

スロットを用いたループネットにおけるノード間相互依存性について

照屋 健 白鳥 則郎 野口 正一
(琉球大) (東北大) (通研)

1. はじめに 近年、Office Automation 等が進展するにつれて、ローカルネットの研究が盛んである。ローカルネットは大別してバス型とリング型とに分けられ、リング型の中ではトークン・リング方式とスロット方式とに分けられる。トークン・リング方式とスロット方式にはそれぞれ長所と短所があり、それぞれに特徴があって優劣はつけがたい。本稿では、スロットを用いたループネットにおける問題をとりあげてみた。スロットを用いたループネットではノード間の相互依存性があり、これはスロット方式の本質的な問題である。からみ合いがシステムパフォーマンスに与える影響を究明し、設計問題との関連、わけてもバッファサイズ"の決定、棄却率の決定等と関連して研究することは大切なことである。そこで本稿では解析とシミュレーションの両面の視点より分析し、からみ合いの効果を定量的に示すこととした。

2. ステーション間の相互依存性 スロットを用いたループネットにおいては

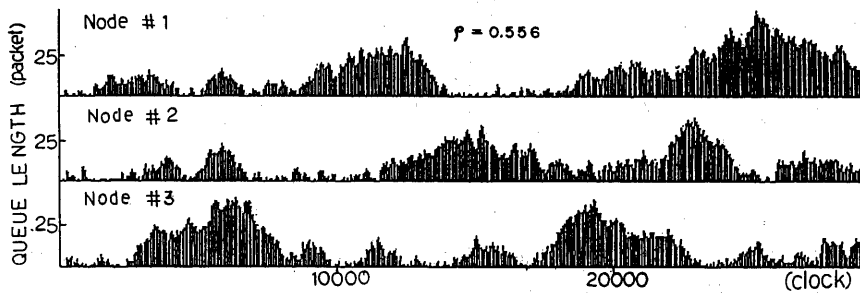


図1 各ノードの待ち行列長の変動

ノード相互の依存性が顕著であり、システム特性としてのスロット、遅延時間、メッセージの棄却率等は各ノードのパケットの到着率宛先分配率やノ

ード数等の諸パラメータと深くかかわっており、それらの相互依存性がシステムパフォーマンスに及ぼす影響を究明することは極めて重要なことである。例えば、待ち行列長を例にとっても、図1にみられるようにノード間では相互的に影響を及ぼし合っていることが分かる。

3. システムの評価(1) —フルロードの場合—

ここでは各ノードのバッファレジスタ内のパケットがフルロードといふ条件のもとで解析し、システム特性を導出する。

3.1 モデルと諸定義 図2のループネットモデルにおいて、バッファレジスタ内のパケットの待ち状態がfull-loadで、パケットは一方向(時計方向)に送受されるものとする。ここでNはループに連結されているノードの数を表わす。

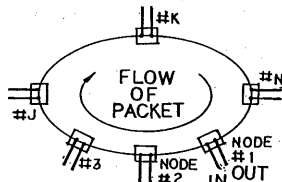


図2. ループネット

Full-loadの場合のトラヒックは超過密の状態となり空スロットはなく、自己のノードでパケットを受けとる場合にのみ、パケットの伝送が可能であるという制約された状態となる。バッファ内には(N-1)種類のパケットがあり、type 1のパケットは任意のノードから隣接するオ1番目のノードへ送られ、type 2のパケットは任意のノードから数えてオ2番目のノードへ

