

開いた BCMP 待ち行列網における目標の異なる最適化に対する到達度指標

小澤 孝之* 亀田 壽夫** 李 頡**

* 筑波大学大学院工学研究科

** 筑波大学電子・情報工学系

開いた BCMP 待ち行列網によってモデル化できるシステムにおける最適資源分配 (最適負荷分散, 最適経路選択など) について, いくつかの異なる最適化目標が考えられる. その代表的なものが, システム全体にわたる平均応答時間を最小にしようとするもので, ここでは, 全体最適化方式と呼ぶ. この他にも個別最適化方式, クラス別最適化方式 (ノード別最適化方式) などの目標が異なる最適化が考えられる. これらの全ての方式について最適化条件が変分不等式を用いて与えられる. しかし, 最適化の到達度の指標については, 全体最適化に対するもの以外には与えられていないようである. すなわちその他の方式については, 最適化されているかいないかは分かるけれども, 最適化されていない状態が, 最適化状態からどれほど離れているかを示す指標が提案されていない. 全体最適化のみにシステム全体の平均応答時間の差という到達度指標がある. 本研究では個別最適化, クラス別最適化 (ノード別最適化) に対しても最適化到達度を評価するための性能指標を考え, 数値実験により検討した.

Indices showing the degrees of achieving various optimization purposes in open BCMP queueing networks

Takayuki Kozawa* Hisao Kameda** Jie Li**

*Doctoral Program in Engineering, University of Tsukuba.

**Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba.

We can consider various performance optimization policies in the system that can be modeled as an open BCMP queueing network. One policy is to minimize the overall mean response time, which we call overall optimal policy. Furthermore, we can consider an individually optimal policy and an intra-node optimal policy. Except for the overall optimal policy, however, there is no index that shows to what degree a solution achieves the particular optimization purpose. In this paper, we propose mutually similar indices that evaluate the degree of achievement of optimization for overall, individually and intra-node optimal policies, and examine them by numerical experiments.

1 はじめに

通信ネットワークや, 分散型コンピュータシステムで負荷分散を行なうにあたって何を最適化するか, その方針 (最小にする目標) を決定することは重要であり, システムの性能に大きな影響を及ぼす.

まず考えられるのは, システム全体の平均応答時間が最小になるように負荷を分散する方式である [2, 3, 5, 6, 11]. これを全体最適化方式と呼ぶ. この最適化方式ではシステム全体の平均応答時間は最小になるが, 同じノードに到着したジョブであっても, 処理されるノード (あるいはネットワークを通過する経路) により応答時間の期待値に違いが生じることがある. つまり, ジョブ間に不平等感がある.

個別最適化方式では, このようなジョブ間の不平等感はない [1, 4, 8, 10]. 個別最適化方式は, 同じノードに到着したジョブは, 処理されるノード (あるいはネットワークを通過する経路) によらず応答時間の期待値が等しく, かつ最小になるように負荷を分散する方式である. この最適化方式では, 同じ

ノードに到着したジョブの応答時間の期待値は等しくなるが, システム全体の平均応答時間は最小になるとは限らない. この方式については, Braess のパラドックスの存在が近年注目をあびている.

さらに, ジョブ全体をいくつかのグループに分け, 各グループのジョブの平均応答時間が最小になるように負荷を分散する方式を考えることができる [7, 9]. 例えば, 同じジョブクラス内のジョブが全て1つのグループに入ると考え, 各ジョブクラスのジョブの平均応答時間が最小になるように負荷を分散する方式が考えられる. これをクラス別最適化方式と呼ぶ. その一例として, 同じノードに到着したジョブが1つのグループに入ると考え, 各ノードに到着したジョブの平均応答時間が最小になるように負荷を分散する方式を考えることができる. これをノード別最適化方式と呼ぶ.

