

スロットを用いたループネットのバケット伝送特性

照屋 健、 白鳥 則郎、 野口 正一
琉球大 東北大・通研

本稿では、スロットを用いたループネットにおけるバケットの伝送特性について述べる。前半ではフルロードの条件のもとでの伝送線路中のスロットの状態の変化をマルコフ連鎖の性質を利用してもとめ、定常と過度の両状態において、システムの伝送特性がトラヒック・パターンに大きく依存していることを示す。

後半では、バッファサイズが有限の場合をシステム考察の対象とし、バッファ中に存在するバケットの存在定常確率の上下限値を近似解析により求め、電子計算機シミュレーションによって近似の有効性を確認する。これらの定常確率分布よりバケットの棄却率の上下限値や伝送遅延を論ずる。特に、棄却率の上限値は真の棄却率に近く安全側の近似としてステーション中のバッファのサイズ決定等に有用な資料を提供し、システムの評価にも役立つことを示す。

PACKET TRANSMISSION CHARACTERISTICS ON A SLOTTED LOOP-NET

Ken TERUYA*, Norio SHIRATORI** and Shoichi NOGUCHI**
Ryukyu University* R.I.E.C., Tohoku University**

* Ryukyu University, Senbaru, Nishihara, Nakagami, Okinawa, 903-01 Japan

** Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University,
Katahira, Sendai, 980 Japan

We evaluate the system performance of the slotted loop network in two different ways. In one case where the buffer size is infinite, we indicate that the processing ability of the system changes in large scale in accordance with the traffic pattern. In the other case where the buffer size is finite, both upper and lower bound of packet rejection probabilities have been obtained by approximate analysis. We show that analytical upper bound value is very close to the true value and it is useful substitution of true value as criteria in designing the buffer size of the stations connected to the loop system.

1. まえがき

近年OA,FA等が進展するにつれて、コンピュータネットワークの研究はますます盛んである。ネットワークの接続形態として多種の形態があるが、その中で結合線路が比較的少なく、LANなどで用いられる形態にループ形がある。このようなループネットには2つのタイプがある。一つはNewhallタイプであり、これは基本的にトークンパッシング方式である。もう一つのタイプはPierceタイプである。この方式ではループ上に複数のスロットが存在し、空のスロットを捕捉したステーションがメッセージを送信することが出来る。Pierceタイプはプロトコルが簡単でコンピュータネットワークを用いた分散処理システムに適した基本的な方式の一つと言われている。また、Pierceタイプでは各スロットの使用権を特定のステーションに割り当てたり、あるいは自由に使えるようにしたり、またはこれらを混在させたりすることができる。そのため、データ通信だけでなく、音声や画像のような回線交換を必要とするトラヒックが混在しても柔軟に対応できるシステムとなっている。

Pierceタイプの解析的評価は、バッファサイズが無限の場合については多くの近似解析結果が報告されている。

本稿では、前述したPierceタイプループシステムを対象とし、前半ではフルロードの条件下で、F-Iシステムとして、トラヒックパターンの影響に関する諸特性を導出する。また、後半では、P-Fシステムとして、バッファサイズ有限の場合を検討し、ステーションのバッファ中に存在するパケット数の定常確率を近似解析により導出し、これらの値を用いてパケット棄却率やパケット伝送遅延時間を算出する。

2. モデルと諸定義

ループネットワークとステーションのモデルを図1と図2に示す。以下では、次の条件のもとで解析をおこなう。(a)パケットはスロット長に等しく一定とし、単一方向に伝送される。(b)各ステーションで生起したパケットは誤りなく目的地ステーションにおいて確実に受信される。

ここで、宛先分配率を定義する。あるステーションにおいて生起したパケットの宛先がそのステーションから伝送方向へ向かって*i*番目のステーションとなる確率を d_i とおく。これを宛先分配率と呼ぶ。ここで、