送られるというように $(N-1)$ 種類のパケットが順次送られていくものとする。
 ノード i から ノード j ($j = 1, 2, \dots, N-1$) へ送られるパケットの生起確率を p_{ij} とする。ここで $\sum_{j=1}^{N-1} p_{ij} = 1$ ($i \neq j$)。この生起確率を宛先分配率と呼ぶ。解析において考慮された条件は次の通りである。(a) メッセージは一個のパケットで構成され、パケットは固定長とする。(b) パケットは上流から下流へ図2のように単一方向(時計方向)に流れるものとする。(c) パケットは各ノードのバッファレジスタ内に full-load の状態で待たされているものとする。(d) パケットの宛先分配率 p_{ij} はノードに関係なく、すべて等しい分布をとる対称の場合を考え、これらの宛先分配率を p_1, p_2, \dots, p_{N-1} とする。 N はノードの数を表す。宛先分配率の添字は小さい順に特定のノードから他の最も隣接する下流のノードから始めて順に時計方向に他のノードへ宛てられることを表す。

3.2 遷移確率行列とスループット 特定のスロットが、一つのノードを通過したのちの i 番目と $i+1$ 番目のノード間のスロット上に存在する $(N-1)$ 種類のパケットの存在確率を状態ベクトルと考えると、これはスロットがノードを通過する毎に遷移を受けけるわけであるが、その遷移確率行列は次のようになる。

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \dots & p_{N-1} \\ 1 & 0 & & \\ & 1 & 0 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{N-1} \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{N-1} \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \dots & p_{N-1} \\ 1 & 0 & & \\ & 1 & 0 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

P は既約で、非周期的であるので、定常極限分布が存在する。時間(遷移)が十分経過したのちの極限状態ベクトルを $X = [X_1, X_2, \dots, X_{N-1}]$ とすると定常状態は式(2)を解いて得られる。ここで t は X の transpose を表す。式(2)を解いて式(3)を得る。ここで S をシステムのスループットと定義すると S は式(3)において $p_i = 1$ とおいて得られる。

$$X_R = \sum_{i=R}^{N-1} p_i / \sum_{i=1}^{N-1} i p_i \quad (3)$$

$$S = 1 / \sum_{i=1}^{N-1} i p_i \quad (4)$$

3.3 スループットの過渡状態の解析 これまで定常状態におけるスループットの特性に関して関係式を導いたが、定常状態に達するまでにどのだけの時間(遷移の数)を要し、また、ノード相互間の宛先分配率に如何に依存しているかについて調べることは興味のある問題である。

(a) ノード数が $N=3$ の例
 式(1)において、 $N=3$ とすると

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(5)の固有値には重根がないから、

P はある正則行列 Π によって対角化が可能である。対角化された行列を Λ とすると、行列は次のようになる。

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}$$

k 遷移後の行列 P^k は次のようにして求められる。

$$P^k = T \cdot \Lambda^k \cdot T^{-1} \quad (6)$$

ここで

$$T = \begin{bmatrix} 1 - p_2 & \\ & 1 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \frac{1}{p_1 + 2p_2} \begin{bmatrix} 1 & p_2 \\ & -1 \end{bmatrix}$$

式 (6) を解いて、次式を得る。

$$P^k = \frac{1}{p_1 + 2p_2} \begin{bmatrix} 1 + (-1)^k p_2^{k+1} & p_2 - (-1)^k p_2^{k+1} \\ 1 - (-1)^k p_2^{k+1} & p_2 + (-1)^k p_2^{k+1} \end{bmatrix}$$

この式よりスループットの過渡状態を表わす式は次のようになる。

$$S^{(k)} = \frac{1}{p_1 + 2p_2} + \frac{(-1)^k p_2^{k+1}}{p_1 + 2p_2} \quad (6')$$

この式で $k=0$ とすれば $p_2 < 1$ であるから 2 項は消滅し、 $N=3$ のときの定常状態でのスループットの式になることは明らかである。

(b) ノード数が $N=4$ の例

式 (1) において $N=4$ とすると

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \\ & 1 & 0 \\ & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

その式で $k=1$ とおけばスループットの過渡状態を表わす式は次のようになる。

$$S^{(k)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 i p_i} \left\{ 1 - \frac{r_1^{k+2} - r_2^{k+2}}{r_1 - r_2} - \frac{r_1 r_2 (r_1^{k+1} - r_2^{k+1})}{r_1 - r_2} \right\} \quad (10)$$