3.1 節の (2), (4), (7) 式に示すように, これらの全ての方式についての最適条件が変分不等式 (*variational inequality*) を用いて与えられる [5]. これに

より最適条件が満たされているかどうか判定できる。これらは全て類似した形をしている。

全体最適化については、全体最適化状態と全体最適化されていない状態のシステム全体の平均応答時間の差をとることによって、各状態が全体最適化状態にどのくらい到達しているかを評価することができる。しかし、全体最適化以外では、最適条件を満たしていない状態が最適条件にどの程度近いかを示す、すなわち、各最適化の到達度を示すような指標は与えられていないようである。到達度についても変分不等式のように最適化方式によらず形が類似したものが好ましいと思われる。全体最適化については、システム全体の平均応答時間の差という最適化到達度指標があるので、求める全体最適化方式の到達度指標も、これと同じかあるいは類似したふるまいをすることが望まれる。はじめに我々は、変分不等式そのものに基づいた到達度指標（指標グループB）を検討した。しかし、5章の図4に示すように到達度指標としては不適切であった。そこで新しい到達度指標（指標グループA）を考えた。

本研究では、全体最適化方式、クラス別最適化方式（ノード別最適化方式）、個別最適化方式について、各方式の到達度という性能指標を求めることを検討し、そして、数値実験の結果を比較検討する。

2 モデル

本論文では、Kameda and Zhang[5]と同様な開いた BCMP 待ち行列網モデルを用いる。各サービスセンターはFCFS, LCFS-PR, PSのいずれかの単一サーバか、あるいは無限サーバ (IS) である。各サービスセンターのサービス率は状態によらないと仮定する。また、ネットワーク内には出発点 (Origin points) と到着点 (Destination points) が存在すると仮定する。出発点と到着点でのサービス時間は0と仮定する。出発点と到着点の組をO-Dペアと呼ぶ。各ジョブは1つの出発点に到着し、ネットワークを通り、1つの到着点から離れて行く。各ジョブの出発点と到着点は、ジョブがネットワークに到着した時点で決定されている。

ジョブは R ジョブクラスに分けられる。ジョブは、ネットワーク内ではクラスは変わらないと仮定する。O-Dペアが (o_1, d_1) であるクラス k ジョブは、出発サービスセンター o_1 からいくつかのサービスセンターを通り、到着サービスセンター d_1 に到着する。その間の通信路をパスと呼ぶ。そのパスを、ジョブクラス k の O-Dペア (o_1, d_1) の有限個のパスクラスにクラス分けする。1つのパスクラスの中のどのパスを通るかは、ノード間の遷移確率等で決定され、最適化のために選ぶことができない。どのパスクラスを選択するかを、最適化のために選ぶことか

できる。各クラスの各O-Dペアへのジョブの到着過程はポアソンで、システムの状態によらないと仮定する。

本研究で用いた記法は次の通りである。

M サービスセンター（通信チャンネルあるいはプロセス）の数。

$D^{(k)}$ クラス k ジョブのO-Dペアの集合。

$\Pi_d^{(k)}$ O-Dペア d を通るクラス k ジョブのパスクラスの集合。

$$\gamma_{pd}^{(k,k')} = \begin{cases} 1 & p \in \Pi_d^{(k')} \text{ かつ } k = k' \text{ の場合,} \\ 0 & \text{その他の場合.} \end{cases}$$

$\phi_d^{(k)}$ O-Dペア $d \in D^{(k)}$ を通るクラス k ジョブの割合。

Φ システム全体のジョブ到着率、

$$\Phi = \sum_{k=1}^R \sum_{d \in D^{(k)}} \phi_d^{(k)}.$$

$x_p^{(k)}$ パスクラス p を通るクラス k ジョブの割合。

$\delta_{lp} x_p^{(k)}$ $x_p^{(k)} = 1$ と仮定した時に、サービスセンター l を通るパスクラス p のジョブの割合。

$\lambda_l^{(k)}$ クラス k ジョブのサービスセンター l を通る割合、 $\lambda_l^{(k)} = \sum_{p \in \Pi^k} \delta_{lp} x_p^{(k)}$ 。

$\mu_l^{(k)}$ サービスセンター l でのクラス k ジョブのサービス率。

$\rho_l^{(k)}$ クラス k ジョブのサービスセンター $l \in N$ での利用率、 $\rho_l^{(k)} = \lambda_l^{(k)} / \mu_l^{(k)}$ 。

