数理モデル化と問題解決　25－3
（１９９９．７．１６）

setof参照による問題解決

辻　武士　　赤間 清　　宮本 衛市

北海道大学大学院工学研究科 システム情報工学専攻

札幌市北区北 13 条西 8 丁目．Tel. 011-706-6814

{tsuji,akama,miya}@complex.eng.hokudai.ac.jp

条件 $P(X)$ を満たす要素の集合 S は，$S = \{X|P(X)\}$ と書ける．この表現は、条件と集合の関係を直接的に記述した，自然な表現である．本論文では，等価変換パラダイムにおいて $P(X)$ と S の関係を記述するために，上の表現に近い $setof(S, X, P(X))$ のような表現を導入する．また，この表現を含む記述 (拡張された確定節) を正しく計算するための方法 (等価変換ルール) を提案する．本論文における集合の表現と計算の方法を，関数型言語及び論理型言語を用いた方法と比較して，提案する方法の有効性を示す．

宣言的記述　　setof 参照　　等価変換ルール　　ワールド機構

Problem Solving with "setof" Reference

Takeshi Tsuji　　Kiyoshi Akama　　Eiichi Miyamoto

Division of Systems and Information Engineering,
Graduate School of Engineering,
Hokkaido University

North 13 West 8 Kita-ku Sapporo. Tel. 011-706-6814

{tsuji,akama,miya}@complex.eng.hokudai.ac.jp

A set S of terms X that satisfy a given condition $P(X)$ can be represented naturally by $S = \{X|P(X)\}$. The purpose of this paper is to develop a method for representation and computation of sets of terms that satisfy given conditions in the computation model called Equivalent Transformation. We introduce expressions of the form $setof(S, X, P(X))$, which are similar to the previous one, to describe the relation between $P(X)$ and S and propose Equivalent Transformation rules for these expressions to compute the relation between sets and conditions correctly.

The new method is compared with the ones in Functional and Logic Programming paradigm, which shows the usefulness of the proposed method.

declarative description, setof reference, equivalent transformation rule, world mechanism

1 はじめに

与えられた条件と，その条件を満たす項全体の集合の関係は，問題を自然に表現するために必要な基本的な関係である．本論文では，条件と集合の関係を記述し計算するための方法を提案する．

条件によって決められる集合を扱う場合，条件は実際に与えられる条件の形にはよらない抽象的な形で記述できなくてはならない．また，条件を満たす項の集合の計算方法はただ１通りではなく，条件を満たす項の計算や，集合の生成など，幾つかの部分に分けて考えられ，これらの計算方法には順序の制限などは存在しない．

しかし，従来の計算モデルは，条件と集合の関係を理論的に表現するだけの表現能力をもたない．例えば関数型言語では，ある条件を満たす項の集合を計算する関数は，実際に条件が与えられなければ記述することができない．また，集合を計算する方法においても，十分な理論づけができない．上述の関数型言語では，具体的な条件の内容によらない計算方法 (関数) は存在しない．

本論文では，これらの問題点を克服するため，計算モデル自体を新しくすることを考え，等価変換モデルを採用する．

等価変換モデルは，従来の計算モデルよりも広い範囲の問題を記述できる．また，計算方法を等価変換ルールとして定義することで，計算の自然な部品化が可能となる．

等価変換モデルでは，問題を宣言的記述で表現する．宣言的記述には，他の宣言的記述を参照する“参照”と呼ばれる構成要素を導入できる．

本論文では，参照の構造に注目し，条件と集合の関係を扱うために，参照の特殊形として理論化できる“setof 参照”を新たに提案する．setof 参照を用いると，要素が共通に持つ条件と集合の関係を自然な形で表現することができる．

setof 参照の計算には計算方法を示した等価変換ルールを用いる．本論文では setof 参照の計算のための等価変換ルールを併せて提案する．

最後に，関数モデルや論理モデルと setof 参照を用いた等価変換モデルの表現と計算の能力を比較するために，異なる問題をそれぞれの表現方法で記述した場合について検討し，setof 参照の有効性を示す．

2 条件と集合の関係を使った問題

与えられた条件を満たす項と集合の関係が有効に使える問題の例として，最大部分列和 (Maximum Segment Sum，略して MSS) 問題を挙げる．MSS 問題とは，整数の有限列 xs の中の連続する部分列の要素の和の最大値を求める問題である．ただし，長さが 0 の空部分列の要素の和は 0 とする．たとえば，$xs = [3, -4, 2, -1, 6, -3]$ の MSS は，部分列 $[2, -1, 6]$ の和の 7 である [4].