3.4 非対称形の宛先分配率の場合のスループット

あるノードから他の $(N-1)$ 個のノードへパケットを伝送する際に、あるノードに存在する $(N-1)$ 種類のパケットを考えると、このパケットの発生する確率が各ノードで異なるような系を非対称形とする。ノード i における各タイプ j のパケットの生起確率を P_{ij}

式 (7) の固有値は次式を解いて得られる。

$$(\lambda - 1) \{ \lambda^2 + (p_2 + 2p_3)\lambda + p_3 \} = 0$$

今、固有値がすべて相異なる場合についてのみ考えることにし、この式を解いて得られる相異なった固有値を r_1, r_2 とする。式 (7) は固有ベクトルによって作られる次の正則行列 T によって、式 (8) のように対角化される。

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで、

$$T = \begin{bmatrix} 1 & r_1^2 & r_2^2 \\ 1 & r_1 & r_2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} r_1 - r_2 & -(r_1^2 - r_2^2) & r_1^2 r_2 - r_1 r_2^2 \\ -(r_1 - r_2) & 1 - r_2^2 & -(r_2 - r_1^2) \\ 1 - r_1 & -(1 - r_1^2) & r_1 - r_1^2 \end{bmatrix}$$

従って、 k 遷移後の P^k は次のようにして求められる。

$$P^k = T \cdot \Lambda^k \cdot T^{-1} \quad (9)$$

式 (9) を解いて、 P^k を求めたのち

その式で $k=1$ とおけばスループットの過渡状態を表わす式は次のようになる。

$$S^{(k)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 i p_i} \left\{ 1 - \frac{r_1^{k+2} - r_2^{k+2}}{r_1 - r_2} - \frac{r_1 r_2 (r_1^{k+1} - r_2^{k+1})}{r_1 - r_2} \right\} \quad (10)$$

あるノードから他の $(N-1)$ 個のノードへパケットを伝送する際に、あるノードに存在する $(N-1)$ 種類のパケットを考えると、このパケットの発生する確率が各ノードで異なるような系を非対称形とする。ノード i における各タイプ j のパケットの生起確率を P_{ij}

($i \neq j, j = 1, 2, \dots, N-1$) としたか今、線路上で伝送される各パケットの割合をノード i から見たときの状態ベクトルを $[Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{i(N-1)})$ とする。 $Y = [Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{N(N-1)}, \dots, Y_{N1}, Y_{N2}, \dots, Y_{N(N-1)})$ は隣接するノード間のスロットの存在確率の状態ベクトルを示

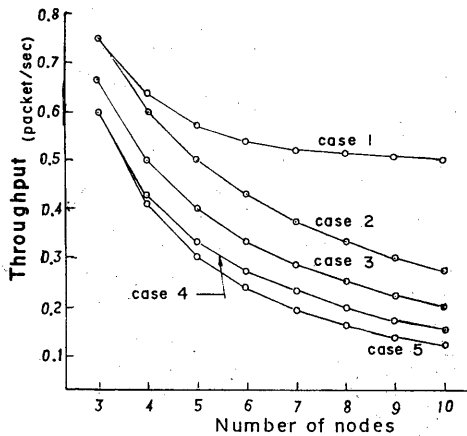


図3. スループットの推移(理論値)

優先分配率	3		4		5	
	理論値	実験値	理論値	実験値	理論値	実験値
CASE 1	.7500	.7550	.6364	.6388	.5769	.5770
CASE 2	.7500	.7550	.6000	.6038	.5000	.5000
CASE 3	.6667	.6817	.5000	.5000	.4000	.4050
CASE 4	.6000	.6000	.4286	.4363	.3333	.3400
CASE 5	.6000	.6000	.4118	.4163	.3061	.3130