ρ_l サービスセンター $l \in N$ の利用率、

$$\rho_l = \sum_{k=1}^R \rho_l^{(k)}.$$

I IS サービスセンターの集合。

N IS サービスセンターを除くサービスセンターの集合、 $(|N| = M - |I|)$ 。

T システム全体の平均応答時間。

$t_p^{(k)}$ $= \partial(\Phi T) / \partial x_p^{(k)}$, パスクラス p を通るクラス k ジョブの marginal delay。

$T_p^{(k)}$ パスクラス p を通るクラス k ジョブの平均遅延。

$T^{(k)}$ クラス k ジョブの平均遅延。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11}^{11} & \gamma_{12}^{11} & \cdots & \gamma_{11}^{12} & \gamma_{12}^{12} & \cdots \\ \gamma_{21}^{11} & \gamma_{22}^{11} & \cdots & \gamma_{21}^{12} & \gamma_{22}^{12} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \gamma_{11}^{21} & \gamma_{12}^{21} & \cdots & \gamma_{11}^{22} & \gamma_{12}^{22} & \cdots \\ \gamma_{21}^{21} & \gamma_{22}^{21} & \cdots & \gamma_{21}^{22} & \gamma_{22}^{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$\rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_M]^T.$$

$$P_U \rho \mid \rho_i = 0, i \in I.$$

$$\phi = [\phi_1^1, \phi_2^1, \dots, \phi_1^2, \phi_2^2, \dots]^T.$$

$$x = [x_1^1, x_2^1, \dots, x_1^2, x_2^2, \dots]^T.$$

$N(\mathbf{x})$ \mathbf{x} のノルム,

$$N(\mathbf{x}) = (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_1^2 + x_2^2 + \dots)^{\frac{1}{2}}.$$

$$\mathbf{t} [t_1^1, t_2^1, \dots, t_1^2, t_2^2, \dots]^T.$$

$$\mathbf{T} [T_1^1, T_2^1, \dots, T_1^2, T_2^2, \dots]^T.$$

3 性能指標

3.1 各最適化方式の最適解

●全体最適化方式： システム全体の平均応答時間は以下の式で表される [5].

$$T = \frac{1}{\Phi} \left[\sum_{l \in N} \frac{\rho_l}{1 - \rho_l} + \sum_{l \in I} \rho_l \right]$$

全体最適化問題は以下のように表わされる.

$$\text{最小化: } T = \frac{1}{\Phi} \left[\sum_{l \in N} \frac{\rho_l}{1 - \rho_l} + \sum_{l \in I} \rho_l \right], \quad (1)$$

ただし, \mathbf{x} に関して $\Gamma^T \mathbf{x} = \phi, \mathbf{x} \geq 0$.

全体最適化問題 (1) 式の最適解 $\bar{\mathbf{x}}$ は, 以下の変分不等式を満たす [5].

$$\Gamma^T \mathbf{x} = \phi \text{ かつ } \mathbf{x} \geq 0 \text{ なる全ての } \mathbf{x} \text{ に対して,} \\ \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \geq 0. \quad (2)$$

$$\text{ここで, } \mathbf{f}_p^{(k)}(\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_p^{(k)}} (\Phi \Delta) \\ = \sum_{l \in N} \delta_{lp} \frac{1}{\mu_l^{(k)} (1 - \rho_l)^2} + \sum_{l \in I} \delta_{lp} \frac{1}{\mu_l^{(k)}}.$$

●個別最適化方式： 個別最適化問題は以下のように考えることができる [5]. 個別最適化方式は, 全ての $d \in D^{(k)}, k = 1, 2, \dots, R$ なるクラス k ジョブは, (3) 式を満たすパス p を選択していなければならない.

$$T_p^{(k)}(\mathbf{x}) = \min_{q \in \Pi_d^{(k)}} T_q^{(k)}(\mathbf{x}). \quad (3)$$

経路選択が上の条件を満たしていれば, その経路選択は個別最適化を実現している.

