

ループネットにおける伝送方式の評価

白鳥則郎 野口正一
(東北大学電気通信研究所)

1. まえがき

計算機網の基本的な形態の一つにループ形網⁽¹⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾がある。ループ形網は構成法が簡単で、又、システムの拡張に柔軟性があり経済的にも利点を有している。一方、その短所の一つにループの占有問題⁽²⁾がある。本稿では分散制御形のループ形網において、はじめに、各ステーションで空のスロットを常に使用可能とした場合システムのパフォーマンスがトラヒックパターンに大きく依存することも示す。特に、特定のステーション間でトラヒックが大きいとループの占有が生じる。次に、使用可能なスロットをステーション毎に固定すると、ループの占有も完全に防止できるがパフォーマンスはかなり低下することも定量的に示す。ここで、パフォーマンスの低下を防ぐ方策として実験システムで用いられた伝送路へのシフトレジスタの挿入⁽³⁾⁽⁴⁾を積極的に採用した伝送方式を提案する。この方式を導入することによりループの占有を防止しながらスロットの固定割当て方式よりパフォーマンスも向上させることができることも示す。又、スロットの固定割当て方式の改良策として考案されたシフトレジスタの挿入方式と半固定方式⁽⁸⁾の得失について検討する。

2. モデルと諸定義

ループネットとステーションのモデルを図1、図2に示す。ステーションはパケットの送受信処理およびシフトレジスタの挿入と除去の操作も行なう。

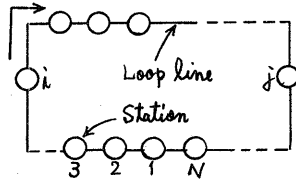


図1 ループネット

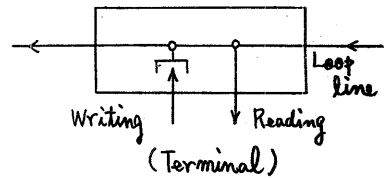


図2 ステーション

次に、解析の諸条件を列記する。
(a) システムは分散制御形とし、ループ上のステーション数を $N \geq 3$ とおく。又、ステーションのバッファサイズを無限大とする。(b) パケットは一定長 (M) のスロット長に等しく、ターミナルからステーション i へパラメータ s_i でポーソン到着する。(c) パケットは伝送速度 $C_p (= 1/M, \text{slots/sec})$ で伝送され、そのあて先分配率を d_{ij} ($1 \leq i, j \leq N$) で与える。ここで、 d_{ij} はターミナルからステーション i へ到着したパケットのあて先がステーション j である割合を示す。但し、 $i = j$ のとき $d_{ij} = 0$ とする。

【定義1】 単位時間当りステーションを通過する平均パケット数をトラヒック密度と示し、 λ で示す。又、ループ上で連続した S 個のスロットのセットをフレームと称する。【定義2】 システムから単位時間当りに流出する平均パケット数を情報伝送率と示し、 Λ で示す。

3. 伝送方式及びパケットの宛先分配率

固定長スロットを用いた伝送方式として、以下の方式が想定できる。

3.1 ランダム (R-A) 方式: 各ステーションで空のスロットも常に使

用可能とする場合も R-A 方式と定義する。

3.2 固定 (F-A) 方式: フレーム長を $S=N$ に固定し, ステーション n はフレーム中のスロット n ($1 \leq n \leq N$) のみ使用可能とする場合も F-A 方式と定義する。

3.3 半固定 (S-F) 方式⁽⁸⁾: F-A 方式において, 各ステーションが他のステーションへ割当てられたスロットを次の条件 A の下で使用できる場合も S-F 方式と定義する。条件 A ; ステーション n からの送出バケットがステーション j ($j \neq n$) に割当てられたスロット j を用いて伝送できるのは, スロット j がステーション n へ到着したときに空であり, かつスロット j が次にステーション j へ到着したときに必ず空となるようなあて先を有するバケットに限る。尚, S-F 方式は文献 (8) で集中制御形のループネットに対して導入された方式を分散制御形のシステムに適用したものである。