表1. スループットの理論値と実験値との比較

するループネットの理論値を曲線で示したものである。ノード数は10個までの場合にとどめ、case 1とcase 5については $R=2$ の場合を算出した。図3が示すように、ノード数が増加するにつれてスループットは次第に減少する傾向にあり、また同じく宛先分配率のとりかたにも大きく左右されることが分る。特にcase 1とcase 5の場合はその傾向が顕著である。この理論値の有効性を表付けるために計算機シミュレーションをおこなった。シミュレーションは宛先分配率がcase 1, 2, 3, 4, 5のときで、ノード数が3, 4, 5の場合についておこない、その結果として表1を得た。表1が示すように理論値と実験値(シミュレーションの値)とは極めてよく一致している。過渡解析のスループットの式に具体的な数値を代入して得られたのが下の図4と図5である。N=3のcaseで宛先分配率の比が4:1, 2:1, 1:1, 1:2のそれぞれの場合について式(6')を用いて計算し、その結果を図示したのが図4であり、N=4のcaseで宛先分配率の比が9:4:1, 3:2:1, 1:1:1, 1:2:3のそれぞれの場合について式(10)を用いて算出し、その結果を図示したのが図5である。図4と図5が示すように、スループットの値は約はステップ程度の遷移があれば定常状態に落ち着く。宛先分配率の比が近いノードへは大きく、遠いノードへは小さいような場合では、定常値へ達する時間も短い、その逆の比の場合には定常状態へ達する時間も長い。またノード数がN=3の場合よりもN=4の場合がより比較的激しく変動している。このように宛先分配率の分布や、ノード数の変化によっても、ノード相互間では強くかかわり合っており、この現象も、ノード

