ldots,\omega_N; p_1,\ldots,p_N\}$ を用意する．これを記号空間 $\Omega = \{1,2,\ldots,N\}^\infty$ とそのシンボル $\omega \in \{1,2,\ldots,N\}$ を用いてランダム反復を行うと，描画対象となるようなフラクタル画像とその各ピクセルに対する IFS アドレスを得る．

これに対し，ある既存の画像上に反復関数系 $\{\ \Box; g_1,\ldots,g_N; p_1,p_1,\ldots,p_N\}$ を定義し，同様にして得た点列 $\{b_n\}$ の IFS アドレスとフラクタル画像の点列 $\{a_n\}$ の IFS アドレスを一致させる．これに従って，既存画像上において b_n の座標にあたるピクセルのカラー値をスクリーン上の a_n の座標に描画する．この概略を図 3 に示し，例を図 4 に示す．

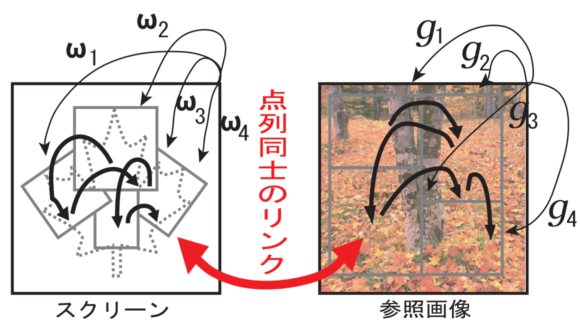

図３　カラースティーリングアルゴリズムの概念図

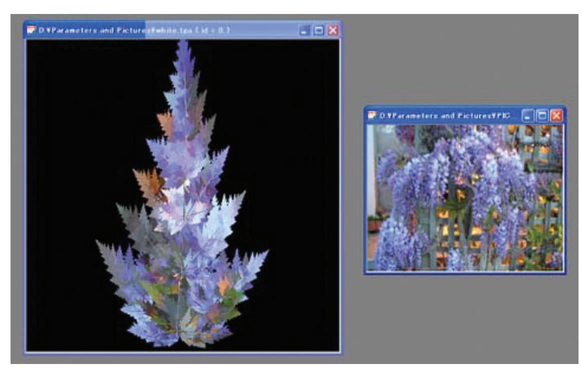

図４　カラースティーリングアルゴリズムを用いたレンダリング例

図 4 は，４つの写像からなるアトラクタに対し，任意の写真画像からカラー値を取得し，カラースティーリングアルゴリズムをもちいてレンダリングした例で

である

5 フラクタル符号化

フラクタル画像圧縮は, フラクタル画像符号化とも呼ばれ, 縮小写像となるようなアフィン変換の集合からなる反復関数系を用いた画像符号化であり, 原画像に近似的な画像を構成するような反復関数系をコラージュの定理に従いながら探索することによって行われる.

フラクタル画像符号化は局所反復関数系 (LIFS) と局所コラージュ定理を用いることによって符号化を実現した Barnsley[8] をはじめ, 数多く研究されているが, それらの多くは圧縮精度に関するものである. 本研究においては, フラクタル画像符号化の芸術的利用という目的を持つため, 特に圧縮精度を問わない. ここでは, 本目的に対する拡張の容易さと実行速度の観点から, Fisher[9] の符号化手法を軸とし, 写像パラメータから IFS アドレスを拡張する.

Fisher の符号化手法では, グレースケール画像 3 次元空間内の曲面としてとらえ, この空間上で働くフラクタル変換を考える. このフラクタル変換は xy 平面の LIFS と z 方向の縮小変換の合成変換として考えられ, 式

$$\omega_i \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \cdot a_j & s \cdot b_j & 0 \\ s \cdot c_j & s \cdot d_j & 0 \\ 0 & 0 & s_i^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \\ o_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

で表される.

画像は任意の深度をもって正方形ブロック R_i（レンジブロック）によって四分木分割され, それぞれのレンジブロック R_i に対して最も類似するブロックを探索する. このブロックをドメインブロック D_i と呼ぶ. ドメインブロックはレンジブロックと異なり, 重なりを許す. 実装上の制限から, 式 7 中の xy 平面状のアフィン変換は表 1 に表される 8 種類の対称変換のみが用いられ, 縮小係数は 0.5 が用いられる. またグレー値 z に関しては縮小係数 $|s_i^*| < 1$ とシフト値 oi からなる縮小変換が探索される.

画像のフラクタル符号化の実行結果として得られる写像パラメータはレンジブロック座標とそのサイズ, 関連するドメインブロック座標と対称変換の種類および, グレー値に関する縮小係数とシフト値である.