3.4 シフトレジスタの挿入方式:

ステーションからパケットを送出するとき伝送路中にシフトレジスタを挿入し伝送する方式をシフトレジスタの挿入方式と定義する。図 3 において, 送信バケットを TSR にセットし適当なタイミングで SW を 3 に切り換える (SW は通常 1 にセット)。TSR の内容を送出すると同時にステーションへの入力パケットは RSR に蓄積される。TSR の内容を送出終了と同時に SW を 2 に切り換える。シフトレジスタの除去は送信バケットがループを巡回し RSR に入ったとき SW を 1 に切り換えることにより行われる。

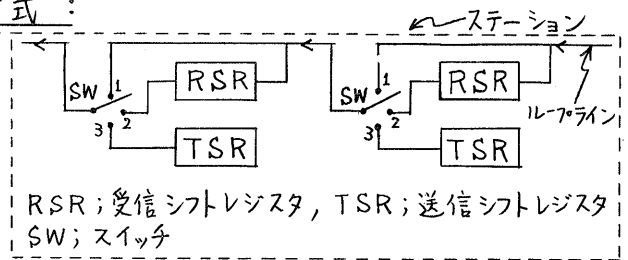


図 3 ステーションにおけるレジスタの挿入

3.5 3.1 ~ 3.3 を基本としたシフトレジスタの挿入方式: 3.1 ~ 3.3 を基本とした伝送方式をステーションにおけるトラヒックにアンバランスがあるとき, トラヒックの異なるステーションでシフトレジスタの挿入によりアンバランスを吸収する伝送方式。

3.5' 固定方式を基本としたシフトレジスタの挿入 (R-I) 方式: 固定方式を基本とし, システムパフォーマンスのネックを与える (バケット到着率が異なる) ステーションでシフトレジスタを挿入する場合を R-I 方式と定義する。本稿では 3.5 の伝送方式の中で, シフトレジスタの挿入方式の特質も明確化し, 且つ固定方式のパフォーマンスを向上させるという立場から, 特に R-I 方式について検討する。

3.6 パケットの宛先分配率

R-A 方式と S-F 方式のトラヒックパターンに対する特性を明確化するため特に, 宛先分配率として $d(a)$ を導入する。但し, $d(a)$ は各ステーションにおいて, そのステーションから伝送方向へ向って a 番目のステーションへの宛先分配率を示す ($1 \leq a \leq N-1$)。

$d(a) = \begin{cases} 1 & ; a=1 \\ 0 & ; a \neq 1 \end{cases}$ と $d(a) = \begin{cases} 1 & ; a=N-1 \\ 0 & ; a \neq N-1 \end{cases}$ の場合をそれぞれ固定タイプ-1, 固定タイプ-2 とする。また, $d(a) = (N-a) d(N-1)$, $d(a) = a d(1)$

の場合をそれぞれ線形タイプ-1, 線形タイプ-2とする。さらに,
 $d(a) = 1 / (N-1)$ の場合を一様タイプとする。

4. 結果

4.1 R-A方式

本節では $\xi_i = \xi$ とする ($1 \leq i \leq N$)。

(注1)
 [Property-1]

タイプ	R-A方式					F-A方式
	固定タイプ-1	固定タイプ-2	線形タイプ-1	線形タイプ-2	一様タイプ	
Λ^m	$N C_p$	$\frac{N C_p}{N-1}$	$\frac{3N C_p}{N+1}$	$\frac{3N C_p}{2N-1}$	$2 C_p$	C_p
$\Lambda^m (N \rightarrow \infty)$	∞	C_p	$3 C_p$	$3 C_p / 2$	$2 C_p$	C_p

表.1 R-A方式とF-A方式の情報伝送率

情報伝送率の最大値
 Λ^m はトラヒックパターンに応じて表1で与えられる。表1よりR-A方式の情報伝送率の最大値はトラヒックパターンに依存して変化する。特に、特定のステーション間でのトラヒックが大きいとき、ループの占有が生起する。