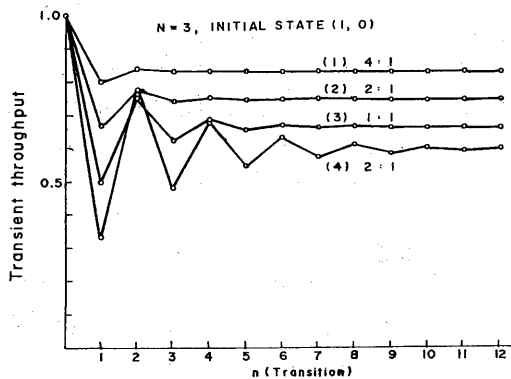


図4. スループットの過渡特性

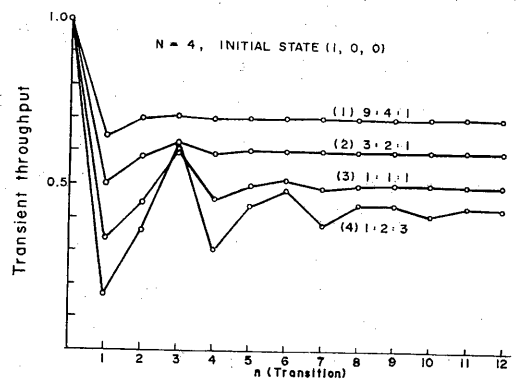


図5. スループットの過渡特性

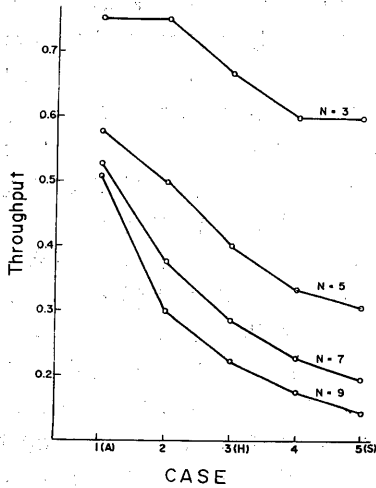


図6. ケース別のスループット

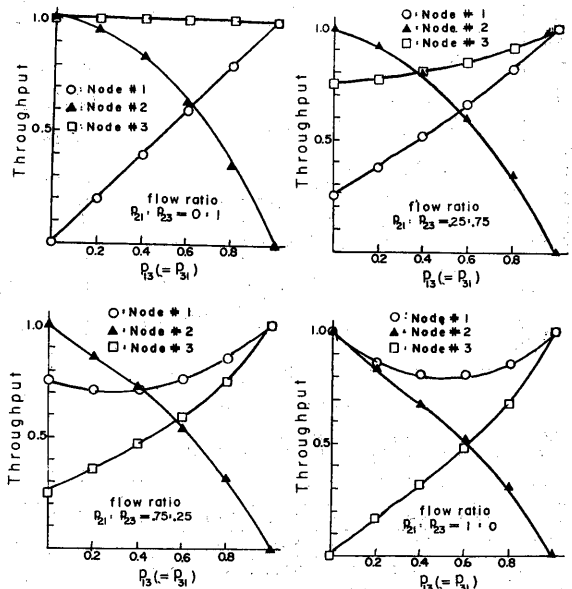


図7. スループットの推移

間の中からみ合いを表わす特性の一つと云える。図6は横軸に宛先分配

率の式(19), (20), (21), (22), (23)で示される case をとり、ノードの数をパラメータとして縦軸にスループットを表わしたグラフである。ここでAは case 1の better の case を表わし、Hは case 3の平均的な case, Sは case 5で worst case を表わす。スループットは宛先分配率とノードの数に依存していることが分る。図7はノードが3個の場合の宛先分配率が非対称の場合の各ノードのスループットの推移を示す。同図は $P_{13} = P_{31}$ とし、ノード#2の宛先分配率をパラメータとして $P_{13} (= P_{31})$ が0~1.0の変化をした場合の3個のノードのスループットの変化を示しているもので、三つの曲線が一緒にになっている。例えば、図7の右上の図での曲線(白印)はノード#3のスループットの変化を示しているが、この場合ノード#2でのノード#1と#3へ伝送されるパケットの宛先分配率をそれぞれ1:3としたときのノード#3でのスループットの変化である。図7より分ることは、特定の2個のノード(この例ではノード#1とノード#3)間の通信が密になってくると、ノード#2のスループットが、そのノードでの他のノードへの通信の比率には関係なく圧迫され、遂には通信不可能な状態に追い込まれてしまうことである。スロット方式ではノード間の相互依存性が強く交通が密になってくると適切なスロット配分のためのコントロールが必要であることが分る。

4. システムの評価 (2) —フルロードでない場合—

ループネットに関する理論解析は多くの場合、待ち行列理論にもとづくことが多いが、待ち行列のモデルとしてはマルチサーバーの多重待ち行列理論の問題を取り扱うことになり、解析も容易ではなく、未解決の問題として知られている。ループネットに関するいくつかの近似解析⁽¹⁾はあるけれども、その特性を十分に明確にされていない。理論解析が困難な場合に、その特性を明らかにする有効な手段の一つとして計算機シミュレーションは有意義である。ループネット

におけるパケット伝送の際のトラヒックの輻輳と各ノードのバッファレジスタ内のパケットの待ち行列長がパケットの到着率や宛先分配率に如何に依存しているか等のノード相互間のかみ合いを調べるために離散形シミュレーション言語(GPSS)を用いて計算機シミュレーションをおこなった。

4.1 バッファサイズが無限大の場合

各ノードのバッファサイズが無限大の場合のモデルを構成して計算機シミュレーションをおこなった。図9においては

横軸が交通密度で縦軸は待ち行列長の比を表わす。宛先のすべてが隣接するノードに宛てられるケースを基本、つまりノード相互間のかみ合いがないケースの平均待ち行列長を l_0 として、宛先分配率が式(19)で与えられるケースをA type, 式(21)で与えられるケースをH type, 式(23)で与えられるケースをS typeとしそれぞれこの typeの平均待ち行列長 l_i と基本のケースの平均待ち行列長 l_0 との比をとったものである。これらの関係を適当に整理したのが表2である。表2によれば、worst caseで111倍、Average caseで48倍にもなることがある。