個別最適化問題 (3) 式の最適解 $\bar{\mathbf{x}}$ は以下の変分不等式を満たす [5].

$$\Gamma^T \mathbf{x} = \phi \text{ かつ } \mathbf{x} \geq 0 \text{ なる全ての } \mathbf{x} \text{ に対して,} \\ \mathbf{T}(\bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \geq 0. \quad (4)$$

ただし, 開いた BCMP 待ち行列網の場合は,

$$\tilde{T}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\Phi} \left[\sum_{l \in N} \log_e \left(\frac{1}{1 - \rho_l} \right) + \sum_{l \in I} \rho_l \right], \quad (5)$$

と定義すると,

$$\frac{\partial}{\partial x_p^{(k)}} (\Phi \tilde{T}(\mathbf{x})) = T_p^{(k)}(\mathbf{x}).$$

$$\text{ここで, } T_p^{(k)}(\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_p^{(k)}} (\Phi \tilde{T}(\mathbf{x}))$$

$$= \sum_{l \in N} \delta_{lp} \frac{1}{\mu_l^{(k)} (1 - \rho_l)} + \sum_{l \in I} \delta_{lp} \frac{1}{\mu_l^{(k)}}.$$

個別最適化問題は

最小化: $\tilde{T}(\mathbf{x})$ ただし, \mathbf{x} に関して $\Gamma^T \mathbf{x} = \phi, \mathbf{x} \geq 0$. という全体最適化問題と等価である.

そこで, \tilde{T} という指標を全体最適化問題の最適化指標 T と同様に, 個別最適化問題の最適化指標と考えることができる.

●クラス別最適化方式： クラス別最適化問題は以下のように表される.

$$\text{最小化: } T^{(k)}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\phi^{(k)}} \left[\sum_{l \in N} \frac{\rho_l^{(k)}}{1 - \rho_l} + \sum_{l \in I} \rho_l^{(k)} \right], \quad (6)$$

ただし, \mathbf{x} に関して $\Gamma^T \mathbf{x} = \phi, \mathbf{x} \geq 0$. クラス別最適化問題 (6) 式の最適解 $\hat{\mathbf{x}}$ は以下の変分不等式を満たす. $\Gamma^T \mathbf{x} = \phi$ かつ $\mathbf{x} \geq 0$ なる全ての \mathbf{x} に対して,

$$\hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \geq 0. \quad (7)$$

$$\text{ここで, } \hat{f}_p^{(k)}(\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_p^{(k)}} (\phi^{(k)} T^{(k)})$$

$$= \sum_{l \in N} \delta_{lp} \frac{1 - \rho_l + \rho_l^{(k)}}{\mu_l^{(k)} (1 - \rho_l)^2} + \sum_{l \in I} \delta_{lp} \frac{1}{\mu_l^{(k)}}.$$

3.2 最適化到達度

以下の性質 1, 性質 2 [5] に着目する.

性質 1. $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ は単調だが, 真に単調ではない. すなわち, 任意の $\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} (\mathbf{x} \neq \bar{\mathbf{x}})$ に対し,

$$(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}})) > 0, \text{ if } \rho_U \neq \bar{\rho}_U, \quad (8)$$

$$(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}})) = 0, \text{ if } \rho_U = \bar{\rho}_U, \quad (9)$$

性質 2. $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ は単調だが, 真に単調ではない. すなわち, 任意の $\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} (\mathbf{x} \neq \bar{\mathbf{x}})$ に対し,

$$(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{T}(\mathbf{x}) - \mathbf{T}(\bar{\mathbf{x}})) > 0, \text{ if } \rho_U \neq \bar{\rho}_U, \quad (10)$$

$$(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{T}(\mathbf{x}) - \mathbf{T}(\bar{\mathbf{x}})) = 0, \text{ if } \rho_U = \bar{\rho}_U, \quad (11)$$

性質 1. 性質 2. より, 全体最適化到達度 $A_{OP}(\mathbf{x})$, 個別最適化到達度 $A_{IP}(\mathbf{x})$ として次のようなものを用いることを提案する.

$$A_{OP}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}})) \quad (12)$$

$$A_{IP}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{T}(\mathbf{x}) - \mathbf{T}(\bar{\mathbf{x}})) \quad (13)$$