$\sum_{i=1}^N d_i = 1$ 、*N*はループ上のステーション数を表す。

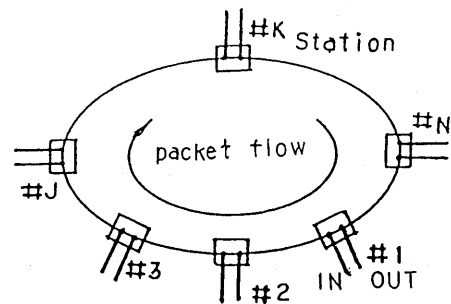


Fig.1 Loop Computer Network

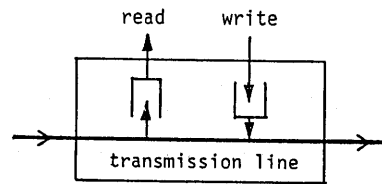


Fig.2 Model of a Station

3. 特性(1) F-Iシステム

ここでは、各ステーションの送信バッファ内のパケットがフルロードという条件のもとで解析し、システムの

諸特性を導出する。フルロードとは送信バッファ内に無限個のバケットが存在している状態を意味する。従って、伝送路上では、空スロットはなく、各ステーションにおいては自己のステーションでバケットを受け取る場合のみ、バケットの伝送が可能となる。伝送路のトラヒックが過密になってくると、このようなことは、現実に一時的な現象としてしばしば起こり得ることである。そのため、このような解析はシステムの処理能力や過密時のトラヒックの様子を調べる上で有用な手段となる。

特定のスロットが一つのステーションを通過したのちの*i*番目と*i+1*番目のステーション間のスロット上に存在する(*N-1*)種類のバケットの存在確率を状態ベクトルとしたとき、これはスロットがステーションを通過する毎に遷移を受けるわけであるが、その遷移確率行列は次のようになる。

$$P = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & \dots & d_{N-1} \\ 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

*P*は既約で、非周期的であるので、定常極限分布が存在する。時間(遷移)が十分に経過したのちの極限状態ベクトルを $X = [X_1, X_2, \dots, X_{N-1}]$ とすると定常状態は式(2)を解いて式(3)が得られる。

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{N-1} \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{N-1} \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & \dots & d_{N-1} \\ 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$X_k = \frac{\sum_{i=k}^{N-1} d_i}{\sum_{i=1}^{N-1} i d_i} \quad (3)$$

$$S = C_p / \sum_{i=1}^{N-1} i d_i \quad (4)$$

ここで、*S*は各ステーション毎のスループットを示し、*C_p*は伝送路の回線容量 [slots/sec] 示す。

次に、定常状態に達するまでに要する時間(遷移の数)のステーション数、ステーション相互間の宛先分配率への依存性について考察する。

(イ)ステーション数が3の場合

$$P = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(5)の固有値を用いて*P*はある正則行列によって対角化が可能であり、次式を得る。

$$P^k = \frac{1}{d_1 + 2d_2} \begin{bmatrix} 1 + (-1)^k d_2^{k+1} & d_2 (-1)^k d_2^{k+1} \\ 1 + (-1)^k d_2^{k+1} & d_2 + (-1)^k d_2^{k+1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

この式よりスループットの過度状態を表す式は次のようになる。

$$S(k) = \frac{C_p}{d_1 + 2d_2} \left\{ 1 + (-1)^k d_2^{k+1} \right\} \quad (7)$$

この式で $k = \infty$ とすれば第2項は消滅し、 $N = 3$ のときの定常状態での式(4)になることは明らかである。

(ロ)ステーション数が4の場合
式(1)において $N = 4$ とすると

$$P = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

N = 3 の場合と同様な手法を用いて上式より、スループットの過渡状態を表式を求めると、次式となる。

$$S(k) = \frac{C_p}{\sum_{i=1}^2 i d_i} \left\{ 1 - \frac{r_1^{k+2} - r_2^{k+2}}{r_1 - r_2} - \frac{r_1 r_2 (r_1^{k+1} - r_2^{k+1})}{r_1 - r_2} \right\} \quad (9)$$