MSS 問題を数学的記法で記述すると，次のようになる．

$$mss(X) = \max_{Y \in D_X} (sumlist(Y))$$
$$D_X = \{Z | seg(X, Z)\}$$

MSS は Y が D_X上を動くときの $sumlist(Y)$ の最大値である．ここで $sumlist(Y)$ は，整数列 Y の要素の和を与える関数で，$seg(X, Z)$ は“整数列 X の部分列が Z である”という関係を表す述語である．

問題を数学的記述で表現するとき，集合 S を要素が満たす条件 p によって $S = \{X | p(X)\}$ のように表現する方法は基本的である．MSS 問題では，述語 $seg(X, Z)$ を条件として集合 D_Xが決定される．

本論文では，等価変換パラダイムで，条件を満たす項と集合の関係 (以下，条件と集合の関係と呼ぶ) を抽象的に表現する記述を新たに提案する．この記述は $setof(D, Z, seg(X, Z))$ のように，条件 $seg(X, Z)$ と集合 D の関係を抽象的レベルで表現する．MSS 問題をこの記述を用いて表現すると，次のように書ける．

$$\begin{aligned} mss(X, Max) \leftarrow\ & maxsum(sumlist, D, Max), \\ & setof(D, Z, seg(X, Z)). \end{aligned}$$

この記述を用いると，問題を数学的記述に直接的に対応した記述で表現できる．

3 setof 参照の提案

条件を満たす項の集合を求める問題を自然に記述するためには，集合を

- 条件のみによって記述できる
- 条件の具体的な内容に依存しない

表現が必要になる．

x を項，a をアトム，Q を宣言的記述，S を項とする．このとき「Q において a を満たす x の集合が S である」という関係 (以下「条件と集合の関

係」と呼ぶ)は次のような式で表せる．

$S \in gterm(\{x\theta \in \mathcal{G}_T \mid \theta \in \mathcal{S}, a\theta \in \mathcal{M}(Q)\})$

関数 $gterm(X)$ は基礎項の集合 F を表すすべてのリストの集合を与える関数である．この式は S が基礎項のリストに具体化され，右辺の集合に含まれるときに真となる．たとえば x を X，a を $p(X,Y)$，$Q = \{p(1,2) \leftarrow .p(3,4) \leftarrow .\}$，$S$ を $[3|Z]$ とする．このとき右辺は $\{[1,3],[3.1]\}$ であるから，上式は $Z = [1]$ のときに真となる．

この関係を 参照を用いてあらわすために，参照写像 $f_{x,a}$ を次のように定義する．

$$f_{x,a}(G) \stackrel{\text{def}}{=} gterm(\{x\theta \in \mathcal{G}_T | \theta \in \mathcal{S}, a\theta \in G\})$$

この参照写像は基礎アトムの集合 G から，アトム a に現れる項 x にあたる基礎項の集合を考え，その集合を $gterm$ でリストの集合としている．この写像は，ある条件を満たす基礎項だけを抜き出す写像である．

この写像 $f_{x,a} \in \mathcal{F}$ を参照写像とする参照 $\langle S, f_{x,a}, Q\rangle$ を考える．この参照は，

$$S \in gterm(\{x\theta \in \mathcal{G}_T \mid \theta \in \mathcal{S}, a\theta \in \mathcal{M}(Q)\})$$

のとき真となる．これは上述の「条件と集合の関係」と同値である．よって「条件 (Q, a, x) と集合 S の関係」は参照 $\langle S, f_{x,a}, Q\rangle$ に帰着させることができる．これを setof 参照と名付ける．

4 setof 参照のための変換ルール

4.1 setof 参照の変換ルール

setof 参照を表現し，これを等価変換するルールとルールの制御を ETC プログラムで記述する．

setof 参照は次の述語で表現される．

$setof(S, X, \langle$ アトム列 $\rangle)$

先頭が大文字の文字列を変数とする．S が集合を表し，X が集合の要素となる仮変数を表している．$\langle$ アトム列 $\rangle$ はアトムの列で，X を解に持つ問題の ans 節のボディ，すなわち X が満たす条件を表している．

setof 参照の変換ルールとして，次の 3 つのルールを定義する．

【条件を宣言的記述に繰り込むルール】

計算開始時の setof 参照は

$setof(Set, X, \langle Cond$ 列 $\rangle)$

の形で記述される．このルールは条件を計算するためのワールドと条件を表す確定節を作るルールである．まず新しい従属ワールドをつくる．従属ワールドとは，そのワールドを参照する親ワールドの計算と並行して計算されるワールドである．この従属ワールドに，$\langle Cond$ 列 $\rangle$ と変数 X から確定節を作ってセットする．

setof 参照を示すアトムは，2 引数のアトムに変換される．$setof(Set, World)$ は，第 1 引数に集合を表す変数を持ち，第 2 引数には条件を計算しているワールドを持つ．

【集合の要素を追加するルール】

このルールは 4.1 節のルールで変換された 2 引数の $setof$ アトムを変換する．参照しているワールドの中に解が現れた時，その解を集合の要素に追加するルールである．