4.2 F-A方式

[Property-2] ステーション i のバッファ内におけるパケットの平均待ち行列長 q_{li} と平均待ち時間 q_{ti} はそれぞれ次式で与えられる。

$$q_{li} = \frac{\xi_i \theta_0}{1 - \xi_i N M (1 - p_0)}, \quad q_{ti} = \frac{\theta_0}{1 - \xi_i N M (1 - p_0)}$$

但し,

$$\theta_0 = \{ N M - (1 - e^{-\xi_i N M}) / \xi_i \} / (1 - e^{-\xi_i N M})$$

$$p_0 = \{ 1 - K'(1) \} / \{ 1 - K'(1) + L'(1) \}, \quad K'(1) = \xi_i N M,$$

$$L'(1) = (1 - \xi_i M) e^{-\xi_i (N M - M)} + \xi_i N M - 1 + \frac{\{ \xi_i N M + (\xi_i M - 1)(1 - e^{-\xi_i N M}) \} \times e^{-\xi_i (N M - M)}}{1 - e^{-\xi_i N M}}$$

又、定常状態が存在するための必要十分条件は、 $\xi_i \leq 1 / N M$ である。定常条件と情報伝送率の定義より、4.1節と同一条件の下で、F-A方式の情報伝送率の最大値は $1/M = C_p$ (表1)となる。

4.3 R-I方式

本節ではパケット到着率を $\xi_i = \begin{cases} \xi_j & ; i=j \\ \xi_0 & ; i \neq j \end{cases}$ ($1 \leq i, j \leq N$) とする。

更に、 $\xi_1 = l \xi_0$ ($l > 1$) とする。ここで、 l はシステムにおけるパケット到着率(負荷)の不均一度を示す。従って、情報伝送率は次式となる。

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N \xi_i = (N + l - 1) \xi_0 \quad (1)$$

(注1) 頁数の制限から特に指定がない限り、以下の結果についての証明を省略する。尚、証明の手順など一部は付録に補足されている。

又、R-I方式において、トラヒックが大なるステーションでR個のシフトレジスタが挿入されたときの情報伝送率の最大値も $\Lambda^m(R)$ で示す。定義より、R=0のとき、 $\Lambda^m(R)$ はF-A方式の情報伝送率の最大値に一致する。尚、シフトレジスタはフレーム中の任意箇所への挿入が許される。

[Property-3] 情報伝送率の最大値、 $\Lambda^m(R_{opt})$ 、及び $\Lambda^m(R_{opt})$ を与える最適なシフトレジスタの挿入数、 R_{opt} 、はそれぞれ次式で与えられる。

$$\Lambda^m(R_{opt}) = C_p, \quad \Lambda^m(R_{opt}) / \Lambda^m(0) = Nl / (N+l-1) > 1, \quad R_{opt} = l-1$$

(証明) パケット到着率の大なるステーションjで使用可能なスロット(シフトレジスタ)をフレーム中の任意箇所へR個挿入したときのフレーム長も T_R で示す。 $T_R = (N+R)M$ (2)

システムの定常条件(定常状態が存在するための必要十分条件)より次式が成立する。

$$\text{ステーション } j; \quad \lambda_j T_R \leq 1 + R$$

(3)

$$\text{ステーション } i; \quad \lambda_i T_R \leq 1$$

ステーションjで使用可能なスロット(シフトレジスタ)もR個だけ挿入したとき、ステーションjあるいはステーションiがシステムのネックとなる場合の情報伝送率の最大値をそれぞれ $\Lambda_i^m(R)$ 、 $\Lambda_0^m(R)$ とおく。従って、このとき、システムの情報伝送率の最大値、 $\Lambda^m(R)$ は次式となる。

$$\Lambda^m(R) = \text{Min} \{ \Lambda_i^m(R), \Lambda_0^m(R) \} \quad (4)$$

以上より、R-I方式の情報伝送率の最大値、 $\Lambda^m(R_{opt})$ は次式で与えられる。

$$\Lambda^m(R_{opt}) = \text{Max}_R \Lambda^m(R) \quad (5)$$

式(3)も式(1)へ代入すると次式を得る。

$$\Lambda_i^m(R) = (N+l-1)(1+R) / lM(N+R) \quad (6)$$

$$\Lambda_0^m(R) = (N+l-1) / M(N+R) \quad (7)$$

式(6)と式(7)より、 $\Lambda_i^m(R)$ と $\Lambda_0^m(R)$ はRについて、それぞれ単調増加、単調減少する。又、次式が成立する。