ここで、 r_1, r_2 は式(8)固有値に関わる実根である。

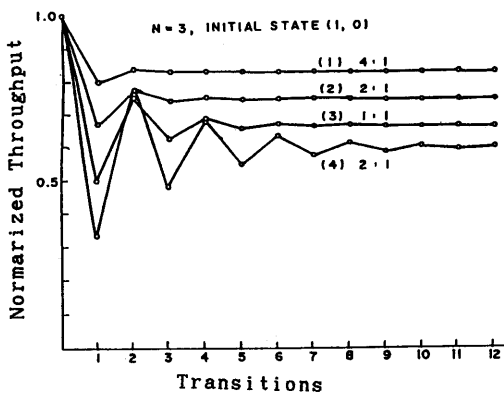


Fig. 3 Transient Fluctuation of Throughput (N=3)

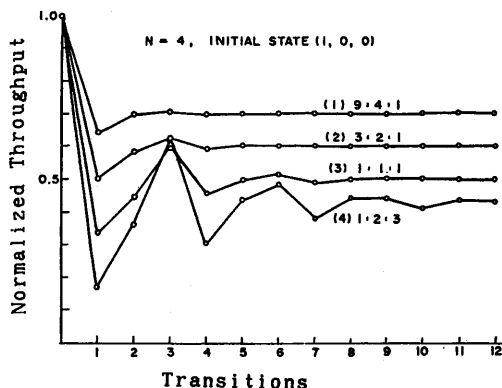


Fig. 4 Transient Fluctuation of Throughput (N=4)

4. 特性(2) P-Fシステム

ここでは、各ステーションにおけるバッファサイズを有限とし、システムの特性を導く。以下の条件のもとで解析する。

(a) バケットはスロット長に等しく一定で、ターミナルから各ステーションへ到着率 λ [packet/sec] のポアソン分布に従って到着し、単一方向に伝送される。(b) 各ステーションで生じたバケットは誤りなく目的地ステーションにおいて確実に受信される。(c) あるステーションにおいて生じたバケットの宛先がそのステーションから伝送方向へ向かって i 番目 ($1 \leq i \leq N-1$) のステーションとなる確率を d_i とおく。これを宛先分配率と呼ぶ。ここで、 $\sum_{i=1}^{N-1} d_i = 1$ 、 N はループ上のステーション数を表す。(d) 各ステーションのバッファサイズは有限で m とし、バッファ内に収容されないであふれたバケットは棄却される。(e) アクセス方式はランダム・アクセスとする。つまり、空のスロットが到着したときのみバケットを送出できる。(f) バケットの宛先分配率を $d_i = 1/(N-1)$ とする。図1のシステムのステーションに関する諸条件はすべて同一とする。

4-1. 諸量の定義

次に、以下の記号を導入する。

P_j : あるステーションのバッファ中に j 個のバケットの存在する確率

T [sec]: 伝送路のスロット長

S_{ij} : あるステーションのバッファ中に i 個のバケットが存在する時、 T [sec]後の時点でバケット数が j 個となる推移確率、

C_p [slots/sec]: 伝送路の回線容量

k_j : T [sec]の間にターミナルからステーションへ j 個のバケットが到着

する確率

v : ステーションに到着したスロットが空である確率

m [packets]: ステーションのバッファサイズ

γ : ステーションのバッファサイズが無限大の場合の単一方向における伝送路のトラヒック密度

λ [packets/sec] ステーションへのパケットの平均到着率

R : パケットの棄却率

$\rho = \lambda / C p$: 入力負荷率

γ^- : バッファサイズが有限で、棄却のある場合の単一方向伝送における伝送路のトラヒック密度

λ^- [packets/sec]: λ で到着して、そのうち棄却されずにバッファ内に入ったパケットの到着率は

$$\gamma^- = \begin{cases} \lambda \sum_k k d_{k+1} & N \geq 3 \\ 0 & N = 2 \end{cases}$$

となる。上式で λ を λ^- で置換すると γ^- となる。つまり

$$\gamma^- = \lambda^- \sum_k k d_{k+1}$$

但し、 $\lambda^- = \lambda (1 - P_m)$

本稿では以下の近似を導入し解析を行う。ステーションへ到着したスロットが空である確率 v を次式で近似する。

$$v = (C p - \gamma^-) / C p = \{ C p - \lambda (1 - P_m) \sum_k k d_{k+1} \} / C p$$

