数理モデル化と問題解決 38−10
(２００２． ３． ５)

GAにおける外挿的交叉EDXとJSPへの適用

佐久間 淳, 小林 重信
東京工業大学 大学院 総合理工学研究科

本論文では，組み合わせ最適化問題などの離散的なコードで解を表現する遺伝的アルゴリズムにおいて，解と解の間に定義される距離を用いて交叉の子個体分布を分析する方法を提案する．従来提案された交叉は，一般に内挿的な探索を過度に重点化する傾向があり，そのためにGAの探索が停滞する．この問題に対処するために，従来交叉と相補的な探索バイアスを持つ外挿的交叉を提案し，両者を併用することによってGAの性能を改善させる方法を提案する．また，ジョブショップスケジューリング問題を例にとり，提案手法の有効性を実験により示す．

Extrapolation-Directed Crossover for Job-shop Scheduling Problems

Jun Sakuma and Shigenobu Kobayashi
Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering,
Tokyo Institute of Technology

In this paper, we propose the method to analyze the distribution of offspring of genetic algorithms in combinatorial optimization problems where the solution is generally encoded in discrete codes. Since traditional crossovers tend to search the interpolative region excessively, the search happens to cause stagnation. To deal with this serious problem, we propose a crossover that has an extrapolative search bias. The proposed algorithm is implemented in job-shop scheduling problems and the effectiveness thereof is shown by experimental results.

1 はじめに

遺伝的アルゴリズム (GA, Genetic Algorithm) は組み合わせ最適化問題や実数値関数最適化問題など広範な領域において利用可能な確率的最適化手法である．GAの性能は交叉の設計に強く依存することが知られているが，交叉は問題領域毎に設計する必要があり，その設計指針の確立が望まれる．探索空間が実数値空間である実数値GAでは集団を確率分布として解釈することにより，交叉の性質を見通しよく議論することができる．しかしながら解がビット列や順列など離散的なコードで表現される組み合わせ最適化問題では，解集団の特徴を知ることは一般に困難である．

本稿では，組み合わせ最適化問題の解と解の間に定義される距離を用いて，交叉によって生成される子個体分布の性質を分析する方法を提案する．また解の構成要素を交換することで子個体を生成する従来の交叉は，内挿的な探索を過度に重点化する傾向があり，そのためにGAの探索が停滞することを示す．そこで著者らは従来交叉と相補的な探索バイアスを持つ外挿的交叉を提案し，両者を併用することによってGAの性能が改善されることを示す．また，組み合わせ最適化問題の例としてジョブショップスケジューリング問題 (JSP, Job-shop Scheduling Problem) を取り上げ，その有効性を確認する．

2 距離空間による交叉の分析

本章は数学上の距離の定義を満たす距離が問題に応じて与えられることを前提として，離散的なコードで表現される解の分布の性質を分析する．距離関数を用いて，解集団の分布を可視化する手順を以下に示す．

任意の二つの解を $x, y \in S$ とし，両者の間の距離を $D(x, y)$ とする．またそれぞれを二次元座標系において $(0,0), (D(x,y),0)$ と表示する (図 1). x, y を以後基準解と呼ぶ．この基準解を用いて，

解 z の座標 (w,h) を以下のように決定する.

$$w = \frac{D(x,y)^2 + D(x,z)^2 - D(y,z)^2}{2D(x,y)} \quad (1)$$

$$h = \sqrt{D(x,z)^2 - w^2} \quad (2)$$

この可視化法によれば, 一組の基準解により, 複数の解を同一平面上に一意にプロットすることが可能である.