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \Lambda_i^m(R) = (N+l-1) / lM, \quad \lim_{R \rightarrow \infty} \Lambda_0^m(R) = 0, \quad \Lambda_i^m(0) < \Lambda_0^m(0) \quad (8)$$

従って、次式を満足する有限な R_{opt} が存在する。

$$\Lambda_i^m(R_{opt}) = \Lambda_0^m(R_{opt}) \quad (9)$$

式(6)と式(7)を式(9)へ代入すると次式が得られる。

$$R_{opt} = l-1 \quad (10)$$

次に、上記の R_{opt} がR-I方式における情報伝送率の最大値を与えるR(つまり最適なシフトレジスタの挿入数)であることを示す。前述のような $\Lambda_i^m(R)$ と $\Lambda_0^m(R)$ の単調増加、単調減少性及び式(8)の関係より、

$$\left. \begin{array}{l} R \leq R_{opt} \text{ に対し, } \Lambda^m(R) = \Lambda_i^m(R) \leq \Lambda_i^m(R_{opt}) \\ R \geq R_{opt} \text{ に対し, } \Lambda^m(R) = \Lambda_0^m(R) \leq \Lambda_0^m(R_{opt}) \end{array} \right\} \text{となる。}$$

以上より、すべての R に対して、 $\Lambda^m(R) \leq \Lambda^m(R_{opt})$ となり R_{opt} は情報伝送率の最大値を与える最適なシフトレジスタの挿入数である。従って、式(5)は次式となる。

$$\Lambda^m(R_{opt}) = \Lambda_1^m(R_{opt}) \quad (11)$$

式(6)と式(10)を式(11)へ代入すると $R-I$ 方式における情報伝送率の最大値を得る。又、 $F-A$ 方式における情報伝送率の最大値、 $\Lambda^m(0)$ は $R-I$ 方式において $R=0$ の場合に相当し、同様にして、次式となる。

$$\Lambda^m(0) = (N+l-1)/lNM \quad (12)$$

又、式(11)へ式(6)と式(10)を代入すると $\Lambda^m(R_{opt}) = C_p$ が得られ、式(12)を用いると、 $\Lambda^m(R_{opt})/\Lambda^m(0) = Nl/(N+l-1) > 1$ の関係式が $l > 1$ に対して得られる。

(証明終)

[備考] Property-3 で与えられた R_{opt} は一般に正の実数である。一方、実現可能な R は非負の整数である。従って、 $R-I$ 方式における実現可能な情報伝送率の最大値、 $\Lambda^m(R_{opt})$ は

$$\Lambda^m(R_{opt}) = \text{Max} \{ \Lambda^m(R_{opt}^{\prime}), \Lambda^m(R_{opt}^{\prime\prime}) \}$$

となることに注意されたい。ここで、 R_{opt}^{\prime} と $R_{opt}^{\prime\prime}$ はそれぞれ R_{opt} を越えない最大整数、 R_{opt} を越える最小整数を示す。

4.4 S-F方式

4.4.1 条件-1 : 各ステーションにおける負荷(パケット到着率)がフルロードと仮定する場合を条件-1とする。

[Property-4] 条件-1の下でS-F方式の情報伝送率の最大値は次式で与えられる。

$$\Lambda^m = C_p + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq i}}^N \left\{ \lambda_i(v) \sum_{k=i+1}^v d_{ik} \right\} / NM \quad (13)$$

但し、 $\lambda_i(v) = d_{vi} + \sum_{t=v+1}^{i-1} d_{vt} \cdot \rho_t^i$, ここで、 ρ_t^i はステーション v に