クラス別最適化方式については, 性質 1. 性質 2. と同様の性質が成り立つかわからないが, クラス別最適化到達度 $A_{CP}(\mathbf{x})$ として以下のものを用いることを提案する.

$$A_{CP}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \cdot (\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}})) \quad (14)$$

$$\text{ここで, } A_{CP}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \cdot (\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}))$$

$$= \sum_{l \in N} \sum_{k=1}^R \{ (\rho_l^{(k)} - \hat{\rho}_l^{(k)}) \left[\frac{1 - \rho_l + \rho_l^{(k)}}{(1 - \rho_l)^2} - \frac{1 - \hat{\rho}_l + \hat{\rho}_l^{(k)}}{(1 - \hat{\rho}_l)^2} \right] \}.$$

(12), (13), (14) 式をそれぞれ全体最適化方式, 個別最適化方式, クラス別最適化方式 (ノード別最

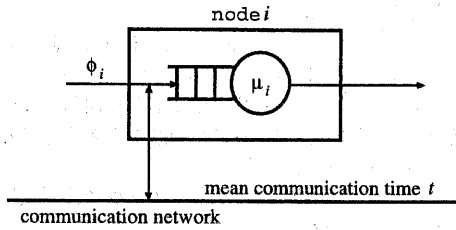


図 1: ノードモデルおよび通信チャネルモデル

適化方式, 後述)の最適化到達度の性能指標とする(指標グループ A). (12), (13)式はそれぞれある状態 \mathbf{x} と最適解が一致していれば 0, そうでなければ正の値になる.

そして, 最初に試みた変分不等式を利用した性能指標を, それぞれ全体最適化方式, 個別最適化方式, クラス別最適化方式(ノード別最適化方式)の最適化到達度 $V_{OP}(\mathbf{x})$, $V_{IP}(\mathbf{x})$, $V_{CP}(\mathbf{x})$ とする(指標グループ B).

$$V_{OP}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}). \quad (15)$$

$$V_{IP}(\mathbf{x}) = \mathbf{T}(\bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}). \quad (16)$$

$$V_{CP}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}). \quad (17)$$

また, 状態 \mathbf{x} が各最適化方式の最適解からどの程度離れているかをみるための指標として, 各最適化方式の最適解と状態 \mathbf{x} との差のノルムを求めた(指標グループ C).

4 数値実験

数値実験には分散型コンピュータシステムモデルを用いた. また, 同じノードに到着するジョブはクラス分けされないとした. 従って, クラス別最適化方式としては到着ノードが異なるときのみジョブクラスが異なるとするノード別最適化方式のみが考えられることになる.

4.1 ノードモデルおよび通信ネットワークモデル

ノードモデルとして $M/G/1$ モデル, 通信ネットワークモデルとしてシングルチャネルのプロセッサシェアリング $M/G/1$ モデルを用いる.

4.2 ノード別最適化方式

ノード数と同じ数のジョブクラスを考える. そして, ノード i のジョブの処理率を μ_i とすると, 各クラスのジョブの処理率もそれに等しく, $\mu_i^{(1)} = \mu_i^{(2)} = \dots = \mu_i^{(R)} = \mu_i$ とする. そして, 各ノードへのジョブの外部到着率は,

$$\phi_i^{(k)} = \begin{cases} \phi_i & i = k \text{ の場合,} \\ 0 & \text{その他の場合.} \end{cases}$$

とする.

クラス k に外部到着するジョブはノード i に外部到着するジョブだけなので, $k \rightarrow i$ と置き換えて考えると, 各ジョブクラスに外部到着したジョブを最

表 1: 各ノードのジョブの外部到着率 (jobs/sec)

ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
80.0	7.0	7.0	7.5

表 2: 各ノードのジョブの処理率 (jobs/sec)

ノード	1	2	3	4
ジョブの処理率	150.0	12.0	10.0	16.0

適化することは, 各ノードに外部到着したジョブを最適化することになる.

このように, ノード別最適化方式の最適解を計算した. そして, ノード別最適化方式の最適化到達度指標をそれぞれ

$$A_{IN}(\mathbf{x}) = A_{CP}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \cdot (\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) - \hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}})), \quad (18)$$

$$V_{IN}(\mathbf{x}) = V_{CP}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}), \quad (19)$$

とし, 数値実験を行った.