フラクタル復号化の基本アルゴリズムは次に示される. 1）符号化によって得られた写像パラメータを読み込み, 2）任意の初期画像 X を準備する 3）画像 X を符号化時と同様のレンジブロック R_i に分割し, 各レンジブロックに対して対応するドメインブロックに縮小変換を施し, 新たな画像 X' を得る. 4）アトラクタが得られるまで 3）を繰り返す.

j	対称変換	j	対称変換
0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
1	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	5	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	7	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

表 1　フラクタル符号化に用いられる対称変換

6 デジタル万華鏡

デジタル万華鏡とは, フラクタル符号化とカラースティーリングアルゴリズムを組み合わせることによって, 任意の画像に対して芸術的な変換効果を与える仕組みを指す. 既存のカラースティーリングアルゴリズムでは描画結果として得られる画像がフラクタル画像に限定されることに対し, 本研究では任意の画像にフラクタル符号化を行い, その反復関数系の写像パラメータを取得することによって, カラースティーリングアルゴリズムを一般画像に対して適応可能にする.

しかしながら, 本研究でもちいるフラクタル符号化アルゴリズムは Fisher の局所反復関数系を用いる手法を採用しているため, カラースティーリングアルゴリズムを適応するため拡張を行う必要がある.

反復関数系においては幾何アトラクタと IFS アドレスが各ピクセルに対して一意に決まることに対し, 局所反復関数系ではドメインブロックの外側に変換される縮小変換を許しているために各ピクセルに対する幾何アトラクタと IFS アドレスを一意に決めることができない. そこで, 局所反復関数系によって得られる写像パラメータから拡張 IFS アドレスを決定することによって, カラースティーリングアルゴリズムへの橋渡しを実現する.

7 拡張 IFS アドレス

拡張 IFS アドレスは, フラクタル符号化によって得られた写像パラメータを復号化する際に得られる IFS アドレスである.

反復関数系では, アドレスに用いられるシンボルは構成する縮小写像の種類から与えられる.

そこで本研究では, 式 7 に従い, 得られる縮小写像の

種類をアドレスのシンボルとして用いることにした. 8 種類の対称変換に対し, s_i^* 値と o_i 値は定数項を取る. 記号空間に偏りがでないよう, s_i^* 値と o_i 値は数種類に分類し, それぞれの個数を $C(s_i^*), C(o_i)$ と表記する. この時, アドレスのシンボルは $\{8 \times C(s_i^*) \times C(o_i)\}$ となる. フラクタル復号化に手順に従って, 各ドメインブロックから各レンジブロックに写像変換される時に, 対応するシンボルを連結させることによって各ピクセルに IFS アドレスを持たせることができる. (図 5 上図)

しかしながら, 元来フラクタル復号化は各ドメインごとに対して対称変換とグレー値変換は独立である. そこで, シンボルを $\{C(s_i^*) \times C(o_i)\}$ に限定し, その代わりにドメインにおけるアドレス分布を対称変換によって変換し, その後レンジブロックへ縮小する際にシンボル連結することによって IFS アドレスを得ることにした. (図 5 下図)

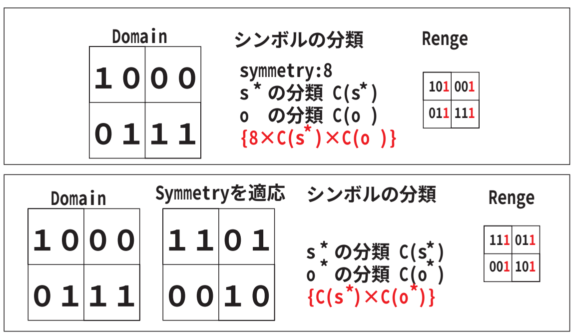

図 5　拡張 IFS アドレスの算出方法

この拡張 IFS アドレスを用いたカラースティーリングアルゴリズムを適応するためには, 拡張 IFS アドレスのシンボルの数と同じ数の写像を持つ 4 節の参照画像上の IFS$\{\ \square; g_1, \ldots, g_N; p_1, p_1, \ldots, p_N\}$ を用意して, アドレスを連結し, カラー値を転送する.

8　結果

上記の手法を用いた変換結果を図 6, 7 に示す. それぞれ左図が元画像, 右図が変換後画像である.

フラクタル符号化手法によって元画像をレンジブロックに分割しそこから得た反復関数系からグレーシフト値を分類しているため, 結果として現れる変換後画像には大きなブロックノイズが見られる.

また, 動画像に対して変換を与えた結果を図 8 に示す. ここでは単に画像の全領域に変換を与え, 動きのない部分に元画像からの上書きを行っている.