割当てられたスロットがステーション t で空となったとき、ステーション i で再度空となる割合を示す。ステーションが伝送方向へ向って(ステーション v) \rightarrow

(ステーション t) \rightarrow (ステーション i) の順序に配列されているとき ρ_t^i は次式で与えられ、それ以外は零である。

$$\rho_t^i = \begin{cases} \rho_t^i \text{ (次頁参照)} & ; v+1 \leq t \leq i-2 \\ d_{i-1,i} + \sum_{k=v+1}^{i-2} d_{i-2,k} & ; t = i-1 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

式(14)で $a \leq b \leq c$ はステーション a, b, c は伝送方向へ向って a, b, c の順に配列されている場合を表わし, b はステーション番号 a から c までの番号をとり得ることを示す。

$$vQ_t^i = d_{t,i} + (d_{t,t+1} + \sum_{k=0+1}^{t-1} d_{t,k}) vQ_{t+1}^i + \sum_{j=2}^{i-t-1} d_{t,t+j} vQ_{t+j}^i$$

尚, Property-4において, vQ_r^c と $d_{a,b}$ で $1 \leq a, b, c, i \leq N$ に対し

$$a \pm i = \begin{cases} a+i-N, & \text{if } a+i > N \\ a-i+N, & \text{if } a-i \leq 0 \end{cases}$$
 とする。

4.4.2 条件-2 : ステーション i では常に待ち行列長が存在し他のステーション j ($j \neq i$) では1フレーム中に発生するパケットは高々1個とし, その生起率を α とする場合を条件-2 とする。

[Property-5] 条件-2の下で宛先分配率が線形タイプ-1, 一様タイプ, 線形タイプ-2に対する情報伝送率の上限 $\Lambda_1^{up}, \Lambda_2^{up}, \Lambda_3^{up}$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\Lambda_3^{up} = C_p \{ \alpha(N-1)/N + (N+4)/3N \}, \Lambda_2^{up} = C_p \{ \alpha(N-1)/N + 1/N + 1/2 \}$$

$$\Lambda_1^{up} = C_p \{ \alpha(N-1)/N + 2(N+1)/3N \}$$

5. 数値例と検討

N \ 方式	F-A 方式	S-F 方式	R-A 方式
3	1	1.875	2
5	1	1.904	2
7	1	1.974	2

$$C_p = 1, \quad d_{ij} = 1/(N-1)$$

表2 情報伝送率(条件-1)

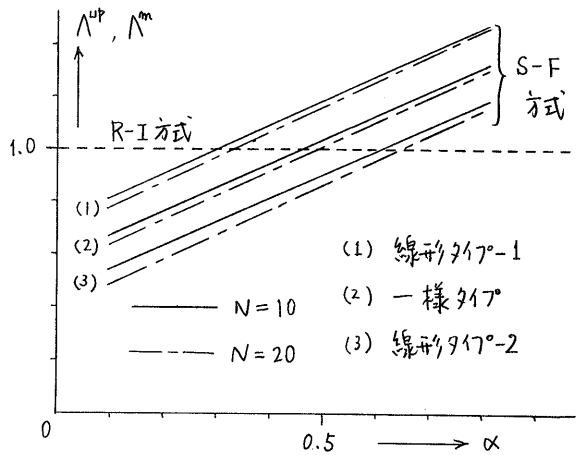


図4 R-IとS-F方式の情報伝送率

Property-1より, R-A方式のパフォーマンスはトラヒックパターンに依存して変化する。特に特定のステーション間でトラヒックが大きいとループの占有状態が生起する。一方, F-A方式はループの占有を完全に防止するがパフォーマンスがかなり低下する。例えば, 一様タイプのパケット宛先分配率に対しF-A方式の情報伝送率はR-A方式の1/2に減少する。F-A方式のパフォーマンスは負荷(パケット到着率)がアンバランスの場合, 更に低下する。R-I方式はこの足点を補うものである。Property-3より, 負荷のアンバランスの度合が