【空集合を導くルール】

このルールは，条件を満たすような項が存在しない時に空集合を導くルールである．

5 最大部分列和問題の表現と計算

5.1 setof 参照を用いた MSS の表現

4節のルールを用いて，MSS 問題のように条件を満たす項の集合を求める計算が等価変換によって実現できることを示す．MSS 問題を setof 参照を含む確定節の集合 Q_{MSS} で表現すると，下のようになる．

$$
\begin{aligned}
&Q_{MSS} = \{\\
&\quad mss(X, Max) \leftarrow \langle S, f_{Y,seg(X,Y)}, Q_{seg}\rangle,\\
&\qquad\qquad maxsum(S, Max).\\
&\quad maxsum(D, Max) \leftarrow \langle L, f_{Y,ms(D,Y)}, Q_{ms}\rangle,\\
&\qquad\qquad ml(L, Max).\\
&\quad ml([A,B|X], N) \leftarrow A > B,\ ml([A|X], N).\\
&\quad ml([A,B|X], N) \leftarrow A \leq B,\ ml([B|X], N).\\
&\quad ml([A], A) \leftarrow .\}
\end{aligned}
$$

ただし，

$$
\begin{aligned}
&Q_{seg} = \{\\
&\quad seg(X, Y) \leftarrow append(M, B, X),\\
&\qquad\qquad append(A, Y, M).\\
&\quad append([\,], Y, Y) \leftarrow .\\
&\quad append([A|R], Y, [A|Z]) \leftarrow append(R, Y, Z).\},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Q_{ms} = \{ & \\
& ms(D,Y) \leftarrow member(Z,D), \\
& \qquad\qquad sumlist(Z,Y). \\
& member(A,[A|R]) \leftarrow . \\
& member(A,[B|R]) \leftarrow member(A,R).\}
\end{aligned}
$$

$mss(X, Max)$ は，整数列 X の MSS が Max であることを表す．$maxsum(D, Max)$ は，D の各要素(リスト)の整数列の和の最大値が Max であることを表す．$ml(X, N)$ は，整数列の和を表す．

MSS 問題は，setof 参照を用いて 2 つの宣言的記述を参照している．Q_{seg} は述語 $seg(X, Y)$ を定義する宣言的記述である．まが，Q_{ms} は述語 $ms(D, Y)$ を定義する宣言的記述である．

5.2 MSS 問題を解くルールの準備

宣言的記述に従って，アトム
$mss, maxsum, ml, seg, append, ms, member$
を変換するルールを準備する．これらのルールと，setof 参照の変換ルールを会わせたものが，MSS 問題を解く等価変換ルール群である．

5.3 等価変換による MSS の計算

計算は
$\{ans(X) \leftarrow mss([3, -4, 2, -1, 6, -3], X).\} \cup Q_{MSS}$
を等価変換することで行われる．計算は次のようなステップで進行する．

1. 問合せとして，アトム mss を与える．

2. $setof$ アトムが展開され，ワールド $W1$ を持つ $setof$ アトムになる．$W1$ には，副問合せ (ans 節のボディ) として
   $seg([3, -4, 2, -1, 6, -3], A)])$
   が与えられ，A がその解 (ans 節のヘッド) に設定される．

3. 副問合せの計算 (複数の等価変換ステップ) が行われ，答が現われると，setof 参照の持ち上げ変換によって答が持ち上げられ，集合が具体化される．
   3を繰り返すうちに副問合せの答が全て求められる．$setof$ アトムのルールによって，集合は完成され，ワールド $W1$ と $setof$ アトムが消滅する．

4. $maxsum$ アトムが計算され，MSS が求められる．

変換後の宣言的記述は，
$\{ans(7) \leftarrow .\} \cup Q_{MSS}$
となる．これによって，解 7 が得られる．

6 setof 参照の有効性

setof 参照は次のような点で有効である．

- 項が満たす条件とその項の集合との関係を抽象的に表現し，計算することができる．複数の解を持つ問題 (素数を求める問題，データベースの検索等) を条件によって決定される集合を使った問題は非常に多い．setof 参照があれば，これらの問題は条件と集合を記述するだけで表現でき，集合を記述するために個々の条件に合わせて問題記述を複雑に書き換える必要がない．

- 条件を満たす集合を，複数の独立性の高いルールで計算することができる．集合を求める計算手順を，問題の意味を保存する細かい計算手順に分解できる．すなわち，問題の計算手順の自然なステップ化が可能になる．その結果，集合を求める計算，条件の計算，集合の評価といった計算が，柔軟な順序で実行できる．これによって，より効率的な計算が発見される可能性が高くなる．

7 まとめ

与えられた条件を満たす項の集合を使った問題を記述するために setof 参照を提案し，setof 参照を計算するルールを提案した．setof 参照によって，集合を使った問題を高い独立性を持った小問題に分割できることを示した．また，setof 参照の変換ルールが柔軟な計算に適していることを示した．

参考文献

[1] 赤間清，岡田浩一，繁田良則，宮本衛市：参照を含む宣言的記述の定義と負参照の等価変換の正当性，情報処理学会，プログラミング研究会 (1999).

[2] 赤間清，繁田良則，宮本衛市：論理プログラムの等価変換による問題解決の枠組，人工知能学会誌，Vol.12， No.2， pp.90-99 (1997).