基準解 x, y に対して, 解空間 S の部分空間 S_{in}, S_{ex} を以下のように定義する.

$$\begin{aligned} S_{in} &= \{s \in S | D(x,s) \leq D(x,y) \text{ and} \\ &\quad D(y,s) \leq D(x,y)\} \quad (3) \\ S_{ex} &= \{s \in S | D(x,s) > D(x,y) \text{ or} \\ &\quad D(y,s) > D(x,y)\} \quad (4) \end{aligned}$$

$S_{in} \subset S$ を基準解 x, y における**内挿的な領域**と呼び, $S_{ex} \subset S$ を基準解 x, y における**外挿的な領域**と呼ぶ. 図 2 の灰色に塗られた領域は基準解に対して内挿的な領域, それ以外の領域は基準解に対して外挿的な領域を示している.

両親を基準解としたときに, 内挿的な領域に子個体を生成する交叉を**内挿的交叉**, 両親に対して外挿的な領域に子個体を生成する交叉を**外挿的交叉**と呼ぶ. 基準解 x, y を親個体とし, その基準解から交叉によって生成された子個体を z とする. 交叉が内挿的な場合は, z が x, y のどちらかと交替すれば, もう一方の両親との距離は縮小する. 一方, 交叉が外挿的な場合は, 交替によってもう一方の両親との距離は拡大する. 以下, 特別に断りが無い場合, 基準解は両親を指すものとする.

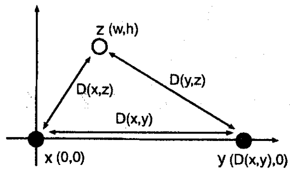

図 1: 距離を用いた個体の可視化法

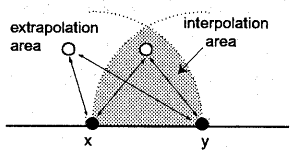

図 2: 内挿的な領域と外挿的な領域

3 外挿的交叉の提案

3.1 既存研究

本節では前節で導入した可視化法により JSP において従来提案された交叉と突然変異の生成子個体分布について考察する.

JOX[1]: 小野らは, 両親間で仕事列を交換することによって子個体を生成する交叉 JOX を提案した. JOX は作業間の依存性を考慮して設計されており, 良好な性能を持つ. I2 距離を用いて, JOX による典型的な生成子個体分布を図 3 に示す. 両親は $(0,0), (0,104)$ に位置している. 同図より, JOX による生成子個体のほとんどが内挿的領域に生成されていることがわかる.

JBSC: JBSC(Job-based Shift Change)[1] は作業間の依存性を考慮した JSP 専用の突然変異である. 図 3 において白丸は JOX により生成された子個体を, 黒丸は白丸で表される個体に JBSC を適用した個体をそれぞれ表示している. 同図より, JBSC は内挿的領域と外挿的領域の両方に子個体を生成することがわかる.

JOX は内挿的な探索領域を持ち, 探索領域が過度に内挿的な領域に集中するために, 収束が早く局所解に陥りやすい. 方突然変異である JBSC は, 外挿的な探索領域を持つが, 探索領域の広さは探索の局面にかかわらず一様なため, 集団の覆う領域が広い探索の初, 中盤においては外挿的な領域での探索が機能するが, 探索終盤において解が洗練され, 集団が収束しつつある局面では成功率が低く外挿的な探索は有効に機能しない. このような問題に対処するためには, 交叉の内挿性を緩和し, 外挿的な探索を効率よく行う必要がある.

3.2 外挿的交叉 EDX の提案

本節では, 外挿的な領域を効率的に探索する外挿的交叉 EDX(Extrapotation-Directed Crossover) を提案する.