l ($l > 1$) のとき, R-I 方式は F-A 方式の $Nl / (N + l - 1) > 1$ 倍の情報伝送率を有する。表 2 は Property-4 の具体例を示す。条件-1 の下で, つまり負荷がバランスしている場合, 一様タイプの宛先分配率に対し, S-F 方式の情報伝送率は F-A 方式よりも大で R-A 方式に近い値を有する。Property-5 は負荷のアンバランスの度合が大なる場合, S-F 方式の近似解としてパフォーマンスの上限を与えている。図 4 は R-I 方式と S-F 方式の比較を示す。同図より, 負荷のアンバランスの度合が大なる程 R-I 方式, 小なる程 S-F 方式が有利であることが分かる。

6. むすび

本稿では分散形のループネットにおける各種伝送方式の評価及びその比較を行った。種々の長所を有するループネットの短所の一つにループの占有問題がある。これは負荷のアンバランスの度合が大なるときに生起する。ループの占有を防止するには使用可能なスロットをステーション毎に固定する F-A 方式を採用すればよい。一方, F-A 方式のパフォーマンスは低く, 特に負荷のアンバランスの度合が大なるとき, かなり低下する。そこで, 本稿ではこれらの欠点を改善する方策としてシフトレジスタを伝送路中に積極的に挿入する伝送方式を提案しその有効性を定量的に示した。又, R-I 方式と F-A 方式を改善する他の方策の一つである S-F 方式を比較・評価することにより, その有効範囲と限界を明確化した。今後の問題として, R-A 方式, S-F 方式を基本としたシフトレジスタの挿入方式, 及び常時ループを短絡状態とし送信時のみシフトレジスタを挿入する伝送方式の検討が残されている。

おわりに, 熱心に討論して頂いた東北大学野口研究室の諸氏に深謝する。

文 献

- (1) L. P. West : " Loop-transmission control structures ", IEEE Trans., COM-20, 1, p. 531 (1972).
- (2) W. J. Kropel : " An experimental data block switching system ", Bell Syst. Tech. J., 51, 6, p. 1147 (1972).
- (3) E. R. Hafner, Z. Nenadal, and M. Tschanz : " A digital loop communication system ", IEEE trans., COM-22, 6, p. 877 (1974).
- (4) M. V. Wilkes : " Communication using a digital ring ", Proc. of pacific area computer communication network system symposium, p. 47, Sendai (1975).
- (5) W. W. Chu and A. G. Konheim : " On the analysis and modeling of a class of computer communication systems ", IEEE Trans., COM-20, 3, p. 645 (1972).
- (6) J. D. Spragins : " Loop transmission systems — Mean value analysis ", IEEE Trans., COM-20, p. 592 (1972).
- (7) 白鳥, 野口, 大泉 : " ループコンピュータネットワークにおけるバツプリングについて, 信学論(D), 59-D, 6, p. 398 (昭51-06).
- (8) 林田, 他 : " 集中制御型環状交換網におけるアクセス方式 ", 信学会交換研資, SE 75-10 (1975).
- (9) 白鳥, 野口, 大泉 : " 計算機ネットワークにおける伝送特性(1) ", 信学会

計算機研資, EC75-10 (1975).

- (10) 白鳥, 野口: "ループネットにおけるレジスタの挿入", 昭53年度信学会総全大, vol. 6, 1322 (昭53-03).
- (11) 白鳥, 野口: "ループネットにおけるレジスタの挿入と伝送方式", 昭53年度電気関係東北支部大会, 2C-7 (昭53-09).