4.3 数値実験のパラメータ

数値実験に用いたモデルのパラメータは以下の通りである. ノード数は 4 で, 各ノードへのジョブの外部到着率は, それぞれ ϕ_1, \dots, ϕ_4 である(表 1). 各ノードへ到着したジョブは到着したノードで処理されるか, 通信ネットワークを通して, 他のノードに移送されて処理される. また, μ_1, \dots, μ_4 は各ノードのジョブの処理率である(表 2). t は平均通信所用時間で, 待ち時間を含まない純粋に通信にかかる時間である. 通信所用時間を $0 \leq t \leq 2.0(sec)$ で変化させて数値実験を行なった.

指標グループ A: (12), (13), (18) 式

指標グループ B: (15), (16), (19) 式

指標グループ C: 各最適化方式の最適解との差のノルム

の 3 種類の性能指標での数値実験により比較した.

5 結果と考察

図 2 ~ 図 7 内で, $\bar{\mathbf{x}}$ は全体最適化方式, $\hat{\mathbf{x}}$ はノード別最適化方式, $\hat{\mathbf{x}}$ は個別最適化方式の最適解を表す. また, 図 3, 7, 8 は指標グループ A, 図 4 は指標グループ B, 図 5 は指標グループ C を用いた計算結果を示している. 各図は, 通信所用時間 t に対する各到達度の値を示している.

図 2 は全体最適化方式のシステム全体の平均応答時間と, ノード別最適化方式, 個別最適化方式のシステム全体の平均応答時間の差を示している. この値が 0 に近ければ近い程, 全体最適化に到達している. 逆に, 値が大きければ大きい程全体最適化に到達していない.

図 3 はノード別最適化方式, 個別最適化方式の最適解の, 指標グループ A による全体最適化到達度を示している ($A_{OP}(\hat{\mathbf{x}})$, $A_{OP}(\hat{\mathbf{x}})$). 図 2 と図 3 を比較すると, 図 2 の全体最適化方式と, ノード別最適化方式の

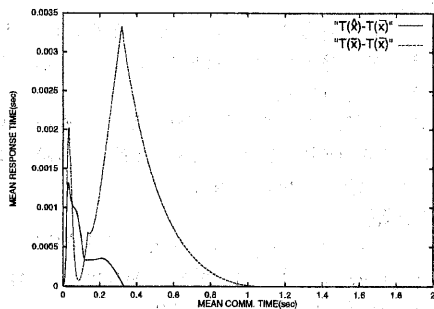


図 2: 全体最適化方式のシステム全体の平均応答時間との差。

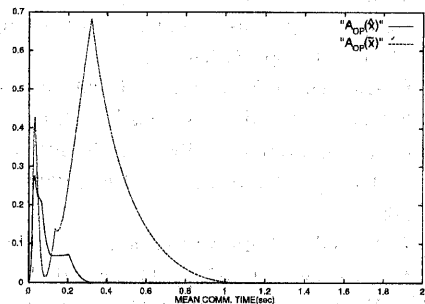


図 3: 全体最適化到達度 (指標グループ A)。

システム全体の平均応答時間の差 $(T(\bar{x}) - T(\hat{x}))$ と、図 3 のノード別最適化方式の最適解の全体最適化到達度 $(A_{OP}(\hat{x}))$ のふるまいが非常に類似していることが見られる。また、図 2 の個別最適化方式と、全体最適化方式のシステム全体の平均応答時間の差 $(T(\hat{x}) - T(\bar{x}))$ と、図 3 の個別最適化方式の最適解の全体最適化到達度 $(A_{OP}(\hat{x}))$ のふるまいも非常に類似している。

図 4 は個別最適化方式、ノード別最適化方式の最適解の、指標グループ B による全体最適化到達度を示している $(V_{OP}(\hat{x}), V_{OP}(\bar{x}))$ 。この指標によると、個別最適化方式は、全体最適化が達成されていないにもかかわらず、常に全体最適化が達成されているかの様なふるまい、つまり $V_{OP}(\hat{x}) = 0$ になっている。また、ノード別最適化も通信所用時間によっては、全体最適化が達成されていないにもかかわらず $V_{OP}(\hat{x}) = 0$ となる場合が多い。図 2 と同様なふるまいが異なり、全体最適化達成度の指標としては不適当であることがわかる。