解 x, y の近傍を $N(x,y)$ とする. また解 x, y に対して内挿的な領域に存在する近傍を $N_{in}(x,y) =$

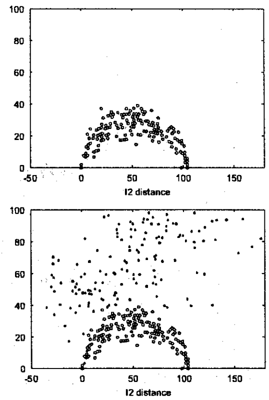

図 3: JOX によって生成された典型的な子個体分布 (上), JOX+JBSC によって生成された典型的な子個体分布（下）

$\{z|z \in N(x,y), D(x,z) \leq D(x,y) \text{ and } D(y,z) \leq D(x,y)\}$, 外挿的な領域に存在する近傍を $N_{ex}(x,y) = \{z|z \in N(x,y), D(x,z) > D(x,y) \text{ or } D(y,z) > D(x,y)\}$ とする．解 x の評価値を $f(x)$ で表す．p_{ex} は外挿的な領域への遷移を選択する確率を表す．p_{temp} はメトロポリス法の温度パラメータである．最小化問題のための EDX のアルゴリズムを以下に示す．

1. 親のペア x, y を集団からランダムに選択．
2. 確率 p_{ex} で z を $N_{ex}(x,y)$ からランダムに選択する．そうでなければ z を $N_{in}(x,y)$ からランダムに選択する．
3. もし $f(x) > f(z)$ なら確率 1 で $x := z$. $f(x) \geq f(z)$ ならば確率 $p_{ac} = exp(-\frac{f(z)-f(x)}{p_{temp}})$ で $x := z$.
4. 終了条件を満たせば終了し, y を同様に処理する．そうでなければ 2. へ．

EDX は解空間において距離が与えられることに加え, この距離に従い解空間を遷移できる遷移オペレータが与えられることを前提条件とする．

EDX は交叉と同じように二つの解からなるペアを構成し, 互いの近傍のなかから, 遷移後に距離が大きくなるような近傍を確率的に選択する．遷移規則にはメトロポリス法を用いる．探索そのものは局所的に行われるが, 自分以外の個体の情報を遷移方向の決定に用いるという点においては交叉的である．

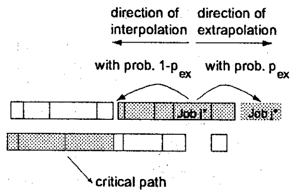

図 5: CB 近傍による EDX アルゴリズム

一般的な形式で提案された EDX を，具体的な問題に適用するためには，距離関数と遷移オペレータを定義する必要がある．距離関数には前節で定義した I_2 距離を用いる．JSP における局所近傍は過去に多数提案されているが, 本稿では, その中でも近傍のサイズが小さく, 評価値の改善確率の高い CB 近傍 [3] を用いる (図 5 参照).

図 4 は, パラメータ $p_{ex} = 0.5, 0.75, 1.0$ における EDX によって生成された典型的な子個体分布を示している．$p_{ex} = 0.5$ は何らバイアスのかからないメトリポリス法に相当する．$p_{ex} = 1.0$ は外挿的な遷移しか受理しない．パラメータによって外挿性が制御される様子が示されている．

4 性能評価と考察

本章では前章で提案されたアルゴリズムを用いて，EDX を従来手法と比較する．用いたインスタンスは代表的なベンチマークである $ft10$ 問題 (10 仕事 10 機械問題) と, $abz5$ 問題 (10 仕事 10 機械問題) である．

p_{ex} を予備実験により 0.66 とし，EDX の適用確率 p_{LS} を $0.1, 0.25, 0.50, 0.75, 1.0$ とした．集団サイズ $n_{pop} = 50$, JOX の適用回数 $n_{JOX} = 200$, EDX の適用回数 $n_{EDX} = 500$ とした．世代交替モデルは CCM[2] を用いた．打ち切り評価回数は ft10 は 0.5×10^6 回, abz5 は 1.0×10^6 回である．また比較として，JOX のみを用いた場合と, JOX と JBSC を併用した場合を示す．結果を表 1 に示す．

ft10 問題においては，JOX のみを用いた GA と EDX と JOX を併用した GA を比較すると，探索時間の観点からは JOX のみのほうが優れ，最適解発見率の観点からは EDX を用いたほうが優れ