バッファサイズ決定の際にはこれらのことを考慮に入れる必要がある。図8の縦軸は待ち行列長の標準偏差の比を表わす。図8は待ち行列長の変動が宛先分配率の分布、ノード数に依存しているかを如実に表わしている。宛先分配率がworst caseのとき、特に変動は激しい。

	P	B	A	H	S
R_{i0}	0.125	1.0	1.3	1.8	2.4
	0.250	1.0	1.8	4.4	17.9
	0.310	1.0	2.2	7.8	111.4
	0.357	1.0	2.8	48.3	—
	0.500	1.0	19.0	—	—

表2. 平均待ち行列長の比

4.2 バッファサイズが有限の場合

宛先分配率がH type, S typeの場合について、バッファサイズと棄却率とパケットの到着率との関係、その際のスループットのデータを計算機シミュレーションによって得た。これをグラフに示したのが図10, 11, 12であるが、これらは設計問題との関連、特に棄却率とバッファサイズの決定、スループットの推定算の際に十分に示唆を与える資料となり得る。なお、パケットの到着分布は指数

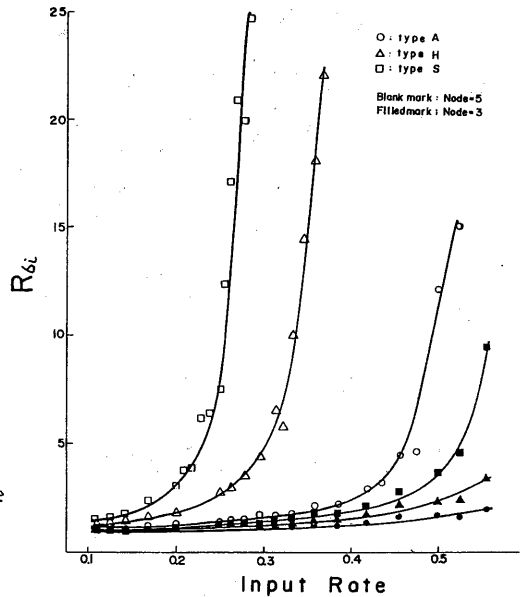


図8. 待ち行列長の標準偏差の比

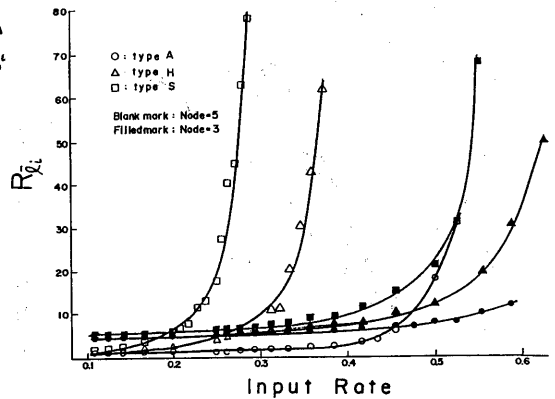