4-2. 解析における観測時点と上下限の解析

図5において、スロットがステーションに到着した直後でかつパケットをのせる直前の時点 a_i ($i = 1, 2, \dots$) に着目してステーションのバッファ中に存在するパケット数について考える。このスロットが空の場合、送信バッファ内のパケットを載せることが出来る。観測時点を前述した a_i にとると任意の時点よりもバッファ中に存在す

るパケット数は大きくなり、従って棄却率、待ち行列長や待ち時間が大となる。そのため、時点 a_i ($i = 1, 2, \dots$) に注目し導出した待ち行列長やパケットの棄却率などの諸量は任意の時点の値に対して上限値を与える。また、逆に図6においてパケットを載せた直後の時点 b_i ($i = 1, 2, \dots$) を観測時点にとると棄却率や待ち行列長などは、任意の時点の値に対して下限値を与える。以下の解析では、あるステーションにおいて、前述の観測時点に注目し、バッファ中に存在するパケット数の定常確率を導出する。

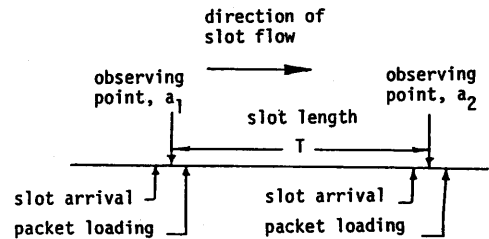


Fig.5 Time Sequence (a) of transmission line at a station

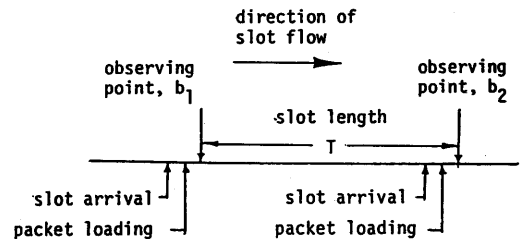


Fig.6 Time Sequence (b) of transmission line at a station

図5の時点 a_i において、あるステーションのバッファ中のパケット数が j で次の時点 a_2 で i となる推移確率を整理して、スロットがステーションに到着した直後でかつパケットを載せる直前を観測時点としてステーションのバ

バッファ中に存在するバケット数の定常確率は次の非線形連立方程式を解くことによって得られる。

$$\sum_{j=1}^m U_{i,j} P_j + \sum_{j=1}^i U_{i,m+j} P_j P_m + U_{i,m+i+1} = 0, \quad (10)$$

$$(1 \leq i \leq m)$$

ここで、変数は P_i ($1 \leq i \leq m$) であり、添え字付きの U は定数である。これらの具体的な式は長いためにページ数の制約から省略する。

バッファ中に i 個のバケットが存在する定常確率の $m=1$ の場合については容易に求められる。 $m=2$ の場合についてはカルダンの3次方程式の解法を適用して解く。

次に $m \geq 3$ に対しては、式(10)からバケット数の定常分布 (P_i) を算出するためにガウス-ジョルダン消去法を基本としたアルゴリズムによって解く。

また、下限値における解析は上限値の場合と同様の手法を用いて解くことが出来る。図6の時点 b_1 において、あるステーションのバッファ中のバケット数が j で次の時点 b_2 で i となる推移確率を求め、これらを整理して次の非線形連立方程式が得られる。これを解くことによって定常確率が求められる。

$$\sum_{j=1}^m L_{i,j} P_j + \sum_{j=1}^m L_{i,m+j} P_j P_m + L_{i,2m+1} = 0, \quad (11)$$

$$(1 \leq i \leq m)$$

ここで、変数は P_i ($1 \leq i \leq m$) であり、添え字付きの L は定数である。これらの具体的な式は長いためにページ数の制約から省略する。