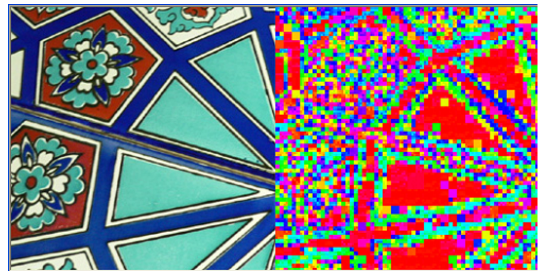

図 6　左図：元画像, 右図：変換後画像

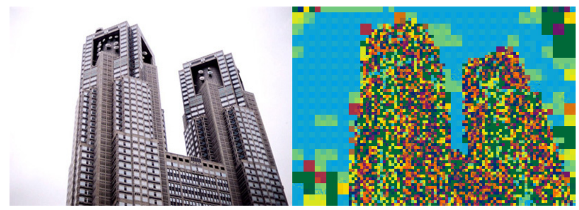

図 7　左図：元画像, 右図：変換後画像

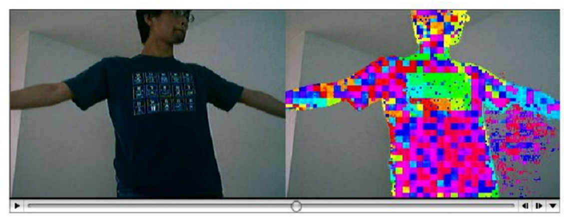

図 8　動画像に対する変換　左図: 元画像, 右図：変換後画像

9　まとめ

本研究では, フラクタル画像符号化を画像圧縮の側面ではなく芸術的変換を目的とした画像解析の側面で捉えた. カラースティーリングアルゴリズムはフラクタル画像を着色するために効果的なアルゴリズムであるが, 一般画像には適応不可能であったため, フラクタル符号化手法と組み合わせ, 拡張 IFS アドレスを用いることによって適応可能にした. 万華鏡の鏡像変換と万華鏡の具をフラクタル変換とカラースティーリングアルゴリズムになぞらえることによって, 本手法を手地たる万華鏡と名づけた.

本手法では, フラクタル符号化として Fisher の符号化手法を採用したが局所反復関数系では元画像をレンジブロックに分割するため, 変換結果に大きなブロックノイズが生じる. 今後の課題として, 拡張 IFS アドレスの生成方法に改良を加える必要がある. 別の解決方法として, レンジブロックに分割しない反復関数系

の画像符号化 [10] を採用することが考えられるが, この場合, 写像探索速度などが大きな課題であると推測される.

本手法では, 画像を変換したい場合に, 変換したい対象画像と, カラーパレットとして用いる参照画像の 2 種を単に用意することによって変換を行うため, ユーザーは直感的で簡単な操作を行うことができる.

10　謝辞

本研究は独立行政法人情報処理推進機構 (IPA) による 2004 年度第 2 回未踏ソフトウエア創造事業の支援を受けている.

参考文献

[1] Michael F. Cohen, Jonathan Shade, Stefan Hiller, and Oliver Deussen. Wang tiles for image and texture generation. *ACM Trans. Graph.*, Vol. 22, No. 3, pp. 287–294, 2003.

[2] Alexei A. Efros and William T. Freeman. Image quilting for texture synthesis and transfer. In *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 341–346. ACM Press, 2001.

[3] Vivek Kwatra, Arno Schodl, Irfan Essa, Greg Turk, and Aaron Bobick. Graphcut textures: image and video synthesis using graph cuts. *ACM Trans. Graph.*, Vol. 22, No. 3, pp. 277–286, 2003.

[4] Allison W. Klein, Tyler Grant, Adam Finkelstein, and Michael F. Cohen. Video mosaics. In *Proceedings of the second international symposium on Non-photorealistic animation and rendering*, pp. 21–ff. ACM Press, 2002.

[5] Junhwan Kim and Fabio Pellacini. Jigsaw image mosaics. In *Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 657–664. ACM Press, 2002.

[6] M. F. Barnsley. *Fractals Everywhere*. Morgan Kaufmann Pub, 1993.

[7] Michael Barnsley. Ergodic theory, fractal tops and colour stealing. *preprint*, 2004.

[8] Michael Barnsley. Fractal image compression. *AK Peters*, 1993.

[9] Y. Fisher, E. Jacobs, and R.D. Boss. Fractal image compression using iterated transforms. *Naval Ocean Systems Center, San Diego*, 1993.

[10] 我孫子俊瑞. 多項式処理を用いたフラクタル画像の反復関数システム符号化アルゴリズムに関する研究. 東北大学博士論文, 2001.