図9. 平均待ち行列長の比

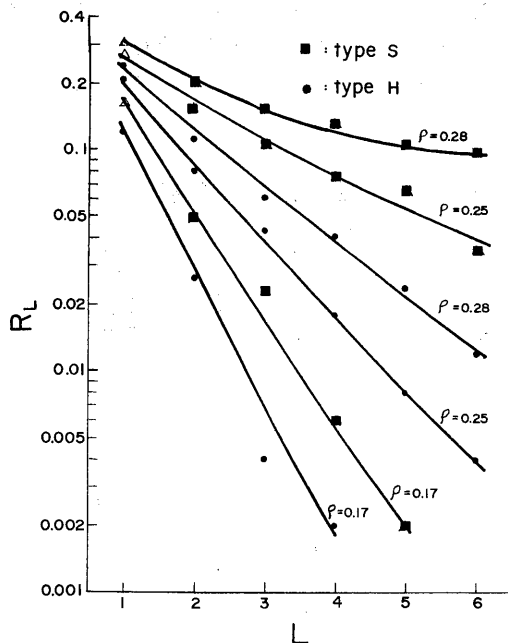


図10. バッファサイズと棄却率

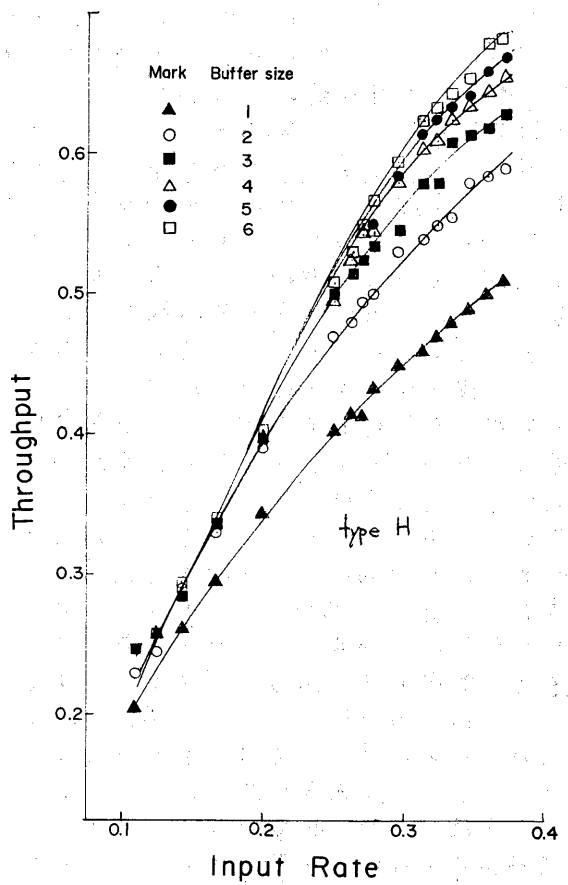


図11. バッファサイズとスループロット

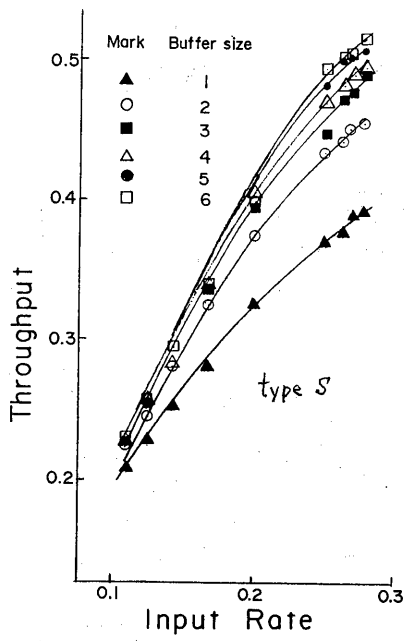


図12. バッファサイズとスループロット

分布とした。図11, 12によれば、バッファサイズがある程度の大きさに達すると、バッファサイズの増加によるスループロットの増加は望めないことが分る。

5. むすび スロット方式においては発先分配率、パケットの到着率、ロード数等に依存して、パケット伝送遅延時間、スループロット等のシステムパフォーマンスがロード間のパラメータに相互的にからみ合っており、これらの特性を十分に明らかにする必要がある。

6. 参考文献 (1) 白鳥, 野口, 大泉: "ループコンピュータネットワークにおけるバッファリング"について, 信学誌, Vol. 59-D, No. 6, 1976 (2) 照屋, 白鳥, 野口: "ループネットにおけるトラヒックの輻輳と断特性", 情報処理学会第25回全国大会講演論文集, 167, 1982