図 5 は全体最適化方式の最適解と、ノード別最適化方式の最適解および個別最適化方式の最適解との差のノルム (指標グループ C) を示している $(N(\bar{x} - \hat{x}), N(\hat{x} - \bar{x}))$ 。これらのグラフのふるまいは、図 2 のシステム全体の平均応答時間の差のふるまいとは類似していない。図 6 は個別最適化方式の \bar{T} の値と、全体最適化方式、ノード別最適化方式の \bar{T} の値の差を示している $(\bar{T}(\hat{x}) - \bar{T}(\bar{x}), \bar{T}(\hat{x}) - \bar{T}(\hat{x}))$ 。

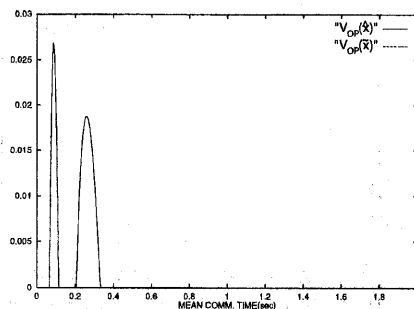


図 4: 全体最適化到達度 (指標グループ B)。

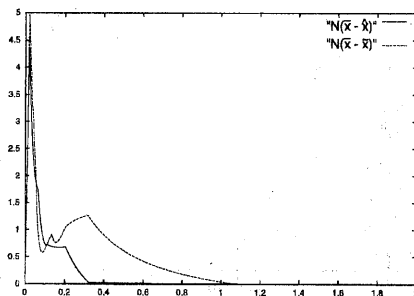


図 5: 全体最適化方式の最適解 \hat{x} との差のノルム (指標グループ C)。

図 7 は全体最適化方式、ノード別最適化方式の最適解の、指標グループ A による個別最適化到達度を示している $(A_{IP}(\hat{x}), A_{IP}(\bar{x}))$ 。図 6 と図 7 を比較すると、これらのグラフは図 2 と図 3 でシステム全体の平均応答時間の差と、全体最適化到達度のグラフが類似しているほどには \bar{T} の差と個別最適化到達度のグラフは類似していないが、大小関係は一致している。また、図 3 の個別最適化方式の最適解の全体最適化到達度 $(V_{OP}(\hat{x}))$ と、図 7 の全体最適化方式の最適解の個別最適化到達度 $(A_{IP}(\hat{x}))$ のふるまいが非常に類似していることが注目される。これらの特徴は、到達度指標として好ましいものであると考えられる。一方、グループ B, C の指標は、個別最適化についても同様に不適当であることが見られた。

図 8 は全体最適化方式、個別最適化方式の最適解の、指標グループ A によるノード別最適化到達度を示している $(A_{IN}(\hat{x}), A_{IN}(\bar{x}))$ 。ノード別最適化到達度では、全体最適化到達度 (図 3) とシステム全体の平均応答時間の差 (図 2) の比較の場合のように比較するものはない。しかし、図 8 の全体最適化方式の最適解のノード別最適化到達度 $(A_{IN}(\hat{x}))$ と、図 3 のノード別最適化方式の最適解の全体最適化到達度 $(A_{OP}(\hat{x}))$ のふるまいが非常に類似していることが注目される。また、図 8 の個別最適化方式の最適解のノード別最適化到達度 $(A_{IN}(\hat{x}))$ と、図 7 のノード別最適化方式の最適解の個別最適化到達度 $(A_{IP}(\hat{x}))$ についても

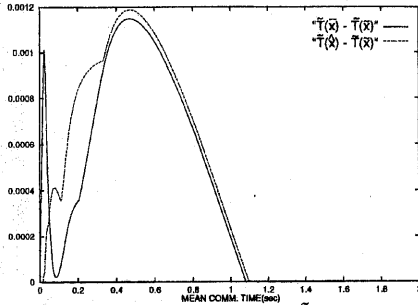


図 6: 個別最適化方式の最適解の \tilde{T} の値との差.