4-3. 計算機シミュレーションと数値例

ここでは計算機シミュレーションを用いて近似解析の有効性を検討する。

式(10)で得られた有限バッファ中のバケット存在の定常確率を図7に示す。

同図において縦軸はバケット存在の定常確率 P を表し、横軸は入力負荷率 ρ を表す。図(a)は理論値で図(b)はシミュレーション値を示す。また、 m (バッファサイズ) と N (ステーション数) はパラメータである。これらの数値結果を用いてバケット棄却率が求められる。なお、バケットの棄却率 R は定常確率を用いると次式となる。

$$R = P_m$$

近似解析の有効性を検証するため先に導入した仮定を除き解析と同一条件のもとで計算機シミュレーションを行った。図9はバケット棄却率の上限値に関する近似解析とシミュレーションの比較を示す。同図において縦軸はバケット棄却率 R を表し、横軸は入力負荷率 ρ を表す。また、 m と N はパラメータである。同図から近似解析と計算機シミュレーション値とが入力負荷率のほぼ全域にわたってよく一致していることが分かる。下限値についても同様によく一致していることが確認できる。

解析による上下限値と計算機シミュレーションによる真の棄却率の関係进行分析した結果、真の棄却率は常に解析値の上下限値の間に位置していることも確認した。特に、解析の上限値は図に示すように、シミュレーションによる真の棄却率にほとんど一致することが分かった。

解析による棄却率の上限値は真の棄却率の安全側にあり、真の棄却率の近似として代用出来ることが分かる。また、同図はステーション数とバッファサイズが増大するにつれて、棄却率の近似の度合いが良くなる傾向にあることを示している。