付 録

< Property-1 の略証 > Property-1 を証明するために以下の Lemmas を準備する。

[Lemma-1] 宛先分配率が固定タイプ-1 (δ_1), 固定タイプ-2 (δ_2), 線形タイプ-1 (δ_4), 線形タイプ-2 (δ_3), 一様タイプ (δ_5) に応じて伝送路のトラヒック密度はそれぞれ次式となる。

$$\delta_1 = 0, \quad \delta_2 = \frac{1}{3}(N-2), \quad \delta_3 = \frac{1}{3}(N-2)/3, \quad \delta_4 = 2 \frac{1}{3}(N-2)/3, \quad \delta_5 = \frac{1}{3}(N/2-1)$$

(証明) δ_4 について示す。宛先分配率の正規化条件より次式が成立する。
 $d(1) + d(2) + \dots + d(N-1) = 1$ --- ①。式①へ線形タイプ2の定義式 $d(a) = a d(1)$ を代入し $d(a)$ について整理すると $d(a) = 2a/N(N-1)$ --- ② を得る。又、文献(7)で与えられた次式を用いる。 $\delta = \frac{1}{3} \sum_{a=1}^{N-2} a d(a+1)$ --- ③。

式③に式②を代入すると δ_4 を得る。他の諸量も同様にして得られる(証明終)。
 [Lemma-2]⁽⁷⁾ システムの定常状態が存在するための必要十分条件は次式で与えられる。 $\delta_i + \frac{1}{3} \leq C_p$ 。

Lemma-1 の δ_i を Lemma-2 に代入し、例えば、 δ_5 を代入すると $\frac{1}{3} \leq 2C_p/N$ となる。従って $\Lambda^m = N \sum_{\max} = 2C_p$ と一様タイプの Λ^m を得る。他も同様。< 略証終 >

< Property-2 の証明 > 文献(9)を参照。

< Property-4 の略証 > $\Lambda^m = C_p + \Delta\Lambda$ である。 C_p は固定的に各ステーションに割当てられたスロットによる情報伝送率 (Property-2)。 $\Delta\Lambda$ は各ステーションが他のステーションへ割当てられたスロットも利用した分の情報伝送率 $\Delta\Lambda_i$ の総和、 $\Delta\Lambda = \sum_{i=1}^N \Delta\Lambda_i$ 。 $\lambda_i(v)$ をステーション v に割当てられたスロットがステーション i で使用可(空スロット)となる割合とする。各ステーションはフルロード故、

$$\lambda_i(v) = d_{v,i} + \sum_{k=v+1}^{i-1} d_{v,k} \rho_{i,k}^i \quad \text{となる。従って、} \Delta\Lambda_i = \frac{1}{NM} \sum_{v=1}^N \left\{ \lambda_i(v) \sum_{k=i+1}^v d_{i,k} \right\}$$

ここで、 $\Delta\Lambda_i$ を i について総和をとれば題意が得られる。

$\rho_{i,k}^i$ は次の手順で算出される。例えば、 $\rho_{i-1}^i, \rho_{i-2}^i$ は次式となる。

$$\rho_{i-1}^i = d_{i-1,i} + \sum_{k=2}^{i-2} d_{i-1,k}, \quad \rho_{i-2}^i = d_{i-2,i} + (d_{i-2,i-1} + \sum_{k=2}^{i-3} d_{i-2,k})(d_{i-1,i} + \sum_{k=2}^{i-2} d_{i-1,k}) = d_{i-2,i} + (d_{i-2,i-1} + \sum_{k=2}^{i-3} d_{i-2,k}) \rho_{i-1}^i.$$

< 略証終 >

< Property-5 の略証 > 解析条件より、 $\Lambda^m = \{ \lambda_1^m + \alpha(N-1) \}$ となる。

λ_1^m はステーション i による情報伝送率の最大値を示す。第2項は残りの $(N-1)$ 個のステーションによる情報伝送率である。

$\lambda_1^m = 1 + p_2 d_{12} + p_3 (d_{12} + d_{13}) + \dots + p_k (d_{12} + d_{13} + \dots + d_{1k}) + \dots + p_N (d_{12} + d_{13} + \dots + d_{1N}) = 1 + \sum_{k=2}^N p_k \sum_{j=2}^k d_{1j}$ 。
 p_k はステーション i でステーション k に割当てられたスロット k を使用できる確率を示す。ここで、 $p_k = 1$ とおくと Λ^m の上限 Λ^{up} を得る。 Λ^{up} で d_{ij} を(一様タイプなど)と与えると題意が得られる。< 略証終 >