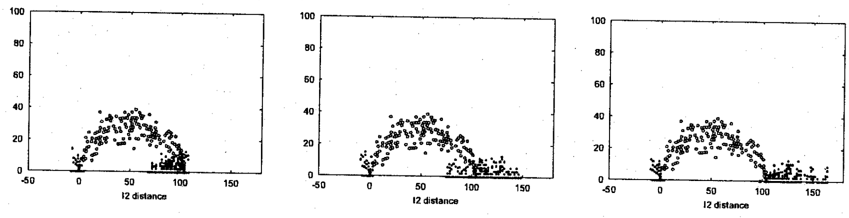

図 4: JOX と EDX の探索領域: 白丸は JOX の生成子個体, 黒丸は EDX の生成子個体を表す：左 $p_{ex} = 0.5$; 中 $p_{ex} = 0.75$; 右 $p_{ex} = 1.0$

ている．JBSC を用いた場合は，探索時間のみが増え，最適解発見率が改善しないことから，性能の改善に貢献しているとはいえない．一方，*abz5* 問題においては，JOX のみを用いた GA は最適解の発見確率が非常に低く，JBSC を用いた場合もわずかに改善するが依然低い．一方 EDX と JOX を併用した場合は，最適解の発見確率は 80%程度まで上昇する．ただし $p_{LS} = 0.0 - 0.5$ では発見する解の品質と探索時間はトレードオフの関係にあるが，$p_{LS} = 0.75, 1.0$ とした場合は，最適解発見率はかえって低下している．

以上の考察より，最適解発見率を高めるという観点からは EDX の併用は効果があることが確認された．特に JOX のみでは最適解を発見することが難しい *abz5* 問題でも高確率で最適解が発見できることに注意されたい．

表 1: p_{LS} 変化時の最適解発見率と計算時間 (ft10 問題と abz5 問題

ft10				
crossover	p_{LS}	best	time	opt/trial
JOX	—	932.43	62.18	22/30
JOX+JBSC	—	932.03	154.81	19/30
JOX+EDX	*0.1*	931.26	100.02	26/30
JOX+EDX	*0.25*	930.53	126.10	**28/30**
JOX+EDX	*0.50*	931.03	171.09	26/30
JOX+EDX	*0.75*	931.40	199.89	25/30
JOX+EDX	*1.0*	933.36	180.28	18/30
abz5				
crossover	p_{LS}	best	cpu time	opt/trial
JOX	—	1242.40	100.72	1/30
JOX+JBSC	—	1239.00	201.89	4/30
JOX+EDX	*0.1*	1235.20	177.56	20/30
JOX+EDX	*0.25*	1234.46	202.49	24/30
JOX+EDX	*0.50*	1234.13	209.56	**28/30**
JOX+EDX	*0.75*	1234.33	239.61	26/30
JOX+EDX	*1.0*	1235.03	203.96	21/30

5 おわりに

本稿では従来交叉の内挿性を緩和する外挿的交叉 EDX を提案し，これを従来交叉と併用することによって GA の性能が改善されることを示した．EDX は突然変異を洗練させた新しいタイプの遺伝的オペレータであり，各種問題領域における従来の GA で用いられている突然変異とと置き換えることで，性能の大幅な向上が可能になると考えられる．実問題において EDX を適用し，その有用性を示すことが今後の課題である．

参考文献

[1] Ono, I. , Yamamura, M. and Kobayashi, S. : A Genetic Algorithm for Job-shop Scheduling Problems Using Job-based Order Crossover, Proceedings of 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation, pp. 547-552 (1996)

[2] Ono, I. and Kobayashi, S. : A Genetic Algorithm Taking Account of Characteristics Preservation for Job-shop Scheduling Problems, Proceedings of the 5th conference on Intelligent Autonomous Systems, pp. 711-718 (1998)

[3] Yamada, T. and Ryohei, N. : Scheduling by Generic Local Search with Multi-Step Crossover, Proceedings of the 4th conference on Parallel Problem Solving from Nature 4, pp. 960-969 (1996)