また、バケット伝送遅延時間についても検討した。図8の縦軸の単位は slot time であり、 ρ は入力負荷率を表す。これらの図は、バッファサイズや

入力負荷率が增大するにつれて、伝送遅延時間も大きくなる傾向にあることを示している。図9において、Rはパ

ケット棄却率、 ρ は入力負荷率、 m はバッファサイズ、 N はステーション数を表す。

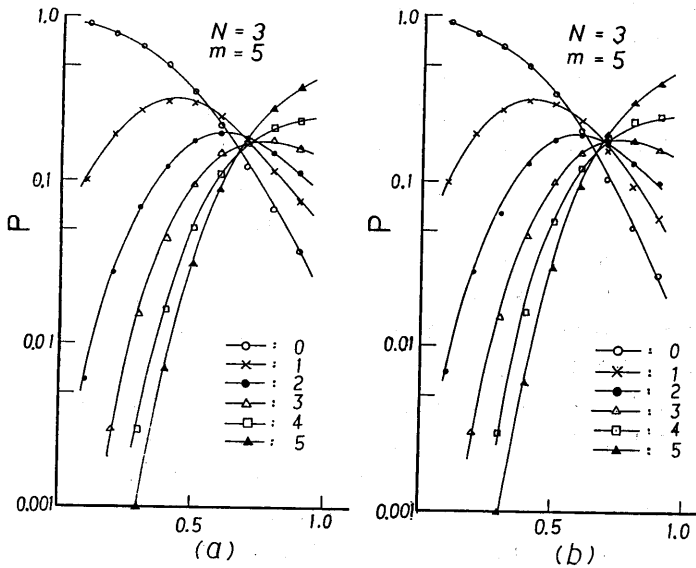


Fig.7 Steady-state Distribution of Packet Existence Probability

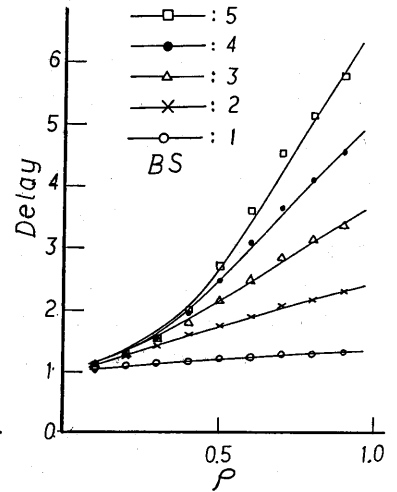


Fig.8 Packet Transmission Delay

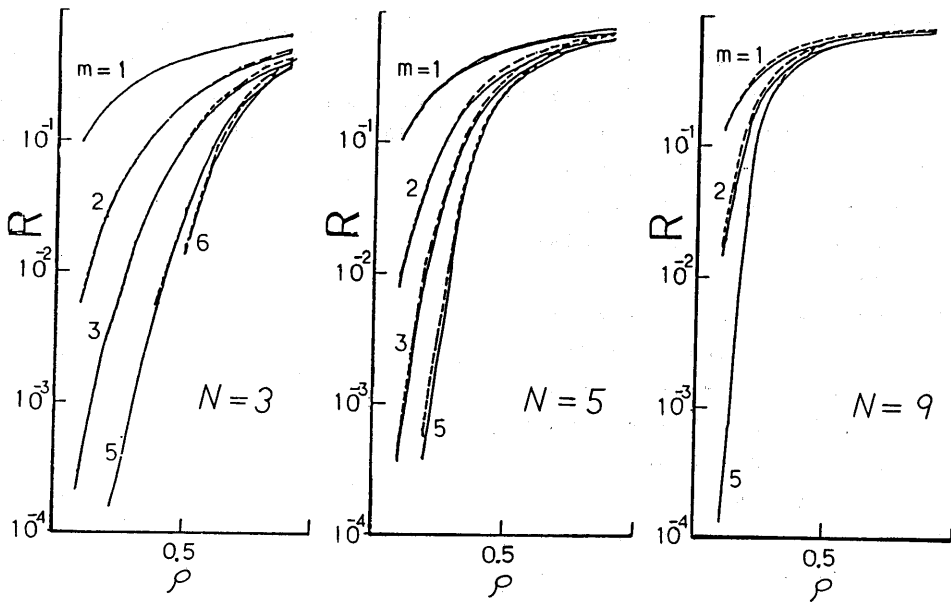


Fig.9 Comparison of Packet Rejection Probability, case of upper bound value

むすび

スロットを用いた分散制御形のループネットワークにおいて、前半ではフルロードの条件下でのスロットの振舞いを遷移確率行列で表現し、定常と過度のスロットを算出した。後半では、ホアソン到着の条件下でバッファ中に存在するパケットの定常確率分布を近似解析によって求め、特に棄却率について検討した。また、計算機シミュレーションによって近似の有効性を確認した。特に、解析による上限値は真の棄却率の値に近く、しかも安全側の近似となるので、真の値に対する近似として代用できることを示した。また、パケット伝送遅延時間についても検討した。

文 献

- 1) A. Patir, T. Takahashi, Y. Tamura, M.E. Zarki: "An Optical Fiber-Based Integrated LAN for MAGNET's Testbed Environment", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. SAC-3, 6, pp.872-881 (1985)
- 2) A.A.Lazar, A.Patir, T.Takahashi: "MAGNET:Columbia's Integrated Network Testbed", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.SAC-3, 6, pp.859-871 (1985)
- 3) D.T.W.Sze: "A Metropolitan Area Network", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.SAC-3, 6, pp.815-824 (1985)
- 4) W.D.Farmer, and E.E.Newhall: "An Experimental Distributed Switching System Bursty Computer Traffic", Proc. ACM Conf., Pine Mountain, Georgia (1969)
- 5) J.R.Pierce: "Network for Block Switching of Data", Bell Syst. Tech. J., 51, 6, pp.1133-1145 (1972)
- 6) 白鳥則郎、野口正一、大泉充郎: ループネットワークネットワークにおけるバッファリングについて, 信学論(D), J59-D, 6, pp.398-405 (1976)
- 7) W.W.Chu: "Buffer Behavior for Poisson Arrival and Multiple Synchronous Constant Outputs", IEEE, Trans. Commun., COM-19, pp.530-534 (1970)
- 8) 橋田温: "ゲート式多重待ち行列", 信学論(A), 53-A, 1, pp.43-50 (1970)
- 9) W.Bux: "Local-Area Subnetworks: A Performance Comparison", IEEE, Trans. Commun., COM-29, 10, pp.1465-1473 (1981)
- 10) 照屋健, 白鳥則郎, 野口正一: "スロットを用いた有限バッファループネットワークの上下限の解析", 情報学マルチメディア通信と分散処理システム研資, 27-6 (1985)
- 11) 照屋健, 白鳥則郎, 野口正一: "スロットを用いたループネットワークの一性能評価法", 信学論(A), J70-A, 2, pp.289-300 (1987)