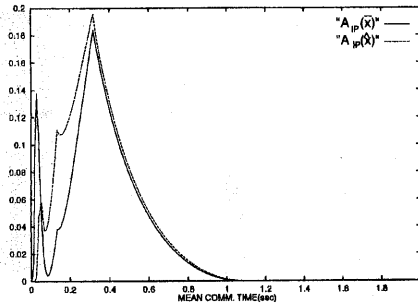


図 7: 個別最適化到達度 (指標グループ A) .

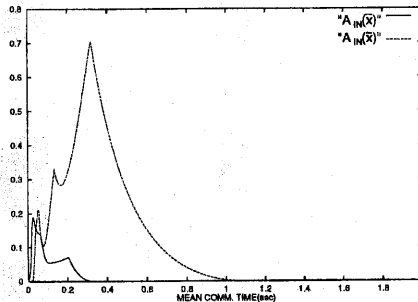


図 8: ノード別最適化到達度 (指標グループ A) .

同様のことが見られる。

図 3, 7, 8 より, 異なる 2 つの最適化到達度指標から見た互いの最適化到達度のふるまいが非常に類似していることが見られる。この特徴は, 到達度指標として好ましいものであると考えられる。

6 総括

本研究では, 開いた BCMP 待ち行列ネットワークモデルで, 最適化の目的の異なる全体最適化方式, クラス別最適化方式, 個別最適化方式について, 各方式のそれぞれの最適化到達度という新しい性能指標を求めるところを検討した。そして数値実験により比較をした。

全体最適化については, システム全体の平均応答時間と同じようにふるまう全体最適化到達度指標を示した。それ以外の最適化では, 直接比較する指標がない場合にも, おおむね好ましい特徴を示すこと

を見た。

これにより各方式とも, 非最適解を最適化到達度という性能指標で比較, 評価することの可能性が拓けるように思われる。

謝辞 本研究について, 数理計画に関する国際的権威である山本芳嗣 (筑波大学社会学系) 教授にご議論いただいた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- [1] J. E. Cohen and F. P. Kelly, "A PARADOX of congestion in a queuing network," J. Appl. Prob. 27, pp.730-734, 1990.
- [2] C. Kim and H. Kameda, "An algorithm for optimal static load balancing in distributed computer systems," IEEE Trans. Comput., 41, 3, 1990, pp.381-384.
- [3] C. Kim and H. Kameda, "Optimal static load balancing of multi-class jobs in a distributed computer system," Proc. 10th Intl. Conf. Distributed Comput. Syst., IEEE, 1990, pp.562-569.
- [4] F. P. Kelly, "Network routing," Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 337, pp.343-367, 1991.
- [5] H. Kameda and Y. Zhang, "Uniqueness of the solution for in optimal static routing in open BCMP queueing networks," Mathematical and Computer Modelling, 22, 10-12, pp.119-130, 1995.
- [6] H. Kameda, J. Li, C. Kim and Y. Zhang, "Optimal Load Balancing in Distributed Computer Systems," Springer, 1996.
- [7] H. Kameda, T. Kozawa and J. Li, "Anomalous relations among various performance objectives in distributed computer systems," Proc. 1st World Congress on Systems Simulation, IEEE, pp.459-465, 1997.
- [8] S. A. Lippman and S. Stidham, "Individual versus social optimization in exponential congestion systems," Oper. Res. 25, 2, 233-247, 1977.
- [9] A. Orda, R. Rom and N. Shimkin, "Competitive routing in multiuser communication networks," IEEE/ACM Trans. Networking, Vol.1, No. 5, pp.510-521, Oct. 1993.
- [10] S. Stidham, "Optimal control of admission to a queuing system," IEEE Trans. Automatic Control 30, 8 Aug., pp.705-713, 1985.
- [11] A. N. Tantawi and D. Towsley, "Optimal static load balancing in distributed computer systems," J.ACM 32, 2, pp.445-465 April, 1985.